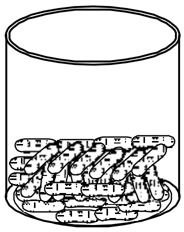
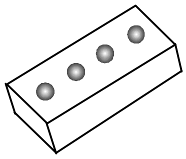
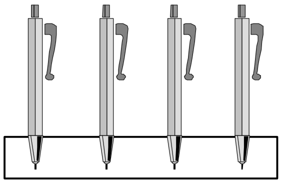
સ્વા 13.2

1. એક ઘન પદાર્થ એ 1 સેમી ત્રિજ્યા ધરાવતા અર્ધગોલક ઉપર તેટલી જ ત્રિજ્યાવાળો શંકુ ગોઠવીને બનાવાયો છે. શંકુની ઊંચાઈ એ તેની ત્રિજ્યા જેટલી હોય, તો આ ઘન પદાર્થનું ઘનફળ π ના ગુણિતમાં શોધો.
2. એન્જિનિયરીંગના વિદ્યાર્થી રશેલને નળાકારના બંને છેડે પાતળી એલ્યુમિનિયમની શીટમાંથી બનેલો શંકુ બેસાડી એક નમૂનો તૈયાર કરવાનું કહેવામાં આવ્યું. નમૂનાનો વ્યાસ 3 સેમી અને લંબાઈ 12 સેમી છે. જો શંકુની ઊંચાઈ 2 સે તો રશેલે બનાવેલ નમૂનામાં કેટલી હવા સમાશે તે શોધો. (ધારી લો કે નમૂનાના બહારનાં અને અંદરના માપો લગભગ સમાન છે.)
3. ગુલાબજાંબુમાં તેના કદના 30% જેટલી ખાંડની ચાસણી છે. દરેક ગુલાબજાંબુનો આકાર નળાકારના બંને છેડે અર્ધગોલક લગાવ્યા હોય તેવો છે. તેની કુલ લંબાઈ 5 સેમી અને વ્યાસ 2.8 સેમી છે. તો આવાં 45 ગુલાબજાંબુમાં આશરે કેટલી ખાંડની ચાસણી હશે તે શોધો. (જુઓ આકૃતિ)



4. એક લાકડાનું લંબઘન પેન-સ્ટેન્ડ ચાર શંકુ આકારના છિદ્રવાળું બનાવેલું છે. લંબઘનનાં માપ 15 સેમી × 10 સેમી × 3.5 સેમી છે. છિદ્રવાળા દરેક ભાગની ત્રિજ્યા 0.5 સેમી અને ઊંડાઈ 1.4 સેમી છે, તો લાકડાના સ્ટેન્ડનું ઘનફળ શોધો. (જુઓ આકૃતિ)

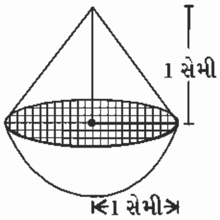
5. એક વાસણનું સ્વરૂપ ઊંધા શંકુ જેવું છે. તેની ઊંચાઈ 8 સેમી અને ઉપરના ખુલ્લા ભાગની ત્રિજ્યા 5 સેમી છે. તે ઉપરની ધાર સુધી પાણીથી ભરેલું છે. જ્યારે વાસણમાં 0.5 સેમી ત્રિજ્યાવાળી ધાતુની ગોળીઓ નાંખવામાં આવે છે, ત્યારે એક ચતુર્થાંશ જેટલું પાણી બહાર નીકળે છે તો વાસણમાં નાખેલી ધાતુની ગોળીઓની સંખ્યા શોધો.
6. એક લોખંડના નળાકાર સ્વરૂપના નક્કર થાંભલાની ઊંચાઈ 220 સેમી છે અને પાયાનો વ્યાસ 24 સેમી છે. તેની ઉપર 60 સેમી ઊંચાઈ અને 8 સેમી ત્રિજ્યાવાળા બીજા નળાકારને મૂકવામાં આવે છે, તો થાંભલાનું દળ શોધો. 1 સેમી^{3} લોખંડનું દળ આશરે 8 ગ્રામ છે. (π = 3.14 લો.)
7. 60 સેમી ત્રિજ્યાવાળા અર્ધગોલક પર સ્થિત લંબવૃત્તીય શંકુની ઊંચાઈ 120 સેમી અને ત્રિજ્યા 60 સેમી છે. તેને પાણીથી સંપૂર્ણ ભરેલા એક લંબવૃત્તીય નળાકારમાં તેના તળિયાને સ્પર્શે તે રીતે ઊભો મૂક્યો છે. જો નળાકારની ત્રિજ્યા 60 સેમી અને ઊંચાઈ 180 સેમી હોય, તો નળાકારમાં બાકી રહેલા પાણીનું ઘનફળ શોધો.
8. એક ગોળાકાર કાચના વાસણની ઉપરનો ભાગ નળાકાર છે. તે નળાકારની ઊંચાઈ 8 સેમી છે અને વ્યાસ 2 સેમી છે. ગોળાકાર ભાગનો વ્યાસ 8.5 સેમી છે. એક બાળક માહિતી પ્રાપ્ત કરે છે કે તેમાં ભરેલા પાણીનું ઘનફળ 345 સેમી^{3} છે. બાળકનો જવાબ સાચો છે કે નહિ તે ચકાસો. ઉપરનાં માપો તેના અંદરના ભાગના છે. π = 3.14 લો.

