4 त्रिकोणाचे शिरोलंब व मध्यगा

जरा आठवूया.

मागील इयत्तेत आपण त्रिकोणाच्या कोनांचे दुभाजक एकसंपाती असतात व त्रिकोणाच्या बाजूंचे लंबदुभाजक एकसंपाती असतात यांचा अभ्यास केला आहे. त्यांच्या संपात बिंदूस अनुक्रमे अंतर्मध्य व परिमध्य म्हणतात हेही आपल्याला माहीत आहे.

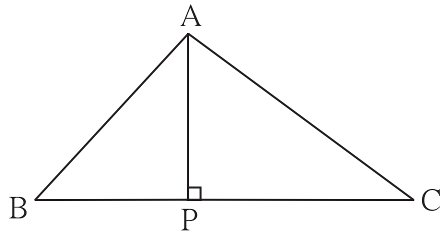
कृती :

एक रेषा काढा. रेषेबाहेर कोणताही एक बिंदू घ्या. गुण्याच्या साहाय्याने त्या बिंदूमधून रेषेवर लंब काढा.

जाणून घेऊया.

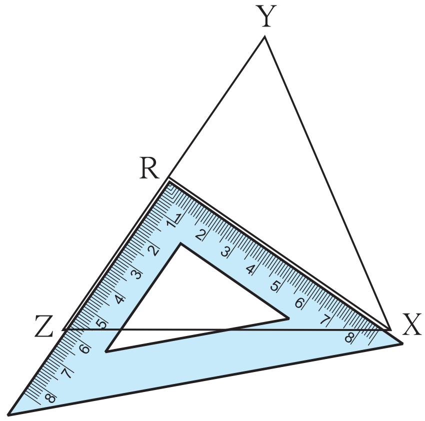
शिरोलंब (Altitude)

त्रिकोणाच्या शिरोबिंदूतून त्याच्या समोरील बाजूवर काढलेल्या लंब रेषाखंडास त्या त्रिकोणाचा शिरोलंब म्हणतात. Δ ABC मध्ये रेख AP हा पाया BC वरील शिरोलंब आहे.



त्रिकोणाचे शिरोलंब काढणे :

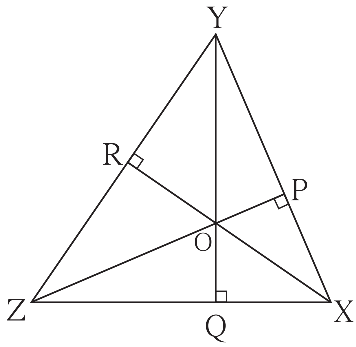
1. Δ XYZ हा कोणताही त्रिकोण काढा.
2. पाया YZ च्या समोरील X या शिरोबिंदूतून गुण्याच्या साहाय्याने लंब काढा. तो YZ ला जेथे छेदतो त्या बिंदूला R नाव द्या. रेख XR हा पाया YZ वरील शिरोलंब आहे.
3. रेख XZ हा पाया विचारात घ्या. त्याच्या समोरील शिरोबिंदू Y मधून रेख XZ वर लंब टाका. रेख YQ $\perp$ रेख XZ.
4. रेख XY हा पाया विचारात घ्या. त्याच्या समोरील शिरोबिंदू Z मधून रेख XY वर लंब टाका. रेख ZP $\perp$ रेख XY.



रेख XR, रेख YQ, रेख ZP हे Δ XYZ शिरोलंब आहेत.

हे तीनही शिरोलंब एकसंपाती आहेत हे लक्षात घ्या.

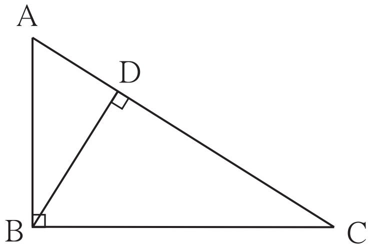
या संपातबिंदूला त्रिकोणाचा शिरोलंबसंपात किंवा लंबसंपात असे म्हणतात. तो 'O' या अक्षराने दर्शवतात.



त्रिकोणाच्या लंबसंपात बिंदूचे स्थान :

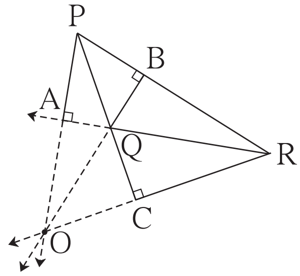
कृती I :

कोणताही एक काटकोन त्रिकोण काढा. त्याचे सर्व शिरोलंब काढा. ते कोणत्या बिंदूत मिळतात ते लिहा.



