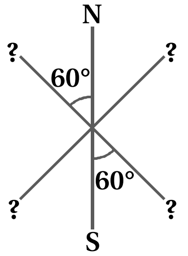
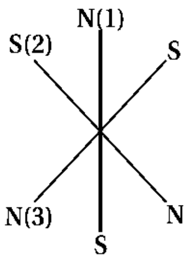
1. **આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે સમાન એવાં ત્રણ ગજિયા ચુંબકોને તેમના કેન્દ્રમાંથી આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે જોડેલા છે. આ રચનાને ધીમેથી બદલાતાં ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં મૂકેલી છે. આ દરમિયાન જાણવા મળે છે કે આ તંત્ર કોઈ જ ગતિ દર્શાવતું નથી. એક ચુંબકના ઉત્તર-દક્ષિણ ધ્રુવ દર્શાવ્યા છે, તો બાકીના બે ચુંબકના ધ્રુવો શોધો.**



➠ જો તંત્ર પર લાગતું પરિણામી બાહ્ય બળ અને પરિણામી ટૉર્ક શૂન્ય હોય તો તંત્ર સંતુલનમાં છે તેમ કહી શકાય. નીચે આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે ચુંબકના ધ્રુવો હોય તો જ આ સંતુલન શક્ય છે.



➠ ચુંબક (1) ના ઉત્તર ધ્રુવથી ચુંબકો (2) અને (3) ના દક્ષિણ ધ્રુવો સમાન અંતરે હોય, તો બંને બાજુ સમાન આકર્ષણ બળ લાગે તેથી, પરિણામી બળ શૂન્ય થાય તેથી ગતિ કરતાં નથી.

2. **ધારો કે, આપણે સ્પષ્ટ પ્રયોગ દ્વારા સ્થિતવિદ્યુત અને સ્થિત ચુંબકત્વ વચ્ચેની સમાનતા ચકાસવા માંગીએ છીએ. આ માટે**

(i) વિદ્યુતક્ષેત્ર $\vec{E}$ માં વિદ્યુત ડાઇપોલ $\vec{p}$ અને

(ii) ચુંબકીય ક્ષેત્ર $\vec{B}$ માં ચુંબકીય ડાઇપોલ $\vec{M}$ ની ગતિ ધ્યાનમાં લો, તો $\vec{E}, \vec{B}, \vec{p}, \vec{M}$ સેટ (set) લખો જેથી બે ગતિઓની સામ્યતાની ચકાસણી થઈ શકે. (પ્રારંભિક શરતો સમાન ધારો)

➠ ધારો કે, $\vec{p}$ ડાઇપોલ મોમેન્ટ અને વિદ્યુત ક્ષેત્ર $\vec{E}$ વચ્ચેનો ખૂણો θ છે. તેથી વિદ્યુત ડાઇપોલ પર લાગતું ટૉર્ક,

$\tau = pE\sin\theta$ ... (1)

➠ ધારો કે, $\vec{M}$ અને $\vec{B}$ વચ્ચેનો ખૂણો θ છે. ચુંબકીય ક્ષેત્ર $\vec{B}$ માં ચુંબકીય ડાઇપોલ મોમેન્ટ $\vec{M}$ હોય તો ટૉર્ક,

$\therefore \tau' = MB\sin\theta$ ... (2)

➠ જો બંનેની ગતિ સમાન હોય, તો $\tau = \tau'$

$\therefore pE\sin\theta = MB\sin\theta$

$\therefore pE = MB$ ... (3)

પરંતુ $E = cB$ છે.

સમીકરણ (3) માં આ કિંમત લેતાં,

$pcB = MB$

$\therefore p = \frac{M}{c}$

3. R ત્રિજ્યાના ગોળાના કેન્દ્ર પર મૂકેલી $\vec{m}$ ડાઇપોલ મોમેન્ટ ધરાવતી બિંદુવત્ ચુંબકીય ડાઇપોલ માટે ગોસનો નિયમ ચકાસો.

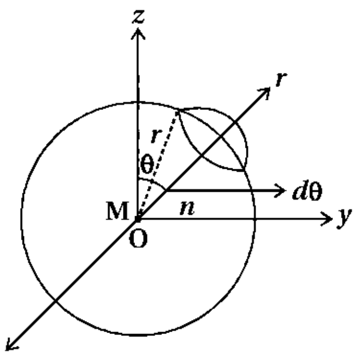
➠ ચુંબકત્વ માટે ગૉસનો નિયમ $\oiint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$ છે.

