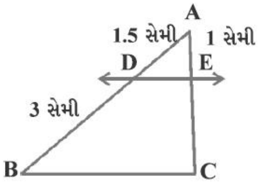
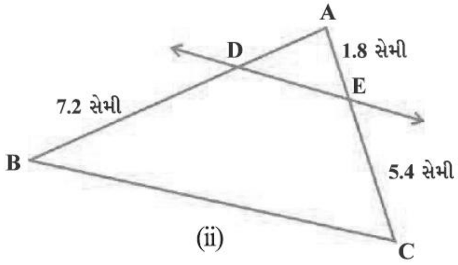
સ્વાધ્યાય 6.2

1. **આકૃતિ 6.17 (i) અને (ii) માં, $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$. (i) માં EC શોધો અને (ii) માં AD શોધો.**



(i)



(ii)

જ.

(i) ધારો કે $EC = x$ સેમી

$\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ આપેલું છે. તેથી,

થેલ્સના પ્રમેય (પ્રમેય 6.1) મુજબ,

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AC}{EC}$$

$$\Rightarrow \frac{1.5}{3} = \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow x = \frac{3 \times 1}{1.5}$$

$$\Rightarrow x = 2$$

$\therefore EC = 2$ સેમી

(ii) ધારો કે $AD = x$ સેમી

$\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ આપેલું છે. તેથી,

થેલ્સના પ્રમેય (પ્રમેય 6.1) મુજબ,

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AC}{EC}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{7.2} = \frac{1.8}{5.4}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1.8 \times 7.2}{5.4}$$

$$\Rightarrow x = 2.4$$

$\therefore AD = 2.4$ સેમી

2. બિંદુઓ E અને F એ ΔPQR ની બાજુઓ અનુક્રમે PQ અને PR પર આવેલાં છે. નીચેના દરેક વિકલ્પ માં $\overline{EF} \parallel \overline{QR}$ છે કે કેમ તે જણાવો :

(i) $PE = 3.9$ સેમી, $EQ = 3$ સેમી, $PF = 3.6$ સેમી અને $FR = 2.4$ સેમી

જ. અહીં, $P-E-Q$ અને $P-F-R$ છે.

તેથી, થેલ્સના પ્રમેય (પ્રમેય 6.1) મુજબ,

$\frac{PE}{EQ} = \frac{3.6}{3} = 1.2$

$\frac{PF}{PR} = \frac{3.6}{2.4} = \frac{3}{2}$

$\Rightarrow \frac{PE}{EQ} \neq \frac{PF}{PR}$

અહી, પ્રમેય 6.1 ની શરત સંતોષાતી નથી તેથી $\overline{EF} \nparallel \overline{QR}$.

(ii) $PE = 4$ સેમી, $EQ = 4.5$ સેમી, $PF = 8$ સેમી અને $FR = 9$ સેમી

જ. અહીં, $P-E-Q$ અને $P-F-R$ છે.

તેથી, થેલ્સના પ્રમેય (પ્રમેય 6.1) મુજબ,

$\frac{PE}{EQ} = \frac{4}{4.5} = \frac{8}{9}$

$\frac{PF}{FR} = \frac{8}{9}$

$\Rightarrow \frac{PE}{EQ} = \frac{PF}{FR}$

અહી, પ્રમેય 6.1 ની શરત સંતોષાય છે તેથી $\overline{EF} \parallel \overline{QR}$.

(iii) $PQ = 1.28$ સેમી, $PR = 2.56$ સેમી, $PE = 0.18$ સેમી અને $PF = 0.36$ સેમી

જ. અહીં, $P-E-Q$ અને $P-F-R$ છે.

તેથી, થેલ્સના પ્રમેય (પ્રમેય 6.1) મુજબ,

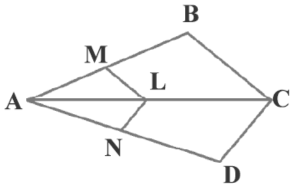
$\frac{PE}{PQ} = \frac{0.18}{1.28} = \frac{18}{128} = \frac{9}{64}$

$\frac{PF}{PR} = \frac{0.36}{2.56} = \frac{36}{256} = \frac{9}{264}$

$\Rightarrow \frac{PE}{PR} = \frac{PF}{PR}$

અહી, પ્રમેય 6.1 ની શરત સંતોષાય છે તેથી $\overline{EF} \parallel \overline{QR}$.

3. **નીચેની આકૃતિમાં જો, $\overline{LM} \parallel \overline{CB}$ અને $\overline{LN} \parallel \overline{CD}$ હોય તો સાબિત કરો કે , $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{AD}$.**



જ. **પક્ષ :** ΔABC માં $\overline{LM} \parallel \overline{CB}$ અને $\overline{LN} \parallel \overline{CD}$ છે.

સાધ્ય : $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{AD}$

સાબિતી :

ΔABC માં $\overline{LM} \parallel \overline{CB}$ છે.

તેથી, પ્રમેય 6.1 મુજબ,

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AL}{AC} \dots\dots\dots\dots\dots (1)$$

ΔADC માં $\overline{LN} \parallel \overline{CD}$ છે.