1. **એક ઘન પદાર્થ એ 1 સેમી ત્રિજ્યા ધરાવતા અર્ધગોલક ઉપર તેટલી જ ત્રિજ્યાવાળો શંકુ ગોઠવીને બનાવાયો છે. શંકુની ઊંચાઈ એ તેની ત્રિજ્યા જેટલી હોય, તો આ ઘન પદાર્થનું ઘનફળ π ના ગુણિતમાં શોધો.**

➤ શંકુની ઊંચાઈ અર્ધગોલકની ત્રિજ્યા જેટલી છે.

$\therefore h = r$

$\therefore h = 1$ સેમી



સંયોજિત ઘન આકૃતિનું ઘનફળ

= શંકુનું ઘનફળ + અર્ધગોલકનું ઘનફળ

$= \frac{1}{3}\pi r^2 h + \frac{2}{3}\pi r^3$

$= \frac{\pi r^2 h}{3} + \frac{2\pi r^3}{3}$

$= \frac{\pi r^2}{3}[h + 2r]$

$= \frac{\pi + (1)^2}{3}[1 + 2 \times 1]$ સેમી^{3}

$= \frac{\pi + 1}{3}[1 + 2]$ સેમી^{3}

$= \frac{\pi}{3}[3]$ સેમી^{3}

સંયોજિત ઘન પદાર્થનું ઘનફળ $= \pi$ સેમી^{3}

2. **એન્જિનિયરીંગના વિદ્યાર્થી રશેલને નળાકારના બંને છેડે પાતળી એલ્યુમિનિયમની શીટમાંથી બનેલો શંકુ બેસાડી એક નમૂનો તૈયાર કરવાનું કહેવામાં આવ્યું. નમૂનાનો વ્યાસ 3 સેમી અને લંબાઈ 12 સેમી છે. જો શંકુની ઊંચાઈ 2 સેમી હોય તો રશેલે બનાવેલ નમૂનામાં કેટલી હવા સમાશે તે શોધો. (ધારી લો કે નમૂનાના બહારનાં અને અંદરના માપો લગભગ સમાન છે.)**

➤ બંને શંકુ માટે ત્રિજ્યા $r = \frac{3}{2}$ સેમી

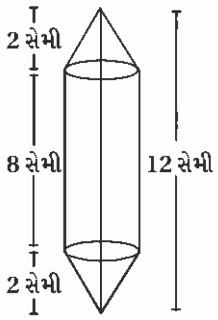
ઊંચાઈ $h = 2$ સેમી

નળાકાર માટેની ત્રિજ્યા $r = \frac{3}{2}$ સેમી

નળાકારની ઊંચાઈ H = સંયોજિત પદાર્થની કુલ ઊંચાઈ − 2 × શંકુની ઊંચાઈ

$= (12 - 2 \times 2)$ સેમી

$= 8$ સેમી



નમૂનામાં સમાતી હવાનું ઘનફળ = સંયોજિત નમૂનાનું ઘનફળ (નળાકાર + શંકુ + શંકુ)

$V = \pi r^2 H + 2 \times \frac{1}{3} \pi r^2 h$

$= \pi r^2 \left(H + \frac{2}{3} h\right]$

$= \frac{22}{7} \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 \left[8 + \frac{2}{3} \times 2\right]$ સેમી^{3}

