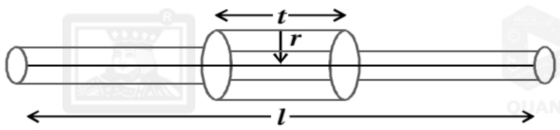
1. **રેખીય વિદ્યુતભારથી ઘનતા λ અને r_0 ત્રિજ્યા ધરાવતા અનંત નળાકાર માટે સમસ્થિતિમાનનું સમીકરણ શોધો.**

➠ r ત્રિજ્યા અને l લંબાઈનું ગૉસિયન પૃષ્ઠ વિચારો.



$$\int_0^{2\pi rl} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$= \frac{\lambda l}{\epsilon_0}$$

➠ ગૉસના પ્રમેય પરથી,

$$[E_r S \cos\theta]_0^{2\pi rl} = \frac{\lambda l}{\epsilon_0}$$

$$E_r \times 2\pi rl = \frac{\lambda l}{\epsilon_0} \quad [\theta = 0 \therefore \cos 0° = 1]$$

$$\therefore E_r = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 r}$$

➠ અનંત નળાકારની ત્રિજ્યા r_0 છે તેથી,

$$V(r) - V(r_0) = -\int_{r_0}^{r} E\, dl$$

$$= -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \log_e \frac{r}{r_0} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \log_e \frac{r_0}{r}$$

કારણ કે, $\int_{r_0}^{r} \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} dr = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \int_{r_0}^{r} \frac{1}{r} dr$

$$V = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \log_e \frac{r}{r_0}$$

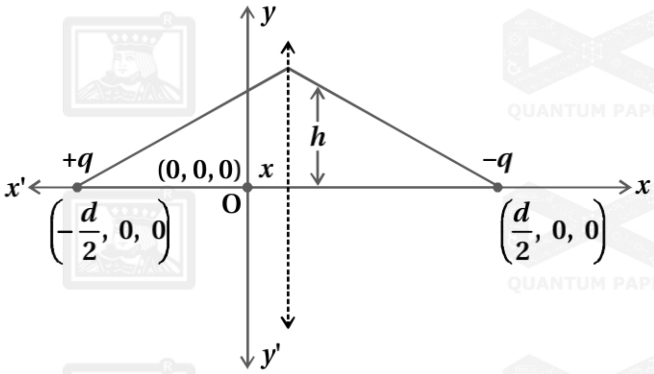
➠ આપેલ V માટે,

$$\log_e \frac{r}{r_0} = -\frac{2\pi\epsilon_0}{\lambda} \times [V(r) - V(r_0)] r = r_0 e^{-\frac{2\pi\epsilon_0}{\lambda}[V(r) - V(r_0)]}$$

$$\therefore r = r_0 e^{-\frac{2\pi\epsilon_0}{\lambda}[V(r) - V(r_0)]}$$

2. **$+q$ અને $-q$ મૂલ્યના બે બિંદુવત્ વિદ્યુતભારો અનુક્રમે $\left(-\frac{d}{2}, 0, 0\right)$ અને $\left(\frac{d}{2}, 0, 0\right)$ બિંદુએ મૂકેલા છે જ્યાં સ્થિતિમાન શૂન્ય હોય તે માટે સમસ્થિતિમાન પૃષ્ઠનું સમીકરણ શોધો.**

➠ આકૃતિમાં બતાવ્યા અનુસાર ઉદ્‌ગમથી x અંતરે જરૂરી સમતલ આવેલું છે.



