પ્રકરણ ચાર

ગતિમાન વિદ્યુતભારો અને ચુંબકત્વ (MOVING CHARGES AND MAGNETISM)

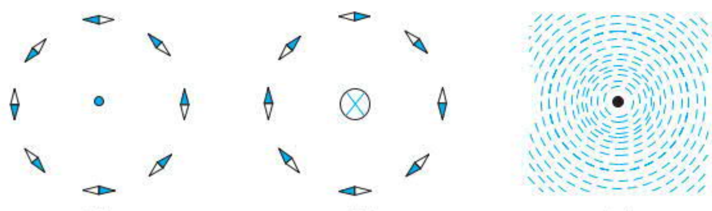
4.1 પ્રસ્તાવના (INTRODUCTION)

વિદ્યુત અને ચુંબકત્વ બંને લગભગ 2000 કરતાં વધુ વર્ષથી જાણીતા છે. આમ છતાં, 1820માં, આશરે 200 વર્ષ પહેલાં, સ્પષ્ટ રીતે જાણવા મળ્યું કે તે બંને એકબીજા સાથે ગાઢ રીતે સંકળાયેલા છે*. 1820ના ઉનાળામાં પિરિયડ દરમિયાન પ્રાયોગિક નિદર્શન કરતી વખતે, ડેનિશ ભૌતિકશાસ્ત્રી હાન્સ ક્રિશ્ચિયન ઑર્સ્ટેડે (Hans Christian Oersted) અનુભવ્યું કે સીધા તારમાંથી વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર કરતી વખતે તેની બાજુમાં રહેલી ચુંબકીય સોયમાં નોંધપાત્ર કોણાવર્તન થાય છે. તેમણે આ ઘટનાની શોધ કરી. તેમણે શોધ્યું કે ચુંબકીય સોયનું કોણાવર્તન સીધા તારને કેન્દ્ર તરીકે ગણતાં તારને લંબસમતલમાં રહેલા કાલ્પનિક વર્તુળના સ્પર્શકની દિશામાં હોય છે. આ પરિસ્થિતિ આકૃતિ 4.1(a) માં દર્શાવી છે. જ્યારે વિદ્યુતપ્રવાહ મોટો હોય અને ચુંબકીય સોય તારથી પુરતી નજીક હોય કે જેથી પૃથ્વીનું ચુંબકીયક્ષેત્ર અવગણી શકાય ત્યારે આમ અનુભવી શકાય છે. પ્રવાહની દિશા ઉલટાવીએ તો સોયનું કોણાવર્તન પણ ઉલટાઈ જાય છે [આકૃતિ 4.1(b)]. પ્રવાહ વધારતાં અથવા ચુંબકીય સોયને તારની નજીક લાવતાં કોણાવર્તન વધે છે. લોખંડની કણીઓ (ભૂકો) તારની આજુબાજુમાં ભભરાવવામાં આવે તો તાર કેન્દ્રમાં રહે તે રીતે કણીઓ સમકેન્દ્રી વર્તુળોમાં ગોઠવાય છે [આકૃતિ 4.1(c)]. ઑર્સ્ટેડે તારવ્યું કે ગતિમાન વિદ્યુતભાર અથવા પ્રવાહો તેમની આસપાસના અવકાશમાં ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે.

ત્યારબાદ આવા પ્રયોગોની ઘટમાળ ચાલી. 1864માં જેમ્સ મેક્સવેલે વિદ્યુત અને ચુંબકત્વ જે નિયમોનું પાલન કરે છે તે નિયમો તારવ્યા તથા ત્યારબાદ એવી અનુભૂતિ કરી કે પ્રકાશ એ વિદ્યુતચુંબકીય

* પ્રકરણ 1, પાના નંબર 3 પરના બોક્ષમાં જુઓ.

તરંગો છે. રેડિયો તરંગોની શોધ હર્ટ્ઝે કરી અને 19મી સદીના અંતભાગમાં જે. સી. બોઝ તથા જી. માર્કોનીએ તેને ઉત્પન્ન કરી બતાવ્યા. 20મી સદીમાં વિજ્ઞાન અને ટેક્નોલૉજીએ હરણફાળ ભરી. વિદ્યુત ચુંબકત્વ વિશે વધુ માહિતી પ્રાપ્ત થતાં તથા વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો ઉત્પન્ન કરવા, વિવર્ધિત કરવા, તેનું પ્રસારણ અને પરખ (Detection, તેમની હાજરીની નોંધ) કરવા માટેનાં સાધનોની શોધને કારણે આ શક્ય બન્યું.



(a) (b) (c)

આકૃતિ 4.1 સીધા-લાંબા વિદ્યુતપ્રવાહધારિત તારને લીધે ઉદ્ભવતું ચુંબકીયક્ષેત્ર. તાર આ પાનાના પૃષ્ઠને લંબરૂપે છે. ચુંબકીય સોય તારની આજુબાજુ ગોળાકારમાં ગોઠવાયેલ છે. ચુંબકીય સોયોનું કોણાવર્તન (a) જ્યારે વિદ્યુતપ્રવાહ પાનાના પૃષ્ઠમાંથી બહાર તરફ આવતો હોય, (b) જ્યારે વિદ્યુતપ્રવાહ પાનાના પૃષ્ઠમાં અંદર તરફ જતો હોય, (c) લોખંડની કણીઓ (ભૂકો)ની તારની આસપાસ ગોઠવણી. ચુંબકીય સોયનો ઘટ્ટ ભાગ તેમનો ઉત્તરધ્રુવ દર્શાવે છે. પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રની અસર અવગણેલ છે.