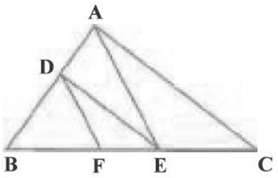
તેથી, પ્રમેય 6.1 મુજબ,

$$\frac{AN}{AD} = \frac{AL}{AC} \dots\dots\dots\dots\dots (2)$$

પરિણામ (1) અને (2) પરથી,

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{AD}$$

4. **નીચેની આકૃતિમાં જો, $\overline{DE} \parallel \overline{AC}$ અને $\overline{DF} \parallel \overline{AE}$ હોય તો સાબિત કરો કે , $\frac{BF}{FE} = \frac{BE}{EC}$.**



જ. **પક્ષ :** ΔABC માં $\overline{DE} \parallel \overline{AC}$ અને $\overline{DF} \parallel \overline{AE}$ છે.

સાધ્ય : $\frac{BF}{FE} = \frac{BE}{EC}$

સાબિતી :

ΔABC માં $\overline{DE} \parallel \overline{AC}$ છે.

તેથી, પ્રમેય 6.1 મુજબ,

$$\frac{BD}{DA} = \frac{BE}{EC} \dots\dots\dots\dots\dots (1)$$

ΔADC માં $\overline{DF} \parallel \overline{AE}$ છે.

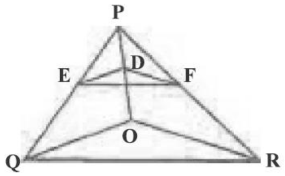
તેથી, પ્રમેય 6.1 મુજબ,

$\frac{BD}{DA} = \frac{BF}{FE} \dots\dots\dots\dots\dots (2)$

પરિણામ (1) અને (2) પરથી,

$\frac{BF}{FE} = \frac{BE}{EC}$

5. નીચેની આકૃતિમાં જો, $\overline{DE} \parallel \overline{OQ}$ અને $\overline{DF} \parallel \overline{OR}$ હોય તો સાબિત કરો કે , $EF \parallel QR$.



જ. **પક્ષ :** ΔPQR માં $\overline{DE} \parallel \overline{OQ}$ અને $\overline{DF} \parallel \overline{OR}$ છે.

સાધ્ય : $EF \parallel QR$

સાબિતી :

ΔPQR માં $\overline{DE} \parallel \overline{OQ}$ છે.

તેથી, પ્રમેય 6.1 મુજબ,

$\frac{PE}{EQ} = \frac{PD}{DO} \dots\dots\dots\dots\dots (1)$

ΔPQR માં $\overline{DF} \parallel \overline{OR}$ છે.

તેથી, પ્રમેય 6.1 મુજબ,

$\frac{PF}{FR} = \frac{PD}{DO} \dots\dots\dots\dots\dots (2)$

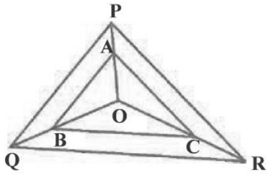
પરિણામ (1) અને (2) પરથી,

$\frac{PE}{EQ} = \frac{PF}{FR}$

તેથી, પ્રમેય 6.1 ના પ્રમેયનું પ્રતીપ પ્રમેય 6.2 મુજબ,

$EF \parallel QR$

6. **નીચેની આકૃતિમાં $\overline{AB} \parallel \overline{PQ}$ અને $\overline{AC} \parallel \overline{PR}$ બને તે રીતે બિંદુઓ A, B અને C અનુક્રમે OP, OQ અને OR પર આવેલાં હોય તો સાબિત કરો કે , $BC \parallel QR$.**



જ. **પક્ષ :** ΔPQR માં $\overline{AB} \parallel \overline{PQ}$ અને $\overline{AC} \parallel \overline{PR}$ છે. તેમજ બિંદુઓ A, B અને C અનુક્રમે OP, OQ અને OR પર આવેલાં છે.

સાધ્ય : $BC \parallel QR$

સાબિતી :

ΔPOQ માં $\overline{AB} \parallel \overline{PQ}$ છે.

તેથી, પ્રમેય 6.1 મુજબ,

$$\frac{OA}{AP} = \frac{OB}{BQ} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

ΔPOR માં $\overline{AC} \parallel \overline{PR}$ છે.

તેથી, પ્રમેય 6.1 મુજબ,

$$\frac{OA}{AP} = \frac{OC}{CR} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

પરિણામ (1) અને (2) પરથી,

$$\frac{OB}{BQ} = \frac{OC}{CR}$$

તેથી, પ્રમેય 6.1 ના પ્રમેયનું પ્રતીપ પ્રમેય 6.2 મુજબ,

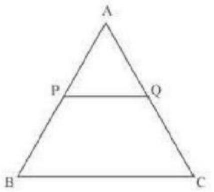
$BC \parallel QR$

7. **પ્રમેય 6.1 નો ઉપયોગ કરીને સાબિત કરો કે, ત્રિકોણની એકબાજુના મધ્યબિંદુમાંથી પસાર થતી અને બીજી બાજુને સમાંતર રેખા, ત્રીજી બાજુ ને દુભાગે છે.**

જ. **પક્ષ :** ΔABC માં $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ થાય તેવું AB નું મધ્યબિંદુ P છે.