$= \frac{22}{7} \times \frac{9}{4} \left[\frac{8}{1} + \frac{4}{3}\right]$ સેમી^{3}

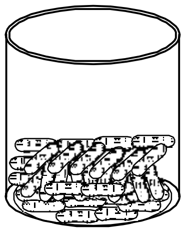
$= \frac{22}{7} \times \frac{9}{4} \left[\frac{24 + 4}{3}\right]$ સેમી^{3}

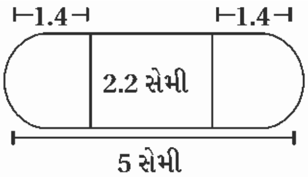
$= \frac{22}{7} \times \frac{9}{4} \times \frac{28}{3}$ સેમી^{3}

$\therefore V = 66$ સેમી^{3}

આમ, રચેલે બનાવેલ નમૂનામાં 66 સેમી^{3} હવા સમાશે.

3. **ગુલાબજાંબુમાં તેના કદના 30% જેટલી ખાંડની ચાસણી છે. દરેક ગુલાબજાંબુનો આકાર નળાકારના બંને છેડે અર્ધગોલક લગાવ્યા હોય તેવો છે. તેની કુલ લંબાઈ 5 સેમી અને વ્યાસ 2.8 સેમી છે. તો આવાં 45 ગુલાબજાંબુમાં આશરે કેટલી ખાંડની ચાસણી હશે તે શોધો. (જુઓ આકૃતિ)**



➤ 

ગુલાબજાંબુના નળાકાર ભાગની ત્રિજ્યા = બંને છેડે લગાવેલ અર્ધગોલકોની ત્રિજ્યા

વ્યાસ = 2.8 સેમી $\therefore r = \frac{\text{વ્યાસ}}{2} = \frac{2.8}{2} = 1.4$ સેમી

ગુલાબજાંબુના નળાકાર ભાગની ઊંચાઈ

H = કુલ લંબાઈ − 2 × અર્ધગોલકની ત્રિજ્યા

$= 5 - 2 \times 1.4$

$H = 5 - 2.8 = 2.2$ સેમી

એક ગુલાબજાંબુનું ઘનફળ = નળાકારનું ઘનફળ + 2 × અર્ધગોલકનું ઘનફળ

$= \pi r^2 H + 2 \times \frac{2}{3} \pi r^3$

$$= \pi r^2 \left(H + \frac{4}{3} r\right)$$

$$= \frac{22}{7} \times 1.4 \times 1.4 \left[2.2 + \frac{4}{3} \times 1.4\right] \text{ સેમી}^3$$

$$= 6.16 \; [4.07] \text{ સેમી}^3$$

$$= 25.0712 \text{ સેમી}^3$$

આમ, એક ગુલાબજાંબુનું ઘનફળ = 25.0712

$\therefore$ 45 ગુલાબજાંબુનું ઘનફળ = 45 × 25.0712

= 1128.204 સેમી^{3}

ગુલાબજાંબુના ઘનફળમાં 30% ચાસણી છે.

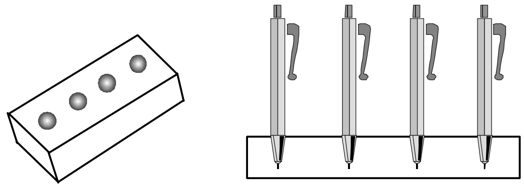
$\therefore$ 45 ગુલાબજાંબુમાં સમાતી ખાંડની ચાસણીનું ઘનફળ = 45 ગુલાબજાંબુના ઘનફળનાં 30%

$$= 1128.204 \times \frac{30}{100}$$

45 ગુલાબજાંબુમાં સમાતી ખાંડની ચાસણીનું ઘનફળ = 338.4612 સેમી^{3}

= 338 સેમી^{3} (લગભગ)

4. એક લાકડાનું લંબઘન પેન-સ્ટેન્ડ ચાર શંકુ આકારના છિદ્રવાળું બનાવેલું છે. લંબઘનનાં માપ 15 સેમી × 10 સેમી × 3.5 સેમી છે. છિદ્રવાળા દરેક ભાગની ત્રિજ્યા 0.5 સેમી અને ઊંડાઈ 1.4 સેમી છે, તો લાકડાના સ્ટેન્ડનું ઘનફળ શોધો. (જુઓ આકૃતિ)



➤ લંબઘનના દરેક ભાગની ત્રિજ્યા 0.5 સેમી અને ઊંડાઈ 1.4 સેમી છે.