ગતિ કરતા વિદ્યુતભારો જેવા કે ઇલેક્ટ્રૉન, પ્રોટોન અને વિદ્યુતપ્રવાહ વહન કરતાં તાર પર ચુંબકીયક્ષેત્ર કેવી રીતે બળ લગાડે છે તે આપણે આ પ્રકરણમાં જોઈશું. આપણે એ પણ શીખીશું કે વિદ્યુતપ્રવાહ કેવી રીતે ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે. સાઈક્લોટ્રોનમાં (વિદ્યુતભારીત) કણોને ખૂબ ઊંચી ઊર્જાઓ સુધી કેવી રીતે પ્રવેગિત કરી શકાય તે જોઈશું. ગેલ્વેનોમીટરની મદદથી વિદ્યુતપ્રવાહો અને વીજદબાણ (વોલ્ટેજ)ની પરખ કેવી રીતે કરી શકાય તે પણ શીખીશું.

આ પ્રકરણ અને તે પછીના ચુંબકત્વના પ્રકરણમાં આપણે નીચે આપેલી રુઢિ (પ્રણાલિકા, Convention) અનુસરીશું. પાનાના પૃષ્ઠમાંથી બહાર તરફ નીકળતા વિદ્યુતપ્રવાહ કે ક્ષેત્ર (વિદ્યુત કે ચુંબકીય)ને ટપકાં $\odot$ વડે દર્શાવીશું. પાનાના પૃષ્ઠમાં પ્રવેશતા વિદ્યુતપ્રવાહ કે ક્ષેત્રને ચોકડી $\otimes$ વડે દર્શાવીશું*. આકૃતિઓ 4.1(a) અને 4.1(b)માં આ પરિસ્થિતિઓ, અનુક્રમે દર્શાવી છે.

હાન્સ ક્રિશ્ચિયન ઑર્સ્ટેડ (1777-1851) ડેનિશ ભૌતિકશાસ્ત્રી અને રસાયણશાસ્ત્રી, જે કોપનહેગનમાં પ્રોફેસર હતાં. તેમણે અનુભવ્યું કે વિદ્યુતપ્રવાહધારિત તાર પાસે ચુંબકીય સોય લાવતાં તે કોણાવર્તન અનુભવે છે. આ શોધ દ્વારા વિદ્યુત અને ચુંબકીય ઘટનાઓ વચ્ચે સંકલન હોવાની સૌ પ્રથમ માહિતી મળી.

હાન્સ ક્રિશ્ચિયન ઑર્સ્ટેડ (1777-1851)

4.2 ચુંબકીયબળ (MAGNETIC FORCE)

4.2.1 ઉદ્ગમો અને ક્ષેત્રો (Sources and Fields)

ચુંબકીયક્ષેત્ર **B**નો પરિચય કરતાં પહેલાં આપણે પ્રકરણ-1માં વિદ્યુતક્ષેત્ર **E** વિશે જે ભણ્યા તે યાદ કરી લઈએ. આપણે જોયું હતું કે બે વિદ્યુતભારો વચ્ચેની આંતરક્રિયા બે ભાગમાં સમજી શકાય છે. વિદ્યુતક્ષેત્રનું ઉદ્ગમ એવો વિદ્યુતભાર Q, વિદ્યુતક્ષેત્ર **E** ઉત્પન્ન કરે છે જ્યાં,

* ટપકું જાણે કે તીરની અણી આપણી તરફ રાખી હોય તેમ દેખાય છે. જ્યારે ચોકડી એ જાણે કે પુચ્છ પર પીંછાં ધરાવતું તીર આપણાથી દૂરની તરફ ગતિ કરે છે એમ દેખાય છે.

હેન્ડ્રીક ઍન્ટુન લોરેન્ઝ (Hendrik Antoon Lorentz) (1853-1928)

હેન્ડ્રીક ઍન્ટુન લોરેન્ઝ (Hendrik Antoon Lorentz) (1853-1928) ડચ સૈદ્ધાંતિક ભૌતિકશાસ્ત્રી અને લેઈડનમાં પ્રોફેસર તેણે વિદ્યુત, ચુંબકત્વ અને ગતિશાસ્ત્ર વચ્ચેના સંબંધો શોધ્યા હતા. ચુંબકીયક્ષેત્રના કારણે પ્રકાશના ઉત્સર્જકો (Emitters) પર જોવા મળેલી ચુંબકીય ક્ષેત્રોની અસર (ઝીમાન અસર)ને સમજાવવા તેણે પરમાણુમાં વિદ્યુતભારો હોવાની સંકલ્પના કરી હતી. જે માટે તેને 1902માં નૉબલ પારિતોષિક એનાયત થયું હતું. તેણે ગૂંચવણભરી ગાણિતિક દલીલો વડે પરિવર્તન (Transformation) સમીકરણો તારવ્યા હતા (જે તેના માનમાં લોરેન્ઝ પરિવર્તન સમીકરણો તરીકે જાણીતા થયા) પરંતુ તે જાણતો ન હતો કે આ સમીકરણો અવકાશ અને સમયના નવા ખ્યાલ (Concept) તરફ દોરી જશે.

$$\mathbf{E} = Q\hat{r} / (4\pi\varepsilon_0) r^2 \tag{4.1}$$

જ્યાં $\hat{r}$ એ rની દિશામાંનો એકમ સદિશ છે અને ક્ષેત્ર **E** એ સદિશ ક્ષેત્ર છે. વિદ્યુતભાર q આ ક્ષેત્ર સાથે આંતરક્રિયા કરે છે અને બળ **F** અનુભવે છે, જેનું સમીકરણ

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} = qQ\hat{r} / (4\pi\varepsilon_0) r^2 \tag{4.2}$$