➠ P બિંદુ પાસે સ્થિતિમાન,

$$\frac{kq}{\left[\left(x+\frac{d}{2}\right)^2+h^2\right]^{1/2}}-\frac{kq}{\left[\left(x-\frac{d}{2}\right)^2+h^2\right]^{1/2}} = 0$$

$$\therefore \frac{1}{\left[\left(x+\frac{d}{2}\right)^2+h^2\right]^{1/2}} = \frac{1}{\left[\left(x-\frac{d}{2}\right)^2+h^2\right]^{1/2}}$$

$$\therefore \left(x-\frac{d}{2}\right)^2+h^2 = \left(x+\frac{d}{2}\right)^2+h^2$$

$$\therefore x^2-xd+\frac{d^2}{4} = x^2+xd+\frac{d^2}{4}$$

$\therefore 0 = 2xd$

$\therefore x = 0$

જે જરૂરી સમતલનું સમીકરણ છે. આ સમતલ $x = 0$ પર છે એટલે કે yz-સમતલમાં છે.

3. **એક સમાંતર પ્લેટ કેપેસિટર એક ડાઇઇલેક્ટ્રિકથી ભરેલું છે. ડાઇઇલેક્ટ્રિકની સાપેક્ષ પરમિટિવિટી લાગુ પાડેલ વોલ્ટેજ (U) સાથે બદલાય છે. જ્યાં $\varepsilon = a\mathrm{U}$ અને $a = 2\mathrm{V}^{-1}$ તેના જેવું બીજું એક ડાઇઇલેક્ટ્રિક સિવાયના કેપેસિટરને $\mathrm{U}_0 = 78\ \mathrm{V}$ સુધી ચાર્જ કરેલું છે. હવે તેને ડાઇઇલેક્ટ્રિકવાળા કેપેસિટર સાથે જોડેલું છે, તો કેપેસિટર પરના અંતિમ વોલ્ટેજ શોધો.**

➠ ધારોકે, ડાઇઇલેક્ટ્રિક વગરના કેપેસિટરનું કેપેસિટન્સ C છે તેથી કેપેસિટર પરનો વિદ્યુતભાર,

$\mathrm{Q}_1 = \mathrm{CU}$ ... (1)

જ્યાં U એ કેપેસિટર પરનું અંતિમ સ્થિતિમાન છે.

➠ જો કેપેસિટરમાં સાપેક્ષ પરમિટિવિટી ε વાળું ડાઇઇલેક્ટ્રિક ભરવામાં આવે તો તેનું કેપેસિટન્સ $\in\mathrm{C}$ થાય છે તેથી કેપેસિટર પરનો વિદ્યુતભાર,

$\mathrm{Q}_2 = \in\mathrm{CU} = a\mathrm{U} \times \mathrm{CU} = a\mathrm{CU}^2$ ... (2)

$[\because \in = a\mathrm{U}]$

➠ પ્રારંભમાં કેપેસિટર પરનો વિદ્યુતભાર,

$\mathrm{Q}_0 = \mathrm{CU}_0$ ... (3)

➠ વિદ્યુતભારના સંરક્ષણના નિયમ પરથી,

$\mathrm{Q}_0 = \mathrm{Q}_1 + \mathrm{Q}_2$

$\mathrm{CU}_0 = \mathrm{CU} + a\mathrm{CU}^2$

$\therefore a\mathrm{U}^2 + \mathrm{U} - \mathrm{U}_0 = 0$

હવે $a = 2\mathrm{V}^{-1}$ અને $\mathrm{U}_0 = 78\ \mathrm{V}$ મૂકતાં,

$\therefore 2\mathrm{U}^2 + \mathrm{U} - 78 = 0$

જે U નું દ્વિઘાત સમીકરણ છે.

$\therefore 2\mathrm{U}^2 + 13\mathrm{U} - 12\mathrm{U} - 78 = 0$

$\therefore\ U(2U + 13) - 6(2U + 13) = 0$

$\therefore\ (2U + 13)\ (U - 6) = 0$

$\therefore\ 2U + 13 = 0$ અથવા $U - 6 = 0$

$\therefore\ U = -\frac{13}{2}$ અથવા $U = 6$

$\therefore\ U = -\frac{13}{2}$ અશક્ય $\therefore\ U = 6V$

4. **$d << R$ અંતરે રહેલી દરેકની ત્રિજ્યા R હોય તેવી બે વર્તુળાકાર પ્લેટોનું કેપેસિટર છે. આ કેપેસિટરને અચળ વોલ્ટેજ સાથે જોડેલું છે. $r << R$ ત્રિજ્યાની અને $t << r$ જાડાઈની વાહક ડીશને નીચેની પ્લેટના કેન્દ્ર પર મૂકેલી છે. તો ડીશના દળ m ને ઊંચકવા માટે જરૂરી લઘુતમ વોલ્ટેજ શોધો.**