સાધ્ય : બિંદુ Q એ AC નું મધ્યબિંદુ છે.

આકૃતિ :



સાબિતી :

ΔABC માં $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ છે.

તેથી, પ્રમેય 6.1 મુજબ,

$\frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC}$

$\therefore\ 1 = \frac{AQ}{QC}$ ($\because AP = PB$)

$\therefore\ AQ = QC$

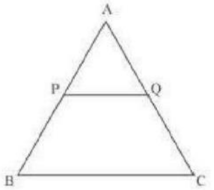
તેથી, બિંદુ Q એ AC નું મધ્યબિંદુ છે.

8. **પ્રમેય 6.2 નો ઉપયોગ કરીને સાબિત કરો કે, ત્રિકોણની બે બાજુઓ ના મધ્યબિંદુઓ માંથી પસાર થતી રેખા ત્રિકોણની ત્રીજી બાજુને સમાંતર હોય છે.**

જ. પક્ષ : ΔABC માં AB નું મધ્યબિંદુ P છે તેમજ AC નું મધ્યબિંદુ P છે.

સાધ્ય : $PQ \parallel BC$

આકૃતિ :



સાબિતી :

AB નું મધ્યબિંદુ P છે તેમજ AC નું મધ્યબિંદુ P છે.

$\frac{AP}{PB} = 1$

$\frac{AQ}{QC} = 1$

$\Rightarrow \frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC}$

તેથી, પ્રમેય 6.1 મુજબ,

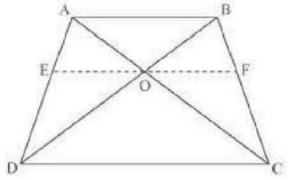
$PQ \parallel BC$

9. **સમલંબ ચતુષ્કોણ $ABCD$ માં $AB \parallel DC$ અને તેના વિકર્ણો એકબીજાને બિંદુ O માં છેદે છે. સાબિત કરો કે, $\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$.**

જ. **પક્ષ :** સમલંબ ચતુષ્કોણ $ABCD$ માં $AB \parallel DC$ અને તેના વિકર્ણો એકબીજાને બિંદુ O માં છેદે છે.

સાધ્ય : $\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$

આકૃતિ :



સાબિતી :

બિંદુ O માંથી CD ને સમાંતર રેખા EF એવી મળે કે જેથી, $EF \parallel CD$ થાય.

ΔADC માં $\overline{EO} \parallel \overline{CD}$ છે.

તેથી, પ્રમેય 6.1 મુજબ,

$$\frac{AE}{ED} = \frac{AO}{OC} \dots\dots\dots\dots\dots (1)$$

ΔABD માં $\overline{EO} \parallel \overline{AB}$ છે.

તેથી, પ્રમેય 6.1 મુજબ,

$$\frac{AE}{ED} = \frac{BO}{DO} \dots\dots\dots\dots\dots (2)$$

પરિણામ (1) અને (2) પરથી,

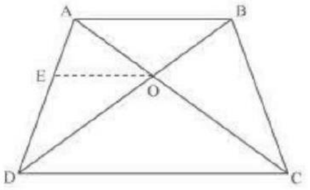
$$\frac{AO}{CO} = \frac{BO}{DO} \Rightarrow \frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$$

10. **ચતુષ્કોણ $ABCD$ ના વિકર્ણો એકબીજાને બિંદુ O માં છેદે છે અને તેથી $\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$ થાય છે, સાબિત કરો કે , $ABCD$ સમલંબ ચતુષ્કોણ છે.**

જ. **પક્ષ :** ચતુષ્કોણ $ABCD$ ના વિકર્ણો એકબીજાને બિંદુ O માં છેદે છે અને તેથી $\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$ થાય છે.

સાધ્ય : $ABCD$ સમલંબ ચતુષ્કોણ છે.

આકૃતિ :



સાબિતી :

બિંદુ O માંથી AB ને સમાંતર રેખા EO એવી મળે કે જેથી, $EO \parallel AB$ થાય.

ΔABD માં $\overline{EO} \parallel \overline{AB}$ છે.

તેથી, પ્રમેય 6.1 મુજબ,

$$\frac{AE}{ED} = \frac{BO}{OD} \dots\dots\dots\dots\dots (1)$$

પરંતુ ,

$$\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO} \dots\dots\dots\dots\dots (2)$$

પરિણામ (1) અને (2) પરથી,

$$\frac{AE}{ED} = \frac{AO}{OC}$$

$\Rightarrow EO \parallel DC$ ($\because$ પ્રમેય 6.2)

$\Rightarrow AB \parallel OC \parallel DC$

$\Rightarrow AB \parallel CD$

તેથી, $ABCD$ સમલંબ ચતુષ્કોણ છે.