➠ ઊગમબિંદુ "O" પર ડાઇપોલની મોમેન્ટ $\vec{M} = M\hat{k}$

➠ O થી r અંતરે P બિંદુ વિચારો. OP z-અક્ષ સાથે θ ખૂણો રચે છે. $\vec{M}$ નો OP પરનો ઘટક = Mcosθ છે.

➠ $\vec{M}\cos\theta$ ડાઇપોલ મોમેન્ટના કારણે P બિંદુએ પ્રેરિત ચુંબકીય ક્ષેત્ર, $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2M\cos\theta}{r^3}\hat{r}$

➠ આકૃતિ પરથી કહી શકાય કે ગોળાની ત્રિજ્યા r એ yz-સમતલમાં છે.



➠ P બિંદુએ $d\vec{S}$ ક્ષેત્રફળવાળો સૂક્ષ્મ ખંડ વિચારો.

$$\therefore\ d\vec{S} = r(r\sin\theta)\hat{r} = r^2\sin\theta\, d\theta\,\hat{r}$$

$$\therefore\ \oiint \vec{B}\cdot d\vec{S} = \oiint \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2M\cos\theta}{r^3}\hat{r}\ (r^2\sin\theta d\theta)\hat{r}$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{M}{r}\int_0^{2\pi} 2\sin\theta\cos\theta\, d\theta$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{M}{r}\int_0^{2\pi} \sin 2\theta\, d\theta$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{M}{r}\left(-\frac{\cos 2\theta}{2}\right)_0^{2\pi}$$

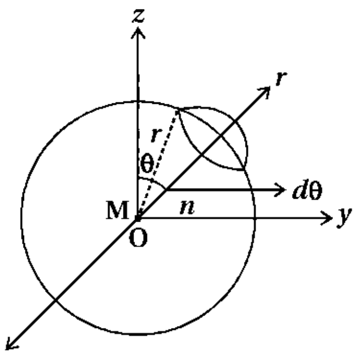
➠ ચુંબકત્વ માટે ગૉસનો નિયમ $\oiint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$ છે.

➠ ઊગમબિંદુ "O" પર ડાઇપોલની મોમેન્ટ $\vec{M} = M\hat{k}$

➠ O થી r અંતરે P બિંદુ વિચારો. OP z-અક્ષ સાથે θ ખૂણો રચે છે. $\vec{M}$ નો OP પરનો ઘટક = Mcosθ છે.

➠ $\vec{M}\cos\theta$ ડાઇપોલ મોમેન્ટના કારણે P બિંદુએ પ્રેરિત ચુંબકીય ક્ષેત્ર, $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2M\cos\theta}{r^3}\hat{r}$

➠ આકૃતિ પરથી કહી શકાય કે ગોળાની ત્રિજ્યા r એ yz-સમતલમાં છે.



➠ P બિંદુએ $d\vec{S}$ ક્ષેત્રફળવાળો સૂક્ષ્મ ખંડ વિચારો.

$$\therefore\ d\vec{S} = r(r\sin\theta)\hat{r} = r^2\sin\theta\, d\theta\,\hat{r}$$

$$\therefore\ \oiint \vec{B}\cdot d\vec{S} = \oiint \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2M\cos\theta}{r^3}\hat{r}\ (r^2\sin\theta d\theta)\hat{r}$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{M}{r}\int_0^{2\pi} 2\sin\theta\cos\theta\, d\theta$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{M}{r}\int_0^{2\pi} \sin 2\theta\, d\theta$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{M}{r}\left(-\frac{\cos 2\theta}{2}\right)_0^{2\pi}$$