લાકડાના સ્ટેન્ડનું ઘનફળ V

$= \text{લાકડા સમઘનનું ઘનફળ} - 4 \times \frac{1}{3} \pi r^2 h$

$= [(15 \times 10 \times 3.5) - (4 \times \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times (0.5)^2 \times 1.4)] \text{ સેમી}^3$

$= \left[(525) - \left(4 \times \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{5}{10} \times \frac{5}{10} \times \frac{14}{10}\right)\right] \text{ સેમી}^3$

$= \left[(525) - \frac{4}{3} \times \frac{11}{10}\right] \text{ સેમી}^3$

$= \left[(525) - \left(\frac{22}{15}\right)\right] \text{ સેમી}^3$

$= \frac{7875 - 22}{15} \text{ સેમી}^3$

$= \frac{7853}{15} \text{ સેમી}^3$

$= 523.53 \text{ સેમી}^3$

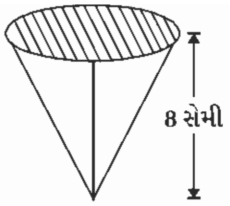
આમ, લાકડાનાં સ્ટેન્ડનું ઘનફળ 523.53 સેમી^{3}

5. એક વાસણનું સ્વરૂપ ઊંધા શંકુ જેવું છે. તેની ઊંચાઈ 8 સેમી અને ઉપરના ખુલ્લા ભાગની ત્રિજ્યા 5 સેમી છે. તે ઉપરની ધાર સુધી પાણીથી ભરેલું છે. જ્યારે વાસણમાં 0.5 સેમી ત્રિજ્યાવાળી ધાતુની ગોળીઓ નાંખવામાં આવે છે, ત્યારે એક ચતુર્થાંશ જેટલું પાણી બહાર નીકળે છે તો વાસણમાં નાખેલી ધાતુની ગોળીઓની સંખ્યા શોધો.

➤ શંકુ આકારના વાસણની ત્રિજ્યા = 5 સેમી

ઊંચાઈ H = 8 સેમી

|←— 5 સેમી —→|



વાસણનું ઘનફળ $= \frac{1}{3}\pi R^2 H$

$= \frac{1}{3} \times \pi \times (5)^2 \times 8$ સેમી^{3}

$= \frac{200}{3}\pi$ સેમી^{3}

1 ધાતુની ગોળીનું ઘનફળ $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3} \times \pi \times (0.5)^3$

$= \frac{4}{3} \times \pi \times \frac{5}{10} \times \frac{5}{10} \times \frac{5}{10}$ સેમી^{3}

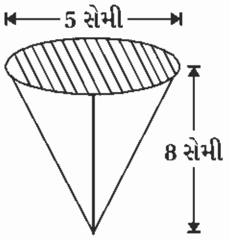
$= \frac{0.5\pi}{3}$ સેમી^{3}

ગોળી નાંખવાથી $\frac{1}{4}$ જેટલું પાણી બહાર નીકળે છે.

$\therefore \frac{1}{4} \times \frac{200\pi}{3} = \frac{50}{3}\pi$ સેમી^{3}

➤ શંકુ આકારના વાસણની ત્રિજ્યા = 5 સેમી

ઊંચાઈ H = 8 સેમી



વાસણનું ઘનફળ $= \frac{1}{3}\pi R^2 H$

$= \frac{1}{3} \times \pi \times (5)^2 \times 8$ સેમી^{3}

$= \frac{200}{3}\pi$ સેમી^{3}

1 ધાતુની ગોળીનું ઘનફળ $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3} \times \pi \times (0.5)^3$

$= \frac{4}{3} \times \pi \times \frac{5}{10} \times \frac{5}{10} \times \frac{5}{10}$ સેમી^{3}

$= \frac{0.5\pi}{3}$ સેમી^{3}

ગોળી નાંખવાથી $\frac{1}{4}$ જેટલું પાણી બહાર નીકળે છે.