➠ ધારોકે, શરૂઆતમાં તળિયે રહેલી પ્લેટને સ્પર્શે છે તેથી આખી પ્લેટ સમસ્થિતિમાન સપાટી છે. ડીશ પર લગાડેલ વિદ્યુતક્ષેત્રનું મૂલ્ય E હોય તો કેપેસિટરની બે પ્લેટો વચ્ચેનું વિદ્યુતક્ષેત્ર,

$$E = \frac{V}{d}$$

➠ ધારોકે, આ પ્રક્રિયા દરમિયાન q' જેટલો વિદ્યુતભાર ડીશ પર ટ્રાન્સફર થાય છે. તેથી ગૉસના નિયમ પરથી,

$$\oint E\,ds = \frac{q'}{\epsilon_0}$$

$$\therefore\ q' = \epsilon_0 \frac{V}{d}\pi r^2 \qquad \left[\because\ E = \frac{V}{d},\ ds = \pi r^2\right]$$

➠ ડીશ પર લાગતું અપાકર્ષીબળ ઉપરની દિશામાં છે, તેથી

$$F = q'E$$

$$= \epsilon_0 \cdot \frac{V}{d} \cdot \pi r^2 \cdot \frac{V}{d} \qquad \left[\because\ E = \frac{V}{d}\right]$$

$$= \frac{V^2}{d^2} \cdot \pi r^2\, \epsilon_0$$

➠ ડીશ પર લાગતું અપાકર્ષણ એ તેના વજન (mg) ને સમતોલે,

$$\therefore\ \frac{V^2}{d^2}\pi r^2\, \epsilon_0 = mg$$

➠ જો ડીશ ઊંચકાય તો લઘુતમ વોલ્ટેજ,

$$V = \sqrt{\frac{mgd^2}{\pi \epsilon_0\, r^2}}$$

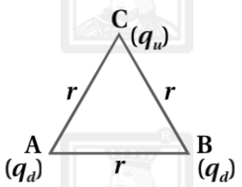
જે માંગેલું સમીકરણ છે.

5. **(a) પ્રારંભિક કણના ક્વાર્ક્સ મૉડેલ અનુસાર ન્યુટ્રોન એક અપક્વાર્ક્સ (વિદ્યુતભાર $\frac{2}{3}e$) અને બે ડાઉન ક્વાર્ક્સ (વિદ્યુતભાર $-\frac{1}{3}e$) નો બનેલો છે. એવું ધારી લીધેલું છે, કે તેઓ 10^{-15} m ક્રમની બાજુની લંબાઈવાળા ત્રિકોણની રચના કરે છે. ન્યુટ્રોનની સ્થિતવિદ્યુત સ્થિતિઊર્જા ગણો અને તેને દળ 939 MeV સાથે સરખાવો.**

(b) ઉપરના સ્વાધ્યાય પ્રમાણે પ્રોટોન માટે ફરીથી કરો જે બે અપક્વાર્ક્સ અને એક ડાઉન ક્વાર્ક્સનો બનેલો છે.

➠ (a) વિદ્યુતસ્થિતિઊર્જા $U = \frac{kq_1q_2}{r}$

ત્રણ વિદ્યુતભારોનું તંત્ર નીચે મુજબ છે.