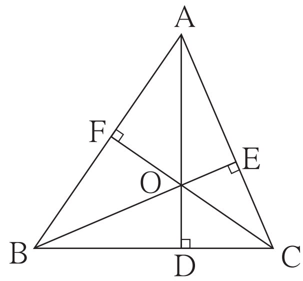
कृती II :

कोणताही एक विशालकोन त्रिकोण काढा. त्याचे तीनही शिरोलंब काढा. ते एकमेकांना मिळतात का? या शिरोलंबांना समाविष्ट करणाऱ्या रेषा काढा. त्या त्रिकोणाच्या बाह्यभागातील एकाच बिंदूतून जातात हे अनुभवा.



कृती III :

Δ ABC हा एक लघुकोन त्रिकोण काढा. त्याचे सर्व शिरोलंब काढा. लंबसंपाताचे स्थान कोठे आहे, हे पाहा.



हे मला समजले.

त्रिकोणाचे शिरोलंब एकाच बिंदूतून जातात म्हणजेच हे शिरोलंब एकसंपाती (Concurrent) असतात. त्यांच्या संपात बिंदूस लंबसंपात बिंदू (Orthocentre) म्हणतात. तो 'O' या अक्षराने दर्शवतात.

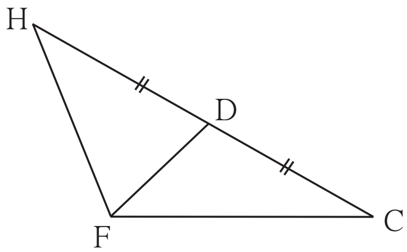
- काटकोन त्रिकोणाचा लंबसंपात बिंदू हा काटकोन करणाऱ्या शिरोबिंदूवर असतो.
- विशालकोन त्रिकोणाचा लंबसंपात बिंदू हा त्या त्रिकोणाच्या बाह्यभागात असतो.
- लघुकोन त्रिकोणाचा लंबसंपात बिंदू हा त्या त्रिकोणाच्या अंतर्भागात असतो.

जाणून घेऊया.

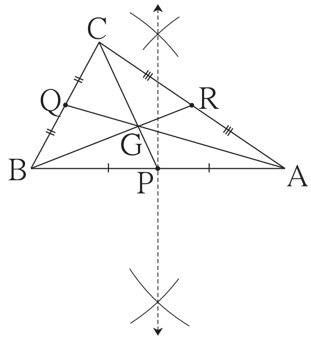
मध्यगा (Median)

त्रिकोणाचा शिरोबिंदू आणि समोरील बाजूचा मध्यबिंदू जोडणाऱ्या रेषाखंडास त्रिकोणाची मध्यगा म्हणतात.

Δ HCF मध्ये रेख FD ही पाया HC वरील मध्यगा आहे.



त्रिकोणाच्या मध्यगा काढणे :



1. Δ ABC काढा.
2. बाजू AB चा मध्यबिंदू मिळवा. त्याला P नाव द्या. रेख CP काढा.
3. बाजू BC चा मध्यबिंदू मिळवा. त्याला Q नाव द्या. रेख AQ काढा.
4. बाजू AC चा मध्यबिंदू मिळवा. त्याला R नाव द्या. रेख BR काढा.

Δ ABC च्या रेख PC, रेख QA, रेख BR या मध्यगा आहेत.

त्या एकसंपाती आहेत हे लक्षात घ्या. त्यांच्या संपातबिंदूला **मध्यगासंपात** म्हणतात. तो G या अक्षराने दाखवला जातो.

कृती IV : एक काटकोन त्रिकोण, एक विशालकोन त्रिकोण व एक लघुकोन त्रिकोण काढून त्यांच्या मध्यगा काढा. त्या मध्यगा एकसंपाती आहेत हे अनुभवा.

त्रिकोणाच्या मध्यगासंपातबिंदूचा गुणधर्म :

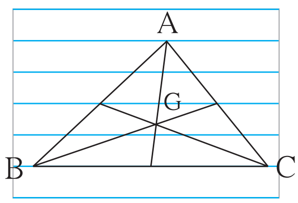
- Δ ABC हा कोणताही एक मोठा त्रिकोण काढा.
- Δ ABC च्या रेख AR, रेख BQ व रेख CP या मध्यगा काढा. संपातबिंदूला G नाव द्या.