વડે અપાય છે. પ્રકરણ-1માં દર્શાવ્યું હતું તેમ ક્ષેત્ર **E** કોઈ માનવસર્જિત વસ્તુ નથી પરંતુ તેનું ભૌતિક મહત્વ છે. તે ઊર્જા અને વેગમાનને વહન કરી શકે છે, તથા તે તત્ક્ષણ ઉદ્ભવતું (સ્થાપિત થતું) નથી, પરંતુ તે વહન માટે ચોક્કસ સમય લે છે. ક્ષેત્રના આ ખ્યાલનો ફેરેડેએ વિશેષ આગ્રહ રાખ્યો હતો અને મૅક્સવેલે વિદ્યુત અને ચુંબકત્વના એકીકીકરણ (Unification)માં તેનો ઉપયોગ કર્યો હતો. અવકાશના દરેક બિંદુ (સ્થાન) પર આધારિત હોવા ઉપરાંત તે સમય સાથે પણ બદલાઈ શકે છે, એટલે કે તે સમયનું વિધેય પણ હોઈ શકે છે. આ પ્રકરણમાં આપણી ચર્ચા દરમ્યાન આપણે માનીશું કે આ ક્ષેત્રો સમય સાથે બદલાતાં નથી.

કોઈ એક બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્ર, એક કે વધુ વિદ્યુતભારોના કારણે હોઈ શકે. જો વધારે વિદ્યુતભારો હાજર હોય તો આ ક્ષેત્રોનો સદિશ સરવાળો થાય છે. પ્રકરણ-1માં તમે શીખ્યા કે આને સંપાતપણાનો સિદ્ધાંત કહે છે. એક વખત ક્ષેત્ર જાણવા મળે એટલે પરીક્ષણ વિદ્યુતભાર (Test Charge) પર લાગતું બળ, સમીકરણ (4.2) પરથી મેળવી શકાય છે.

જેવી રીતે સ્થિર વિદ્યુતભારો વિદ્યુતક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે, તેવી રીતે વિદ્યુતપ્રવાહો કે ગતિમાન વિદ્યુતભારો (વધારાનું) ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે. તેને **B(r)** વડે દર્શાવાય છે, જે પણ સદિશક્ષેત્ર છે. તેને વિદ્યુતક્ષેત્ર જેવા કેટલાક મૂળભૂત ગુણધર્મો છે. તે અવકાશના દરેક બિંદુએ વ્યાખ્યાયિત કરી શકાય છે (અને તે પણ સમય પર આધારિત હોઈ શકે છે). પ્રાયોગિક રીતે, તે સંપાતપણાના સિદ્ધાંતને અનુસરે છે તેમ માલુમ પડ્યું છે. ઘણા બધા ચુંબકીય ઉદ્ગમોનું ચુંબકીયક્ષેત્ર દરેક ઉદ્ગમના સ્વતંત્ર ચુંબકીયક્ષેત્રના સદિશ સરવાળા જેટલું હોય છે.

4.2.2 ચુંબકીયક્ષેત્ર, લોરેન્ઝબળ (Magnetic Field, Lorentz Force)

ધારો કે વિદ્યુતક્ષેત્ર **E(r)** અને ચુંબકીયક્ષેત્ર **B(r)**ની હાજરીમાં કોઈ એક બિંદુવત વિદ્યુતભાર q ($\boldsymbol{\upsilon}$ વેગથી ગતિ કરતો અને t સમયે **r** સ્થાને) રહેલો છે. આ બંનેના કારણે વિદ્યુતભાર q પર લાગતું બળ આ મુજબ લખી શકાય.

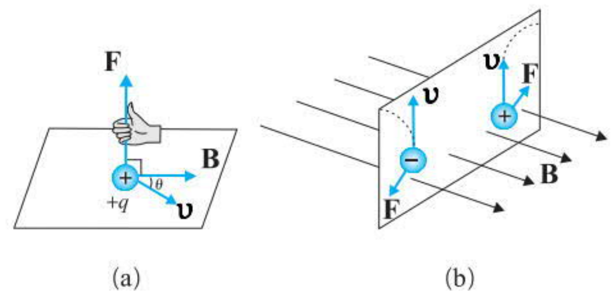
$$\mathbf{F} = q[\mathbf{E}(\mathbf{r}) + \boldsymbol{\upsilon} \times \mathbf{B}(\mathbf{r})] = \mathbf{F}_{\text{વિદ્યુત}} + \mathbf{F}_{\text{ચુંબકીય}} \tag{4.3}$$

આ બળ સૌપ્રથમ એચ.એ. લોરેન્ઝે, ઍમ્પિયર અને બીજાઓએ કરેલા ઘણા પ્રયોગોના આધારે દર્શાવ્યું હતું. તેને લોરેન્ઝ બળ કહે છે. વિદ્યુતક્ષેત્રના કારણે લાગતા બળ વિશે તમે વિગતવાર અભ્યાસ કર્યો હતો. જો આપણે ચુંબકીયક્ષેત્ર સાથેની પ્રતિક્રિયા જોઈએ તો આપણને આ મુજબની લાક્ષણિકતાઓ જાણવા મળે.

(i) તે q, $\boldsymbol{\upsilon}$ અને **B** (કણના વિદ્યુતભાર, વેગ અને ચુંબકીયક્ષેત્ર) પર આધાર રાખે છે. *ઋણ વિદ્યુતભાર પરનું બળ ધન વિદ્યુતભાર પરના બળ કરતાં વિરુદ્ધ દિશામાં હોય છે.*

(ii) ચુંબકીય બળ $q[\mathbf{v} \times \mathbf{B}]$ એ વેગ અને ચુંબકીયક્ષેત્રનો સદિશ ગુણાકાર ધરાવે છે. સદિશ ગુણાકારના કારણે જ્યારે વેગ અને ચુંબકીયક્ષેત્ર એકબીજાને સમાંતર કે પ્રતિસમાંતર હોય ત્યારે ચુંબકીયક્ષેત્રના કારણે લાગતું બળ શૂન્ય થાય છે. આ બળ, વેગ અને ચુંબકીયક્ષેત્ર બંનેને લંબરૂપે લાગે છે. તેની દિશા સ્ક્રૂના નિયમ કે જમણા હાથના સદિશ માટેના નિયમ (સદિશ ગુણાકાર) વડે આકૃતિ 4.2માં દર્શાવેલ છે.