$r = 10^{-15}$ m

q_u = અપક્વાર્ક્સ = $\frac{2}{3}e$

q_d = ડાઉન ક્વાર્ક્સ = $-\frac{1}{3}e$

તંત્રની સ્થિતિઊર્જા $U = k\left(\frac{q_d q_d}{r} + \frac{q_u q_d}{r} + \frac{q_u q_d}{r}\right)$

$$U = k\left[\frac{\left(-\frac{1}{3}e\right)\left(-\frac{1}{3}e\right)}{r} + \frac{\left(\frac{2}{3}e\right)\left(-\frac{1}{3}e\right)}{r} + \frac{\left(\frac{2}{3}e\right)\left(-\frac{1}{3}e\right)}{r}\right]$$

$$U = \frac{k}{r}\left[\frac{1}{9}e^2 - \frac{2}{9}e^2 - \frac{2}{9}e^2\right]$$

$$= \frac{ke^2}{qr}[1-2-2]$$

$$= \frac{ke^2}{qr} \times (-3)$$

$$= \frac{9 \times 10^9 \times (1.6 \times 10^{-19})^2 \times (-3)}{9 \times 10^{-15}}$$

$$= -7.68 \times 10^{-14}\ \text{J}$$

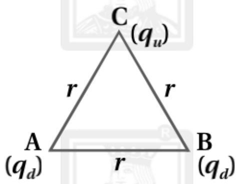
$$\therefore \quad U = \frac{-7.68 \times 10^{-14}}{-1.6 \times 10^{-19}}\ eV$$

$$\therefore \quad U = 4.8 \times 10^5\ eV$$

$$= 0.48 \times 10^6\ eV = 0.48\ \text{MeV}$$

➠ (a) વિદ્યુતસ્થિતિઊર્જા $U = \frac{kq_1q_2}{r}$

ત્રણ વિદ્યુતભારોનું તંત્ર નીચે મુજબ છે.



$r = 10^{-15}$ m

q_u = અપક્વાર્ક્સ = $\frac{2}{3}e$

q_d = ડાઉન ક્વાર્ક્સ = $-\frac{1}{3}e$

તંત્રની સ્થિતિઊર્જા $U = k\left(\frac{q_d q_d}{r} + \frac{q_u q_d}{r} + \frac{q_u q_d}{r}\right)$

$$U = k\left[\frac{\left(-\frac{1}{3}e\right)\left(-\frac{1}{3}e\right)}{r} + \frac{\left(\frac{2}{3}e\right)\left(-\frac{1}{3}e\right)}{r} + \frac{\left(\frac{2}{3}e\right)\left(-\frac{1}{3}e\right)}{r}\right]$$

$$U = \frac{k}{r}\left[\frac{1}{9}e^2 - \frac{2}{9}e^2 - \frac{2}{9}e^2\right]$$

$$= \frac{ke^2}{qr}[1-2-2]$$

$$= \frac{ke^2}{qr} \times (-3)$$

$$= \frac{9 \times 10^9 \times (1.6 \times 10^{-19})^2 \times (-3)}{9 \times 10^{-15}}$$

$$= -7.68 \times 10^{-14}\ \text{J}$$

$\therefore \quad U = \dfrac{-7.68 \times 10^{-14}}{-1.6 \times 10^{-19}} eV$

$\therefore \quad U = 4.8 \times 10^{5}\ eV$

$= 0.48 \times 10^{6}\ eV = 0.48\ \text{MeV}$

6. R અને 2R ત્રિજ્યાના બે ધાતુના ગોળાઓ છે બંનેની સપાટી પર સમાન વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠ ઘનતા σ છે તેમને સંપર્કમાં લાવીને અલગ કરવામાં આવે છે. તો તેમની સપાટી પર નવી વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠ ઘનતા કેટલી ?

➠ ધારોકે, શરૂઆતમાં બંને ધાતુના ગોળા પર Q_1 અને Q_2 વિદ્યુતભારો છે તેથી,

$Q_1 = \sigma \times 4\pi R^2$ અને $Q_2 = \sigma \times 4\pi(2R)^2$

$= \sigma \times 16\pi R^2$

$= 4Q_1$

➠ બંને ગોળાને સંપર્કમાં લાવી અલગ કરતાં તેમના પર અનુક્રમે Q_1' અને Q_2' વિદ્યુતભાર આવે છે.