4. **$\vec{M}$ ડાઇપોલ મોમેન્ટ અને I જેટલી જડત્વની ચાકમાત્રા (કેન્દ્રમાંથી પસાર થતી અને લંબાઈને લંબ અક્ષને અનુલક્ષીને) ધરાવતાં ગજિયા ચુંબકને તેની લંબાઈને લંબ બે સમાન ભાગમાં કાપવામાં આવે છે. મૂળ ચુંબકના કેન્દ્રમાંથી પસાર થતી લંબાઈને લંબ અક્ષને અનુલક્ષીને ચુંબકીય ક્ષેત્ર B માં આવર્તકાળ T છે, તો દરેક ટુકડાનો આવર્તકાળ T' શોધો.**

➠ ચુંબકીય ક્ષેત્ર B માં ગજિયા ચુંબકનો આવર્તકાળ,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{MB}} \qquad \dots (1)$$

જ્યાં M = ચુંબકની ચુંબકીય ચાકમાત્રા

B = સમાન ચુંબકીય ક્ષેત્ર

અહીં $I = \frac{ml^2}{12}$ જ્યાં m = ચુંબકનું દળ

l = ચુંબકની લંબાઈ

I = ચુંબકની જડત્વની ચાકમાત્રા

➠ ચુંબકના બે સમાન ટુકડા તેની લંબાઈને લંબ કરતાં દરેક ટુકડાનું દળ,

$m' = \frac{m}{2}$ m' = દરેક ચુંબકના ટુકડાનું દળ

$l' = \frac{l}{2}$ l' = દરેક ચુંબકના ટુકડાની લંબાઈ

ગજિયા ચુંબકની જડત્વની ચાકમાત્રા,

$$I' = \frac{1}{12}m'(l')^2$$

જ્યાં I' = ચુંબકના દરેક ટુકડાની જડત્વની ચાકમાત્રા

$$\therefore\ I' = \frac{m}{2}\left(\frac{l}{2}\right)^2\cdot\frac{1}{12}$$

$$I' = \frac{ml^2}{12 \times 8} = \frac{I}{8} \qquad \dots (2)$$

દરેક ટુકડાની ડાઈપોલ મોમેન્ટ.

➠ મૂળ ચુંબકીય ડાઈપોલ મોમેન્ટ $M = (2l)\, q_m$

દરેક ટુકડાની ચુંબકીય ડાઈપોલ મોમેન્ટ,

$$M' = \left(\frac{2l}{2}\right) q_m$$

$$M' = \frac{M}{2} \qquad \dots (3)$$

➠ ચુંબકીય ક્ષેત્ર B માં ગજિયા ચુંબકનો આવર્તકાળ,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{MB}} \qquad \dots (1)$$

જ્યાં M = ચુંબકની ચુંબકીય ચાકમાત્રા

B = સમાન ચુંબકીય ક્ષેત્ર

અહીં $I = \frac{ml^2}{12}$ જ્યાં m = ચુંબકનું દળ

l = ચુંબકની લંબાઈ

I = ચુંબકની જડત્વની ચાકમાત્રા

➠ ચુંબકના બે સમાન ટુકડા તેની લંબાઈને લંબ કરતાં દરેક ટુકડાનું દળ,

$m' = \frac{m}{2}$ $\quad m'$ = દરેક ચુંબકના ટુકડાનું દળ

$l' = \frac{l}{2}$ $\quad l'$ = દરેક ચુંબકના ટુકડાની લંબાઈ

ગજિયા ચુંબકની જડત્વની ચાકમાત્રા,

$$I' = \frac{1}{12} m' (l')^2$$

જ્યાં I' = ચુંબકના દરેક ટુકડાની જડત્વની ચાકમાત્રા

$$\therefore \; I' = \frac{m}{2}\left(\frac{l}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{12}$$

$$I' = \frac{ml^2}{12 \times 8} = \frac{I}{8} \qquad \dots (2)$$

દરેક ટુકડાની ડાઈપોલ મોમેન્ટ.