(iii) જો વિદ્યુતભાર ગતિ ન કરતાં હોય (કે જેથી $|\mathbf{v}| = 0$) તો ચુંબકીય બળ શૂન્ય હોય છે. ગતિમાન વિદ્યુતભાર જ ચુંબકીયક્ષેત્ર અનુભવી શકે છે.



આકૃતિ 4.2 વિદ્યુતભારિત કણ પર લાગતાં ચુંબકીય બળની દિશા. (a) ચુંબકીયક્ષેત્ર **B** સાથે θ કોણ બનાવતી દિશામાં **υ** વેગથી ગતિ કરતાં ધન વિદ્યુતભારિત કણ પર લાગતું બળ જમણા હાથના નિયમ વડે દર્શાવાય છે. (b) ચુંબકીયક્ષેત્રની હાજરીમાં ગતિ કરતો q વિદ્યુતભારિત કણ $-q$ની સરખામણીમાં વિરુદ્ધ દિશામાં કોણાવર્તન અનુભવે છે.

જો ચુંબકીય બળ માટેના સમીકરણ

$$F = q[\mathbf{v} \times \mathbf{B}] = q\, \upsilon\, B \sin\theta\, \hat{\boldsymbol{n}}$$

જ્યાં, θ એ **υ** અને **B** વચ્ચેનો કોણ છે [જુઓ આકૃતિ 4.2(a)], માં આપણે q, **F** અને **υ** બધાને એક એકમ લઈએ તો ચુંબકીય બળ માટેનું સૂત્ર ચુંબકીયક્ષેત્રનો એકમ વ્યાખ્યાયિત કરવા માટે મદદરૂપ થાય છે. જો ચુંબકીયક્ષેત્ર **B**ને લંબ દિશામાં 1 m/sની ઝડપથી ગતિ કરતા એકમ વિદ્યુતભાર (1 C) પર લાગતું બળ એક ન્યૂટન હોય તો ચુંબકીયક્ષેત્ર Bનું મૂલ્ય 1 SI એકમ જેટલું હોય છે.

પરિમાણની રીતે $[B] = [F/q\upsilon]$ હોય છે અને **B**ના એકમો ન્યૂટન સેકન્ડ/કુલંબ મીટર (N s/C m) છે. આ એકમને નિકોલા ટેસ્લા (Nikola Tesla : 1856-1943)ના માનમાં ટેસ્લા (tesla (T)) વડે દર્શાવવામાં આવે છે. ટેસ્લા મોટો એકમ છે. એક નાનો એકમ (SI એકમ નથી) જેને ગૉસ ($= 10^{-4}$ ટેસ્લા) કહેવાય છે, તે પણ ઉપયોગમાં લેવાય છે. પૃથ્વીનું ચુંબકીયક્ષેત્ર આશરે 3.6×10^{-5} T જેટલું છે. કોષ્ટક 4.1માં બ્રહ્માંડમાં વિશાળ વિસ્તારોમાંનાં ચુંબકીયક્ષેત્ર દર્શાવ્યાં છે.

કોષ્ટક 4.1 જુદી જુદી ભૌતિક પરિસ્થિતિઓમાં ચુંબકીયક્ષેત્રના માનના ક્રમ

ભૌતિક પરિસ્થિતિ	Bનું માન (ટેસ્લામાં)
ન્યુટ્રૉન તારાની સપાટી	10^{8}
કોઈ પ્રયોગશાળામાં મહત્તમ ક્ષેત્રનું મૂલ્ય	1
નાના લંબચોરસ ચુંબક (Bar Magnet)ની પાસે	10^{-2}
પૃથ્વીની સપાટી પર	10^{-5}
મનુષ્યના ચેતા તંતુ	10^{-10}
તારાઓ વચ્ચેના અવકાશમાં	10^{-12}

4.2.3 વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત વાહક પર લાગતું ચુંબકીય બળ (Magnetic Force on a Current-Carrying Conductor)

આપણે કોઈ એક ગતિમાન વિદ્યુતભાર પર ચુંબકીયક્ષેત્રના કારણે લાગતા બળનું વિશ્લેષણ આગળ વધારીને વિદ્યુતપ્રવાહધારિત સીધા સળીયા માટે ઉપયોગમાં લઈ શકીએ. l લંબાઈ અને A આડછેદનું ક્ષેત્રફળ ધરાવતો નિયમિત (સમાંગ) સળીયો વિચારો. સુવાહકની જેમ આપણે એક પ્રકારના ગતિમાન વિદ્યુતભારો (અહીંયા ઈલેક્ટ્રૉન) ધારી લઈશું. ધારોકે, તેમાં ગતિમાન વિદ્યુતભારોની સંખ્યા ઘનતા n છે. આથી તેમાં રહેલા કુલ ગતિમાન વિદ્યુતભારોની સંખ્યા nlA છે. આ સુવાહક સળીયામાં સ્થિર