➠ વિદ્યુતભારના સંરક્ષણના નિયમ પરથી,

$Q'_1 + Q'_2 = Q_1 + Q_2$

$= Q_1 + 4Q_1$

$= 5Q_1$

$= 5(\sigma \times 4\pi R^2)$

➠ જ્યારે બંને ગોળાઓ સંપર્કમાં હોય ત્યારે તેમના સ્થિતિમાન સમાન હોય.

$\therefore V_1 = V_2$

$\dfrac{kQ'_1}{R} = \dfrac{kQ'_2}{R}$

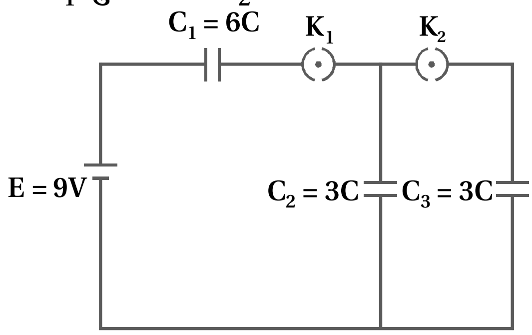
➠ Q'_1 અને Q'_2 ની કિંમતો ઉપરના સમીકરણમાં મૂકતાં,

$Q_1 = \dfrac{5}{3}\left(\sigma \times 4\pi R^2\right)$

અને $Q_2 = \dfrac{10}{3}\left(\sigma \times 4\pi R^2\right)$

$\therefore \sigma_1 = \dfrac{5}{3}\sigma$ અને $\sigma_2 = \dfrac{5}{6}\sigma$

7. નીચે આપેલ પરિપથમાં શરૂઆતમાં K_1 બંધ અને K_2 ખુલ્લી હોય ત્યારે દરેક કેપેસિટર પરનો વિદ્યુતભાર કેટલો ? હવે જો K_1 ખુલ્લી અને K_2 બંધ હોય તો દરેક કેપેસિટર પરનો વિદ્યુતભાર કેટલો ? C = 1 μF છે.



➠ K_1 બંધ અને K_2 ખુલ્લી હોય ત્યારે C_1 અને C_2 ચાર્જ થાય તેમની વચ્ચેના સ્થિતિમાન અનુક્રમે V_1 અને V_2 હોય તો,

$E = V_1 + V_2$

$q = V_1 + V_2 \qquad \dots (1)$

➠ શ્રેણી જોડાણ માટે $V = \dfrac{q}{C}$ માં q સમાન,

$\therefore V \propto \dfrac{1}{C}$

$\therefore \dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{C_2}{C_1}$

$\therefore \dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{3}{6}$

$\therefore V_2 = 2V_1$

સમીકરણ (1) પરથી,

$V_1 + V_2 = 9$

$V_1 + 2V_1 = 9$

$3V_1 = 9 \qquad \therefore V_1 = 3V$

અને $V_2 = 2V_1 = 2 \times 3 = 6V$

➠ $$\left.\begin{array}{l} Q_1 = C_1V_1 = 6C \times 3 = 18\,\mu C \\ \text{અને } Q_2 = C_2V_2 = 3C \times 6 = 18\mu C \end{array}\right\} [\because C = 1\,\mu F]$$

અને $Q_3 = 0$

➠ હવે K_1 ખુલ્લી અને K_2 બંધ હોય તો C_2 અને C_3 સમાંતરમાં જોડાય અને C_1 સાથે શ્રેણીમાં જોડાય.