$\therefore \frac{1}{4} \times \frac{200\pi}{3} = \frac{50}{3}\pi$ સેમી^{3}

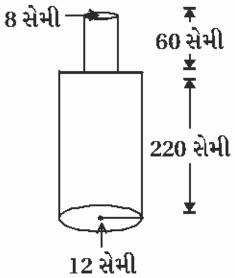
6. એક લોખંડના નળાકાર સ્વરૂપના નક્કર થાંભલાની ઊંચાઈ 220 સેમી છે અને પાયાનો વ્યાસ 24 સેમી છે. તેની ઉપર

60 સેમી ઊંચાઈ અને 8 સેમી ત્રિજ્યાવાળા બીજા નળાકારને મૂકવામાં આવે છે, તો થાંભલાનું દળ શોધો. 1 સેમી^{3} લોખંડનું દળ આશરે 8 ગ્રામ છે. (π = 3.14 લો.)

➤ (i) નક્કર થાંભલાનો વ્યાસ 24 સેમી

$\therefore$ ત્રિજ્યા $R = \frac{24}{2} = 12$ સેમી

પહેલા થાંભલાની ઊંચાઈ H = 220 સેમી



(ii) બીજા થાંભલાની ઊંચાઈ h = 60 સેમી

બીજા થાંભલાની ત્રિજ્યા r = 8 સેમી

થાંભલાનું ઘનફળ = પહેલા થાંભલાનું ઘનફળ + બીજા થાંભલાનું ઘનફળ

$= \pi R^2H + \pi r^2h$

$= \pi\ [R^2H + r^2h]$

$= 3.14\ [(12)^2 \times 220 + (8)^2 \times 60]$ સેમી^{3}

$= 3.14\ [144 \times 220 + 64 \times 60]$ સેમી^{3}

$= 3.14\ [31680 + 3840]$ સેમી^{3}

થાંભલાનું ઘનફળ $= 3.14 \times 35520$ સેમી^{3}

$= 111532.8$ સેમી^{3}

(iii) 1 સેમી^{3} = 8 ગ્રામ

$\therefore$ 111532.8 સેમી^{3} = (?)

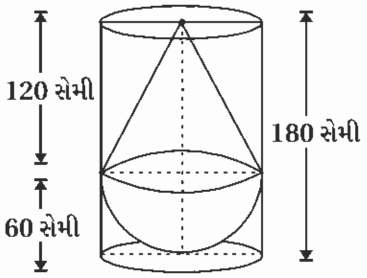
$= \frac{8 \times 111532.8}{1000}$ કિગ્રા

$= \frac{892262.4}{1000} = 892.2624$ કિગ્રા = 892.26 કિગ્રા (આશરે)

આમ, થાંભલાનું દળ 892.26 કિગ્રા થાય.

7. **60 સેમી ત્રિજ્યાવાળા અર્ધગોલક પર સ્થિત લંબવૃત્તીય શંકુની ઊંચાઈ 120 સેમી અને ત્રિજ્યા 60 સેમી છે. તેને પાણીથી સંપૂર્ણ ભરેલા એક લંબવૃત્તીય નળાકારમાં તેના તળિયાને સ્પર્શે તે રીતે ઊભો મૂક્યો છે. જો નળાકારની ત્રિજ્યા 60 સેમી અને ઊંચાઈ 180 સેમી હોય, તો નળાકારમાં બાકી રહેલા પાણીનું ઘનફળ શોધો.**

➤ નળાકારમાં બાકી રહેલા પાણીનું ઘનફળ = નળાકારનું ઘનફળ − [શંકુનું ઘનફળ + અર્ધગોલકનું ઘનફળ]



$= \pi r^2 H - \left[\frac{1}{3}\pi r^2 h + \frac{2}{3}\pi r^3\right]$

$= \pi r^2 \left[H - \frac{1}{3}h - \frac{2}{3}r\right]$

$= \frac{22}{7} \times (60)^2 \times \left[180 - \frac{1}{3} \times 120 - \frac{2}{3} \times 60\right]$ સેમી^{3}

$= \frac{22}{7} \times 60 \times 60 \times (180 - 40 - 40)$ સેમી^{3}

$= \frac{22}{7} \times 60 \times 60 \times 100$ સેમી^{3}

$= \frac{22}{7} \times \frac{60 \times 60 \times 100}{(100)^3}$ મીટર^3

$= \frac{22}{7} \times \frac{60 \times 60 \times 100}{100 \times 100 \times 100}$ મીટર^3

$= \frac{22 \times 6 \times 6}{7 \times 100}$ મીટર^3

નળાકારમાં બાકી રહેલા પાણીનું ઘનફળ

$= \frac{22 \times 36}{7 \times 100} = \frac{792}{7 \times 100} = \frac{792}{700} = 1.131$ મીટર^3 (આશરે)

આમ, નળાકારમાં બાકી રહેલા પાણીનું ઘનફળ 1.131 મી^{3} (આશરે) થાય.