વિદ્યુતપ્રવાહ I માટે, આપણે ધાર્યું કે દરેક ગતિમાન વાહકનો સરેરાશ ડ્રીફ્ટ (Drift) વેગ $\mathbf{v}_d$ (પ્રકરણ 3 જુઓ) છે. બાહ્ય ચુંબકીયક્ષેત્ર Bની હાજરીમાં, આ ગતિમાન વાહક પર લાગતું બળ :

$$\mathbf{F} = (nlA)q\,\mathbf{v}_d \times \mathbf{B}$$

જ્યાં q, એ વાહક કણ પરનો વિદ્યુતભાર છે. હવે $nq\mathbf{v}_d$ એ વિદ્યુતપ્રવાહ ઘનતા $\mathbf{j}$ છે અને $|nq\mathbf{v}_d|A$ એ વિદ્યુતપ્રવાહ I છે. [વિદ્યુતપ્રવાહ અને વિદ્યુતપ્રવાહ ઘનતા વિશે વધુ માહિતી માટે પ્રકરણ-3 જુઓ]. આથી,

$$\mathbf{F} = [(nq\mathbf{v}_d)lA] \times \mathbf{B} = [\,\mathbf{j}Al\,] \times \mathbf{B}$$
$$= I\mathbf{l} \times \mathbf{B} \tag{4.4}$$

જ્યાં, $\mathbf{l}$ એ સળિયાની લંબાઈ l જેટલા માનનો સદિશ છે અને તેની દિશા વિદ્યુતપ્રવાહ Iની દિશામાં છે. નોંધો કે વિદ્યુતપ્રવાહ I એ સદિશ નથી. સમીકરણ(4.4)ના છેલ્લા પદ પર જતી વખતે, આપણે સદિશ ચિહ્નને $\mathbf{j}$ થી $\mathbf{l}$ પર બદલ્યું છે.

સમીકરણ (4.4) સીધા સળીયા માટે લાગુ પાડી શકાય છે. આ સમીકરણમાં B એ બાહ્ય ચુંબકીયક્ષેત્ર છે. તે વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત સળીયા વડે ઉદ્ભવેલું ચુંબકીયક્ષેત્ર નથી. જો તારનો બીજો કોઈ યાદચ્છિક આકાર હોય તો આપણે તેના પરનું લોરેન્ઝ બળ, તેને $d\mathbf{l}_j$ લંબાઈના સીધા સૂક્ષ્મ ટુકડાઓનો બનેલો ધારીને તેમના સરવાળા દ્વારા મેળવી શકીએ.

$$\mathbf{F} = \sum_j I d\mathbf{l}_j \times \mathbf{B}$$

મોટા ભાગના કિસ્સાઓમાં આ સરવાળાને સંકલનના રૂપમાં ફેરવી શકાય છે.

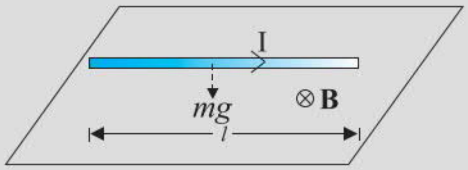
પરમિટિવિટી (પરાવૈદ્યુતાંક) અને પરમિએબિલિટી (પારગમ્યતા) વિષે (ON PERMITTIVITY AND PERMEABILITY)

ગુરુત્વાકર્ષણના સાર્વત્રિક નિયમમાં આપણે કહીએ છીએ કે, કોઈ પણ બે બિંદુવત દ્રવ્યમાનો એકબીજા પર બળ લગાડે છે, જે તેમના દ્રવ્યમાન m_1m_2ના ગુણાકારના સમપ્રમાણમાં અને તેમની વચ્ચેના અંતર rના વર્ગના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં હોય છે. આપણે તેને $F = Gm_1m_2/r^2$ વડે દર્શાવીએ છીએ, જ્યાં G એ ગુરુત્વાકર્ષણનો સાર્વત્રિક અચળાંક છે. તે જ રીતે સ્થિત વિદ્યુતના કુલંબના નિયમ મુજબ, એકબીજાથી r અંતરે રહેલા બે બિંદુવત વિદ્યુતભારો q_1, q_2 વચ્ચે લાગતું બળ $F = kq_1q_2/r^2$, જ્યાં k એ સપ્રમાણતાનો અચળાંક છે. SI એકમ પદ્ધતિમાં, kને $1/4\pi\varepsilon$ વડે દર્શાવવામાં આવે છે જ્યાં ε એ માધ્યમની પરમિટિવિટી છે. તે જ રીતે ચુંબકત્વમાં, આપણને બીજો અચળાંક મળે છે, જે SI એકમ પદ્ધતિમાં, $\mu/4\pi$ વડે દર્શાવવામાં આવે છે, જ્યાં μ એ માધ્યમની પરમિએબિલિટી છે.

G, ε અને μ સપ્રમાણતા અચળાંક તરીકે આવતા હોવા છતાં, ગુરુત્વીય બળ અને વિદ્યુતચુંબકીય બળ વચ્ચે તફાવત છે. ગુરુત્વબળ, વચ્ચેના કોઈ માધ્યમ પર આધાર રાખતું નથી, જ્યારે વિદ્યુતચુંબકીય બળ એ વિદ્યુતભારો કે ચુંબકો વચ્ચેના માધ્યમ પર આધાર રાખે છે. આમ, G સાર્વત્રિક અચળાંક છે, જ્યારે ε અને μ માધ્યમ પર આધારિત છે. જુદા જુદા માધ્યમમાં તેમના મૂલ્યો અલગ હોય છે. ગુણાકાર $\varepsilon\mu$ એ તે માધ્યમમાં વિદ્યુતચુંબકીય તરંગના વેગ v સાથે $\varepsilon\mu = 1/v^2$ સમીકરણ દ્વારા સંકળાયેલ છે.