$\therefore Q_2 = Q'_2 + Q_3$

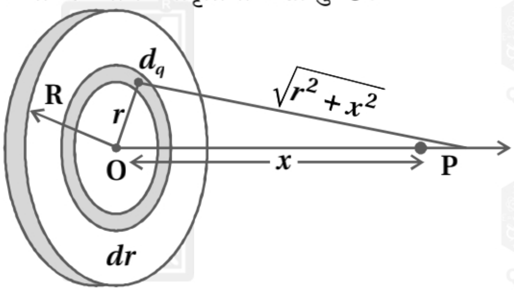
➠ સમાંતર જોડાણનું સામાન્ય સ્થિતિમાન V હોય તો

$$\therefore\ V = \frac{Q_2}{C_1 + C_2} = \frac{18}{3C + 3C} = \frac{18}{6C} = 3V$$

$$\left.\begin{array}{l} \therefore \quad Q'_2 = C_2V = 3C \times 3 = 9\mu C \\ \text{અને} \quad Q_3 = C_3V = 3C \times 3 = 9\mu C \end{array}\right\} [\because C = 1\mu C]$$

8. R ત્રિજ્યાની ડીશની સપાટી પર Q વિદ્યુતભાર નિયમિત વિતરીત થયેલો હોય, તો તેના અક્ષ પર સ્થિતિમાન ગણો.

➠ ધારોકે, ડીશના કેન્દ્રથી x અંતરે તેના અક્ષ પર P બિંદુ છે અને ડીશને અસંખ્ય સંખ્યામાં વિદ્યુતભારિત રિંગમાં વિભાગેલો કલ્પો જે નીચે આકૃતિમાં દર્શાવ્યું છે.



➠ ધારોકે, રિંગની ત્રિજ્યા r, જાડાઈ dr અને વિદ્યુતભાર dq છે.

$\therefore\ \sigma dA = \sigma 2\pi r dr \qquad \ldots (1)$

P બિંદુ પાસે સ્થિતિમાન,

$$dV = \frac{kdq}{r}$$

➠ રિંગ પરનો વિદ્યુતભાર $dq = +\sigma[\pi(r + dr)^2 - \pi r^2]$

$$\therefore\ dq = +\sigma\pi[(r + dr)^2 - r^2]$$
$$= +\sigma\pi[r^2 + 2rdr + dr^2 - r^2]$$
$$= +\sigma\pi[2rdr + dr^2]$$

➠ dr ઘણું નાનું હોવાથી dr^2 ને અવગણતાં,

$dq = 2\pi r\sigma dr \qquad \ldots (2)$

$$\text{અને } dV = \frac{kdq}{\sqrt{r^2 + x^2}}$$

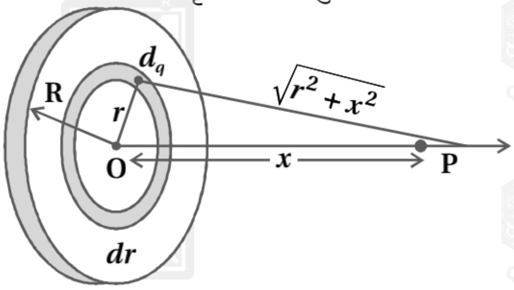
$$= \frac{k \times 2\pi r\sigma dr}{\sqrt{r^2 + x^2}} \quad \text{[પરિણામ (2) પરથી]}$$

$$\therefore\ V = 2\pi k\sigma \int_0^R \frac{rdr}{\sqrt{r^2 + x^2}} = 2\pi k\sigma \int_0^R (r^2 + x^2)^{-1/2}\, r\, dr$$

$$\therefore\ V = 2\pi k\sigma \left[(r^2 + x^2)^{1/2} - x \right]_0^R$$

➠ ધારોકે, ડીશના કેન્દ્રથી x અંતરે તેના અક્ષ પર P બિંદુ છે અને ડીશને અસંખ્ય સંખ્યામાં વિદ્યુતભારિત રિંગમાં વિભાગેલો

કલ્પો જે નીચે આકૃતિમાં દર્શાવ્યું છે.



➠ ધારોકે, રિંગની ત્રિજ્યા r, જાડાઈ dr અને વિદ્યુતભાર dq છે.