आकृतीतील रेषाखंडांच्या लांबी मोजून सारणीतील रिकाम्या चौकटींत भरा.

l(AG) = ☐	l(GR) = ☐	l(AG) : (GR) = ☐ : ☐
l(BG) = ☐	l(GQ) = ☐	l(BG) : (GQ) = ☐ : ☐
l(CG) = ☐	l(GP) = ☐	l(CG) : (GP) = ☐ : ☐

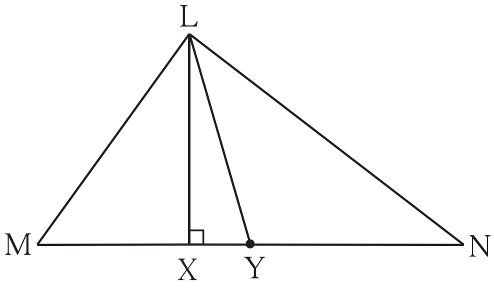
ही सर्व गुणोत्तरे जवळपास 2:1 आहेत हे अनुभवा.

त्रिकोणाच्या मध्यगा एकसंपाती असतात. त्यांच्या संपातबिंदूस मध्यगासंपात (Centroid) म्हणतात. तो G या अक्षराने दर्शवला जातो. कोणत्याही त्रिकोणात G चे स्थान त्रिकोणाच्या अंतर्भागात असते. संपातबिंदूमुळे प्रत्येक मध्यगेचे 2:1 या गुणोत्तरात विभाजन होते.



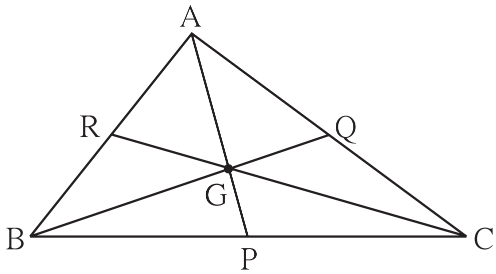
एका विद्यार्थ्याने वहीच्या कागदावरील पाच समांतर रेषा वापरून Δ ABC काढला व G हा मध्यगासंपात शोधला. तर त्याने ठरवलेले G चे स्थान बरोबर आहे हे कसे ठरवाल ?

सरावसंच 4.1

1. 

Δ LMN मध्ये ...... हा शिरोलंब आहे व ...... ही मध्यगा आहे. (रिकाम्या जागेत योग्य रेषाखंडांची नावे लिहा.)

2. Δ PQR एक लघुकोन त्रिकोण काढा व त्याचे तीनही शिरोलंब काढा. संपातबिंदूला 'O' नाव द्या.
3. Δ STV हा एक विशालकोन त्रिकोण काढा व त्याच्या मध्यगा काढून त्यांचा मध्यगासंपात दाखवा.
4. Δ LMN हा एक विशालकोन त्रिकोण काढा. त्याचे सर्व शिरोलंब काढा. संपातबिंदू O ने दाखवा.
5. Δ XYZ हा एक काटकोन त्रिकोण काढा. त्याच्या मध्यगा काढा व संपातबिंदू G ने दाखवा.
6. कोणताही एक समद्विभुज त्रिकोण काढा. त्याच्या सर्व मध्यगा व सर्व शिरोलंब काढा. त्यांच्या संपातबिंदूंबद्दलचे तुमचे निरीक्षण नोंदवा.
7. रिकाम्या जागा भरा.



Δ ABC चा G हा मध्यगा संपातबिंदू आहे.

(1) जर $l(RG) = 2.5$ तर $l(GC) =$ ......

(2) जर $l(BG) = 6$ तर $l(BQ) =$ ......

(3) जर $l(AP) = 6$ तर $l(AG) =$ ..... व $l(GP) =$ .....

हे करून पाहा.

(I) : कोणताही एक समभुज त्रिकोण काढा. त्या त्रिकोणाचा परिकेंद्र (C), अंतर्वर्तुळ केंद्र (I), मध्यगासंपात बिंदू (G) व शिरोलंबसंपात बिंदू (O) काढा. निरीक्षण नोंदवा.

(II): कोणताही एक समद्विभुज त्रिकोण काढा. त्याचा मध्यगासंपात बिंदू, शिरोलंबसंपात बिंदू, परिकेंद्र, अंतर्वर्तुळकेंद्र हे एकरेषीय आहेत हे पडताळून पाहा.

उत्तरसूची

सरावसंच 4.1

1. रेख LX आणि रेख LY

7. (1) 5, (2) 9, (3) 4, 2