વિદ્યુત પરમિટિવિટી ε એવી ભૌતિક રાશી છે કે જે વિદ્યુતક્ષેત્ર માધ્યમ પર અને માધ્યમ વિદ્યુતક્ષેત્ર પર કેવી અસર કરે છે તે દર્શાવે છે. વિદ્યુતક્ષેત્રની અસર હેઠળ આપેલ દ્રવ્યની પોલરાઈઝ (ધ્રુવીભૂત) થવાની અને એ રીતે વિદ્યુતક્ષેત્રને અંશતઃ નાબૂદ કરવાની ક્ષમતા વડે નક્કી થાય છે. તે જ રીતે ચુંબકીય પરમિએબિલિટી μ એ ચુંબકીયક્ષેત્રમાં દ્રવ્યની ચુંબકત્વ મેળવવા (ધારણ કરવા)ની ક્ષમતા દર્શાવે છે. તે, દ્રવ્ય કેટલી માત્રામાં ચુંબકીયક્ષેત્ર મેળવી શકશે તેનું માપ છે.

ઉદાહરણ 4.1 200 ગ્રામ દળનો અને 1.5 m લંબાઈનો એક સીધો તાર 2 A વિદ્યુતપ્રવાહ ધરાવે છે. તેને સમક્ષિતિજ અને સમાન ચુંબકીયક્ષેત્ર **B** (આકૃતિ 4.3)માં હવામાં લટકતો (Suspended) રાખેલ છે. ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂલ્ય કેટલું હશે ?



આકૃતિ 4.3

ઉકેલ સમીકરણ (4.4) પરથી, આપણને ઉર્ધ્વદિશામાં લાગતું I l B મૂલ્યનું બળ મળે. હવામાં લટકવા માટે, આ બળ ગુરુત્વીય બળને સમતોલતું હોવું જોઈએ :

$$mg = \mathrm{I}l\mathrm{B}$$

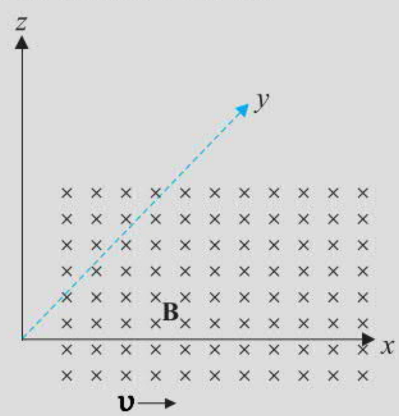
$$\mathrm{B} = \frac{mg}{\mathrm{I}l}$$

$$= \frac{0.2 \times 9.8}{2 \times 1.5} = 0.65\,\mathrm{T}$$

નોંધો કે તારની એકમ લંબાઈ દીઠ દ્રવ્યમાન m/l આપેલ હોત તો તે પણ પુરતું હતું. પૃથ્વીનું ચુંબકીયક્ષેત્ર આશરે 4×10^{-5} T છે, જે આપણે અવગણ્યું છે.

ઉદાહરણ 4.1

ઉદાહરણ 4.2 જો ચુંબકીયક્ષેત્ર ધન y-અક્ષને સમાંતર હોય અને વિદ્યુતભારિત કણ ધન x-અક્ષ પર ગતિ કરતો હોય (આકૃતિ 4.4), તો (a) ઈલેક્ટ્રૉન (ઋણ વિદ્યુતભાર), (b) પ્રોટોન (ધન વિદ્યુતભાર) પર કઈ દિશામાં લોરેન્ઝ બળ લાગશે ?



આકૃતિ 4.4

ઉકેલ : કણનો વેગ $\mathbf{v}$, x-અક્ષ પર છે, જ્યારે ચુંબકીયક્ષેત્ર B, y-અક્ષ પર છે. આથી, $\mathbf{v} \times \mathrm{B}$ એ z-અક્ષ પર (સ્ક્રૂનો નિયમ અથવા જમણા હાથના અંગૂઠાનો નિયમ) હોય. આમ, (a) ઈલેક્ટ્રૉન માટે તે $-z$ અક્ષ પર હશે, જ્યારે (b) ધન વિદ્યુતભાર (પ્રોટોન) માટે આ બળ $+z$ અક્ષ પર હશે.

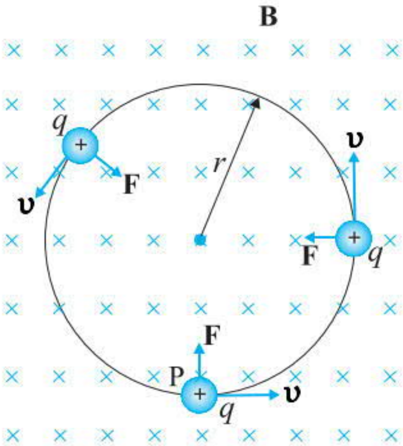
ઉદાહરણ 4.2

PHYSICS

Charged particles moving in a magnetic field. Interactive demonstration :
http://www.phys.hawaii.edu/~teb/optics/java/partmagn/index.html

4.3 ચુંબકીયક્ષેત્રમાં ગતિ (Motion in a Magnetic Field)

હવે આપણે ચુંબકીયક્ષેત્રમાં ગતિ કરતા વિદ્યુતભારનો વિગતવાર અભ્યાસ કરીશું. યંત્રશાસ્ત્ર (ધોરણ XI,ના પુસ્તક, પ્રકરણ-6)માં આપણે શીખ્યા કે જો કણ પર લાગતા બળનો ઘટક, કણની ગતિની દિશા (કે તેથી વિરુદ્ધ)માં હોય તો જ બળ વડે કાર્ય થાય. ચુંબકીયક્ષેત્રમાં ગતિ કરતા વિદ્યુતભારના