$\therefore\ \sigma dA = \sigma 2\pi r dr \quad \dots (1)$

P બિંદુ પાસે સ્થિતિમાન,

$$dV = \frac{kdq}{r}$$

➠ રિંગ પરનો વિદ્યુતભાર $dq = +\sigma[\pi(r + dr)^2 - \pi r^2]$

$\therefore\ dq = +\sigma\pi[(r + dr)^2 - r^2]$

$= +\sigma\pi[r^2 + 2rdr + dr^2 - r^2]$

$= +\sigma\pi[2rdr + dr^2]$

➠ dr ઘણું નાનું હોવાથી dr^2 ને અવગણતાં,

$dq = 2\pi r\sigma dr \quad \dots (2)$

અને $dV = \dfrac{kdq}{\sqrt{r^2+x^2}}$

$$= \frac{k \times 2\pi r\sigma dr}{\sqrt{r^2+x^2}} \quad \text{[પરિણામ (2) પરથી]}$$

$$\therefore\ V = 2\pi k\sigma\int_0^R \frac{rdr}{\sqrt{r^2+x^2}} = 2\pi k\sigma\int_0^R (r^2+x^2)^{-1/2}\, r\, dr$$

$$\therefore\ V = 2\pi k\sigma\left[(r^2+x^2)^{1/2} - x\right]_0^R$$

9. (0, 0, d) અને (0, 0, – d) પાસે અનુક્રમે q_1 અને q_2 બે વિદ્યુતભારો મૂકેલાં છે, તો કયા બિંદુઓએ સ્થિતિમાન શૂન્ય થશે ?

➠ (x, y, z) સમતલ પર ઈચ્છિત બિંદુ ધારો $2d$ અંતરે રહેલાં બે વિદ્યુતભારો z-અક્ષની રેખા પર છે.

➠ P બિંદુ પાસે આપેલાં બંને વિદ્યુતભારોના લીધે સ્થિતિમાન,

$V = V_1 + V_2$

$$\therefore\ 0 = \frac{kq_1}{\sqrt{x^2+y^2+(z-d)^2}} + \frac{kq_2}{\sqrt{x^2+y^2+(z+d)^2}}$$

$$\therefore\ \frac{q_1}{\sqrt{x^2+y^2+(z-d)^2}} = -\frac{q_2}{\sqrt{x^2+y^2+(z+d)^2}}$$

$$\frac{q_1}{q_2} = -\sqrt{\frac{x^2+y^2+(z-d)^2}{x^2+y^2+(z+d)^2}}$$

બંને યોગ વિયોગ કરતાં,

$$\frac{q_1+q_2}{q_1-q_2} = -\frac{\sqrt{x^2+y^2+(z-d)^2}+\sqrt{x^2+y^2+(z+d)^2}}{\sqrt{x^2+y^2+(z-d)^2}-\sqrt{x^2+y^2+(z+d)^2}}$$

બંને બાજુનો વર્ગ કરતાં,

$$\frac{(q_1+q_2)^2}{(q_1-q_2)^2} = -\frac{(x^2+y^2+z^2-2zd+d^2)+(x^2+y^2+z^2+2zd+d^2)}{(x^2+y^2+z^2-2zd+d^2)-(x^2+y^2+z^2+2zd+d^2)}$$

$$= \frac{2(x^2+y^2+z^2+d^2)}{2(2zd)}$$

$$\frac{(q_1+q_2)^2}{(q_1-q_2)^2} = -\frac{x^2+y^2+z^2+d^2}{2zd}$$

$$\therefore\ x^2+y^2+z^2+2zd\frac{(q_1+q_2)^2}{(q_1-q_2)^2}+d^2 = 0$$

આ ગોળાનું સમીકરણ છે જેનું કેન્દ્ર,

$$\left(0,\ 0,\ -2d\left[\frac{q_1^2+q_2^2}{q_1^2-q_2^2}\right]\right)$$

10. $2d$ અંતરે બે $-q$ વિદ્યુતભારો છે એક ત્રીજો $+q$ વિદ્યુતભાર તેમના મધ્યબિંદુએ O પર છે. $-q$ વિદ્યુતભારોના લીધે O થી x અંતરે $+q$ વિદ્યુતભારના વિધેયની સ્થિતિઊર્જા શોધો. સ્થિતિઊર્જા વિરુદ્ધ અંતર x નો આલેખ દોરો અને ખાતરી કરો કે O બિંદુએ વિદ્યુતભાર અસ્થાયી અસંતુલનમાં છે.