8. એક ગોળાકાર કાચના વાસણની ઉપરનો ભાગ નળાકાર છે. તે નળાકારની ઊંચાઈ 8 સેમી છે અને વ્યાસ 2 સેમી છે. ગોળાકાર ભાગનો વ્યાસ 8.5 સેમી છે. એક બાળક માહિતી પ્રાપ્ત કરે છે કે તેમાં ભરેલા પાણીનું ઘનફળ 345 સેમી^{3} છે. બાળકનો જવાબ સાચો છે કે નહિ તે ચકાસો. ઉપરનાં માપો તેના અંદરના ભાગના છે. π = 3.14 લો.

➤ નળાકારભાગનું ઘનફળ

$V = \pi r^2 h$

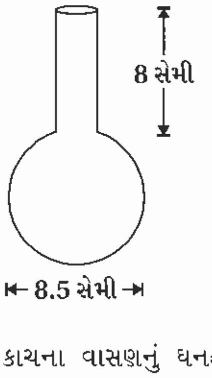
$= 3.14 \times 1^2 \times 8$ સેમી^{3}

$= \frac{314}{100} \times 8$ સેમી^{3}

ગોળાકારની ત્રિજ્યા $R = \frac{8.5}{2}$ સેમી

ગોળાકારનું ઘનફળ $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

$= \frac{4}{3} \times \frac{314}{100} \times \frac{85}{20} \times \frac{85}{20} \times \frac{85}{20}$ સેમી^{3}



કાચના વાસણનું ઘનફળ = નળાકારનું ઘનફળ + ગોળાકારનું ઘનફળ

$= \left[\frac{314}{100} \times 8\right]$ સેમી^{3} $+ \left[\frac{314}{100} \times \frac{4}{3} \times \frac{85 \times 85 \times 85}{8000}\right]$ સેમી^{3}

$$= \frac{314}{100}\left[8 + \frac{4 \times 85 \times 85 \times 85}{24000}\right] \text{ સેમી}^3$$

$$= \frac{314}{100}\left[8 + \frac{614125}{6000}\right] \text{ સેમી}^3$$

$$= \frac{314}{100}\left[\frac{48000 + 614125}{6000}\right] \text{ સેમી}^3$$

$$= \frac{314}{100}\left[\frac{662125}{6000}\right] \text{ સેમી}^3$$

$$= \frac{314}{100} \times \frac{5297}{48} \text{ સેમી}^3$$

➤ નળાકારભાગનું ઘનફળ

$V = \pi r^2 h$

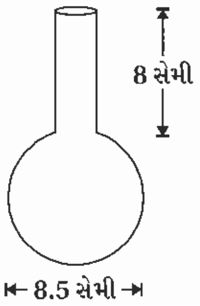
$= 3.14 \times 1^2 \times 8$ સેમી^{3}

$= \frac{314}{100} \times 8$ સેમી^{3}

ગોળાકારની ત્રિજ્યા $R = \frac{8.5}{2}$ સેમી

ગોળાકારનું ઘનફળ $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{314}{100} \times \frac{85}{20} \times \frac{85}{20} \times \frac{85}{20} \text{ સેમી}^3$$



કાચના વાસણનું ઘનફળ = નળાકારનું ઘનફળ + ગોળાકારનું ઘનફળ

$$= \left[\frac{314}{100} \times 8\right] \text{સેમી}^3 + \left[\frac{314}{100} \times \frac{4}{3} \times \frac{85 \times 85 \times 85}{8000}\right] \text{સેમી}^3$$

$$= \frac{314}{100}\left[8 + \frac{4 \times 85 \times 85 \times 85}{24000}\right] \text{ સેમી}^3$$

$$= \frac{314}{100}\left[8 + \frac{614125}{6000}\right] \text{ સેમી}^3$$

$$= \frac{314}{100}\left[\frac{48000 + 614125}{6000}\right] \text{ સેમી}^3$$

$$= \frac{314}{100}\left[\frac{662125}{6000}\right] \text{ સેમી}^3$$

$$= \frac{314}{100} \times \frac{5297}{48} \text{ સેમી}^3$$