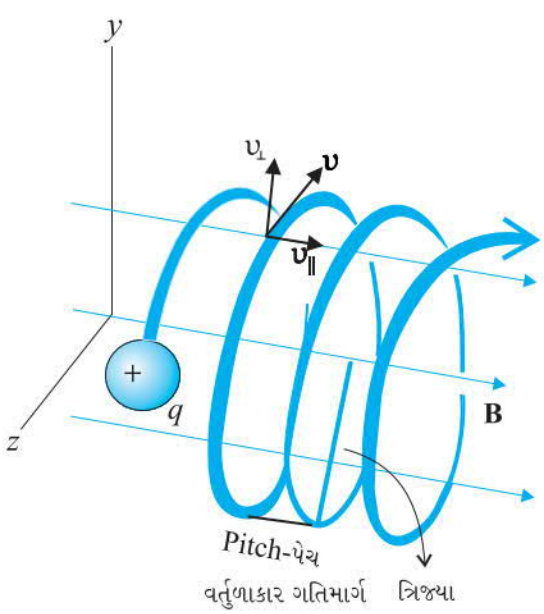


આકૃતિ 4.5 વર્તુળમય ગતિ

કિસ્સામાં, ચુંબકીય બળ કણના વેગને લંબરૂપે લાગે છે. આથી કોઈ કાર્ય થતું નથી અને વેગના મૂલ્યમાં કોઈ ફેર પડતો નથી (ભલે તેના વેગમાનની દિશામાં ફેરફાર થતો હોય). [નોંધો કે આ વિદ્યુતક્ષેત્રના કારણે લાગતા બળ qE જેવું નથી, જેના ઘટકો ગતિની દિશાને સમાંતર (કે પ્રતિસમાંતર) હોઈ શકે અને તેથી વેગમાનની સાથે ઊર્જાનો પણ ફેરફાર કરી શકે.]

હવે આપણે સમાન (નિયમિત) ચુંબકીયક્ષેત્રમાં ગતિ કરતા વિદ્યુતભારને ધ્યાનમાં લઈશું. પ્રારંભમાં $\mathbf{v}$ એ **B**ને લંબરૂપે હોય તેમ ધારીએ. લંબરૂપે લાગતું બળ, $q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$, કેન્દ્રગામી બળ તરીકે વર્તે છે અને તે ચુંબકીયક્ષેત્રને લંબરૂપે વર્તુળમય ગતિ કરાવે છે. જો $\mathbf{v}$ અને **B** એકબીજાને લંબરૂપે હોય તો કણનો માર્ગ વર્તુળાકાર હશે (આકૃતિ 4.5).

જો વેગનો કોઈ ઘટક, **B** ને સમાંતર કે પ્રતિસમાંતર હોય તો ગતિ દરમ્યાન, ચુંબકીય ક્ષેત્રની કોઈ અસર થતી ન હોવાથી આ ઘટક બદલાતો નથી. **B**ને લંબરૂપે રહેલા સમતલમાં ગતિ અગાઉ જણાવ્યા મુજબ વર્તુળમય હોય છે; આથી સર્પિલ (હેલીકલ, Helical) ગતિ ઉદ્ભવે છે (આકૃતિ 4.6).



આકૃતિ 4.6 હેલીકલ ગતિ

અગાઉના ધોરણ (ધોરણ XI, પ્રકરણ-4)માં તમે ભણી ગયા છો કે, જો કણના વર્તુળાકાર ગતિમાર્ગની ત્રિજ્યા r હોય, તો $m\upsilon^2/r$ જેટલું બળ વર્તુળાકાર માર્ગને લંબરૂપે કેન્દ્ર તરફ લાગે છે, જેને કેન્દ્રગામી બળ કહે છે. જો વેગ $\mathbf{v}$, ચુંબકીયક્ષેત્ર **B**ને લંબરૂપે હોય તો ચુંબકીય બળ $\mathbf{v}$ અને **B** બંનેને લંબરૂપે કેન્દ્રગામી બળની જેમ લાગે છે. તેનું મૂલ્ય $q\upsilon\mathbf{B}$ જેટલું હોય છે. કેન્દ્રગામી બળના બંને સમીકરણો સરખાવતાં,

$m\upsilon^2/r = q\upsilon B$, જે પરથી

$$r = m\upsilon / qB \tag{4.5}$$

જે વિદ્યુતભારિત કણના વર્તુળાકાર માર્ગની ત્રિજ્યા છે. વેગમાન વધે તેમ ત્રિજ્યા મોટી થાય છે અને વર્તુળાકાર માર્ગ મોટો બને છે. જો કોણીય આવૃત્તિ ω હોય, તો $\upsilon = \omega r$. આથી,

$$\omega = 2\pi\nu = qB/m \qquad [4.6(a)]$$

જે વેગ કે ઊર્જા પર આધાર રાખતી નથી. અહીંયા ν એ પરિભ્રમણની આવૃત્તિ છે. અહીં, ν ઊર્જા પર આધાર રાખતી નથી એ બાબત સાયક્લોટ્રોનની રચનામાં ખૂબ જ ઉપયોગી છે. (જુઓ વિભાગ 4.4.2).

એક પરિભ્રમણ માટે લાગતો સમય $T = 2\pi/\omega = 1/\nu$ છે. જો વેગને ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશામાં કોઈ ઘટક ($\upsilon_\parallel$ વડે દર્શાવેલ) હોય, તો તે કણને આ ક્ષેત્રની દિશામાં ગતિ કરાવશે અને કણનો ગતિમાર્ગ હેલીકલ હશે (આકૃતિ 4.6). એક પરિભ્રમણ દરમ્યાન ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશામાં કાપેલું અંતર પેચ (પીચ, Pitch) p કહેવાય છે. સમીકરણ [4.6(a)]નો ઉપયોગ કરતાં

$$p = \upsilon_\parallel T = 2\pi m\upsilon_\parallel / qB \qquad [4.6(b)]$$

ગતિના વર્તુળાકાર ઘટકની ત્રિજ્યાને **હેલીક્ષ**ની ત્રિજ્યા કહે છે.