➠ ધારોકે, $+q$ વિદ્યુતભારને ડાબી બાજુના $-q$ વિદ્યુતભાર તરફ થોડો ખસેડવામાં આવે છે તેથી તંત્રની કુલ સ્થિતિઊર્જા,

$$\mathrm{U} = k\left[\frac{-q^2}{(d-x)}+\frac{-q^2}{(d+x)}\right]$$

$$= -kq^2\left[\frac{d+x+d-x}{d^2-x^2}\right]$$

$$= -kq^2\left[\frac{2d}{d^2-x^2}\right]$$

$\therefore$ U નું અંતર x ની સાપેક્ષે વિકલન કરતાં,

$$\frac{d\mathrm{U}}{dx} = -kq^2\times 2d\left(\frac{-2x}{(d^2-x^2)^2}\right)$$

જો $\frac{d\mathrm{U}}{dx} = 0$ તો $\mathrm{F} = 0$

$\therefore\ 0 = \frac{4kq^2dx}{(d^2-x^2)^2}$ પરથી $x = 0$

એટલે કે, $+q$ વિદ્યુતભાર સ્થાયી અને અસ્થાયી સંતુલનમાં છે.

➠ ફરીથી x થી સાપેક્ષે વિકલન કરતાં,

$$\frac{d^2\mathrm{U}}{dx^2} = \left[\frac{-2dq^2}{4\pi\epsilon_0}\right]\left[\frac{2}{(d^2-x^2)^2}-\frac{8x^2}{(d^2-x^2)^3}\right]$$

$$= \left(\frac{-2dq^2}{4\pi\epsilon_0}\right)\frac{1}{(d^2-x^2)^3}\left[2(d^2-x^2)-8x^2\right]$$

➠ ધારોકે, $+q$ વિદ્યુતભારને ડાબી બાજુના $-q$ વિદ્યુતભાર તરફ થોડો ખસેડવામાં આવે છે તેથી તંત્રની કુલ સ્થિતિઊર્જા,

$$U = k\left[\frac{-q^2}{(d-x)} + \frac{-q^2}{(d+x)}\right]$$

$$= -kq^2\left[\frac{d+x+d-x}{d^2-x^2}\right]$$

$$= -kq^2\left[\frac{2d}{d^2-x^2}\right]$$

$\therefore$ U નું અંતર x ની સાપેક્ષે વિકલન કરતાં,

$$\frac{dU}{dx} = -kq^2 \times 2d\left(\frac{-2x}{(d^2-x^2)^2}\right)$$

જો $\frac{dU}{dx} = 0$ તો $F = 0$

$\therefore$ $0 = \frac{4kq^2 dx}{(d^2-x^2)^2}$ પરથી $x = 0$

એટલે કે, $+q$ વિદ્યુતભાર સ્થાયી અને અસ્થાયી સંતુલનમાં છે.

➠ ફરીથી x થી સાપેક્ષે વિકલન કરતાં,

$$\frac{d^2U}{dx^2} = \left[\frac{-2dq^2}{4\pi\epsilon_0}\right]\left[\frac{2}{(d^2-x^2)^2} - \frac{8x^2}{(d^2-x^2)^3}\right]$$

$$= \left(\frac{-2dq^2}{4\pi\epsilon_0}\right)\frac{1}{(d^2-x^2)^3}\left[2(d^2-x^2) - 8x^2\right]$$