➠ મૂળ ચુંબકીય ડાઈપોલ મોમેન્ટ $M = (2l)\, q_m$

દરેક ટુકડાની ચુંબકીય ડાઈપોલ મોમેન્ટ,

$$M' = \left(\frac{2l}{2}\right) q_m$$

$$M' = \frac{M}{2} \qquad \dots (3)$$

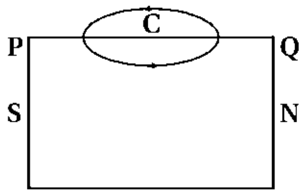
5. (i) H માટે ઍમ્પિયરનો નિયમ

(ii) ગજિયા ચુંબકની અંદર $\vec{B}$ ની રેખા સતત હોય છે તેનો ઉપયોગ કરીને

(a) $\vec{H}$ ની રેખા N ધ્રુવથી S ધ્રુવ જાય છે. જ્યારે,

(b) $\vec{B}$ ની રેખા S ધ્રુવથી N ધ્રુવ જાય છે તેમ દર્શાવો.

➠ આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે, ગજિયા ચુંબકમાંથી $\vec{B}$ ની ચુંબકીય ક્ષેત્ર રેખા વિચારો.



- ચુંબકની ચુંબકીય ક્ષેત્રરેખાઓ બંધગાળો રચે છે જે આકૃતિમાં દર્શાવ્યું છે.
- ધારો કે, C ઍમ્પિયરન લૂપ છે, તો

$$\int_{Q}^{P} \vec{H}\cdot\vec{dl} = \int_{Q}^{P} \frac{\vec{B}}{\mu_0}\cdot\vec{dl} \qquad [\because B = \mu_0 H]$$

- ચુંબકની અંદર $\vec{B}$ અને $\vec{dl}$ વચ્ચેનો ખૂણો 90° કરતાં નાનો હોય છે. તેથી તે ધન મળે. તેથી $\cos\theta > 1$

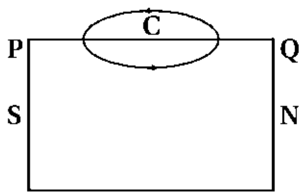
આમ, $\int_{Q}^{P} \vec{H}\cdot\vec{dl} = \int_{Q}^{P} \frac{\vec{B}}{\mu_0}\cdot\vec{dl} > 0$

- તેથી, $\vec{B}$ ની રેખાઓ ચુંબકમાં S માંથી N માં જાય છે.
- ઍમ્પિયરના નિયમ મુજબ,

$$\oint_{PQP} \vec{H}\cdot\vec{dl} = 0$$

$$\oint_{PQP} \vec{H}\cdot\vec{dl} = \int_{P}^{Q} \vec{H}\cdot\vec{dl} + \int_{Q}^{P} \vec{H}\cdot\vec{dl} = 0$$

- આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે, ગજિયા ચુંબકમાંથી $\vec{B}$ ની ચુંબકીય ક્ષેત્ર રેખા વિચારો.



- ચુંબકની ચુંબકીય ક્ષેત્રરેખાઓ બંધગાળો રચે છે જે આકૃતિમાં દર્શાવ્યું છે.
- ધારો કે, C ઍમ્પિયરન લૂપ છે, તો

$$\int_{Q}^{P} \vec{H}\cdot\vec{dl} = \int_{Q}^{P} \frac{\vec{B}}{\mu_0}\cdot\vec{dl} \qquad [\because B = \mu_0 H]$$

- ચુંબકની અંદર $\vec{B}$ અને $\vec{dl}$ વચ્ચેનો ખૂણો 90° કરતાં નાનો હોય છે. તેથી તે ધન મળે. તેથી $\cos\theta > 1$

આમ, $\int_{Q}^{P} \vec{H}\cdot\vec{dl} = \int_{Q}^{P} \frac{\vec{B}}{\mu_0}\cdot\vec{dl} > 0$

- તેથી, $\vec{B}$ ની રેખાઓ ચુંબકમાં S માંથી N માં જાય છે.

➠ ઍમ્પિયરના નિયમ મુજબ,

$$\oint_{PQP} \vec{H} \cdot \vec{dl} = 0$$

$$\oint_{PQP} \vec{H} \cdot \vec{dl} = \int_{P}^{Q} \vec{H} \cdot \vec{dl} + \int_{Q}^{P} \vec{H} \cdot \vec{dl} = 0$$