ઉદાહરણ 4.3 6×10^{-4} T જેટલા ચુંબકીયક્ષેત્રને લંબરૂપે 3×10^{7} m/sની ઝડપથી ગતિ કરતા ઈલેક્ટ્રૉન (દ્રવ્યમાન 9×10^{-31} kg અને વિદ્યુતભાર 1.6×10^{-19} C)ના માર્ગની ત્રિજ્યા કેટલી હશે ? તેની (પરિભ્રમણ) આવૃત્તિ કેટલી હશે ? તેની ઊર્જા keVમાં શોધો. ($1\,\text{eV} = 1.6 \times 10^{-19}$ J)

ઉકેલ સમીકરણ (4.5)નો ઉપયોગ કરતાં

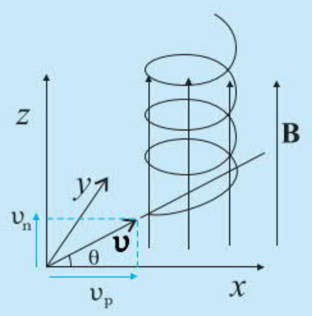
$$r = mv/(qB) = 9 \times 10^{-31}\,\text{kg} \times 3 \times 10^{7}\,\text{m s}^{-1}/(1.6 \times 10^{-19}\,\text{C} \times 6 \times 10^{-4}\,\text{T})$$
$$= 28.12 \times 10^{-2}\,\text{m} = 28.12\,\text{cm}$$
$$\nu = v/(2\pi r) = 17 \times 10^{6}\,\text{s}^{-1} = 17 \times 10^{6}\,\text{Hz} = 17\,\text{MHz}$$
$$E = (1/2)mv^2 = (1/2)\,9 \times 10^{-31}\,\text{kg} \times 9 \times 10^{14}\,\text{m}^2/\text{s}^2 = 40.5 \times 10^{-17}\,\text{J}$$
$$\approx 4 \times 10^{-16}\,\text{J} = 2.5\,\text{keV}$$

ઉદાહરણ 4.3

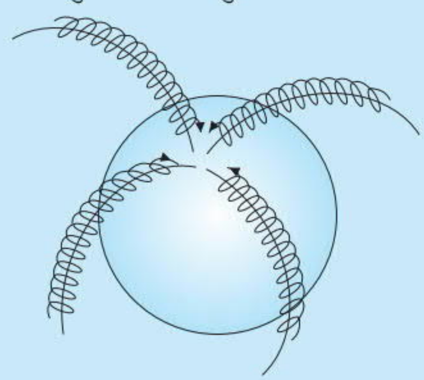
વિદ્યુતભારિત કણોની હેલીકલ ગતિ અને ઓરોરા બોરિઆલીસ (HELICAL MOTION OF CHARGED PARTICLES AND AURORA BOREALIS)

અલાસ્કા અને ઉત્તર કૅનેડા જેવા ધ્રુવ પ્રદેશોમાં, રંગબેરંગી અદ્ભુત નજારો અવકાશમાં જોવા મળે છે. નૃત્ય કરતા લીલા-ગુલાબી રંગના પ્રકાશના નયનરમ્ય નજારા આકર્ષક છે અને એટલા જ કોયડારૂપ છે. આ કુદરતી ઘટનાની સમજૂતી ભૌતિકવિજ્ઞાનમાં આપણે જે શીખ્યા છીએ તેના પદમાં જાણવા મળી છે.

ધારોકે m દળ અને q વિદ્યુતભાર ધરાવતો એક વિદ્યુતભારિત કણ, પ્રારંભિક વેગ $\mathbf{v}$ થી ચુંબકીયક્ષેત્ર Bમાં પ્રવેશે છે. ધારો કે તેના વેગનો ચુંબકીયક્ષેત્રને સમાંતર ઘટક v_p અને લંબઘટક v_n છે. ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશામાં આ કણ પર કોઈ બળ લાગતું નથી. તેથી આ કણ v_p વેગથી ચુંબકીયક્ષેત્રને સમાંતર ગતિ ચાલુ રાખે છે. તેના વેગના લંબ ઘટક v_nના કારણે લોરેન્ઝ બળ ($\mathbf{v}_n \times \mathbf{B}$) લાગે છે જે, v_n અને **B** બંનેને લંબરૂપે હોય છે. વિભાગ 4.3.1માં જોયું તે મુજબ કણ ચુંબકીયક્ષેત્રને લંબ સમતલમાં વર્તુળાકાર ગતિ કરવાનું વલણ ધરાવે છે. આ ગતિ ચુંબકીયક્ષેત્રને સમાંતર ગતિ સાથે સંકળાય એટલે આકૃતિ (a)માં દર્શાવ્યા મુજબ પરિણામી ગતિપથ સર્પિલ (હેલીક્ષ, Helix) આકારનો બને છે. જો ચુંબકીયક્ષેત્ર રેખા વળે, તો પણ હેલીકલ માર્ગે ગતિ કરતો કણ સપડાયેલો (બંધીત, Trapped) રહીને આ ક્ષેત્રરેખાની આસપાસ ગતિ કરે છે. લોરેન્ઝ બળ દરેક બિંદુએ વેગને લંબરૂપે હોવાથી, ચુંબકીયક્ષેત્ર કણ પર કોઈ કાર્ય કરતું નથી અને વેગનું માન એક સરખું રહે છે.



(a)

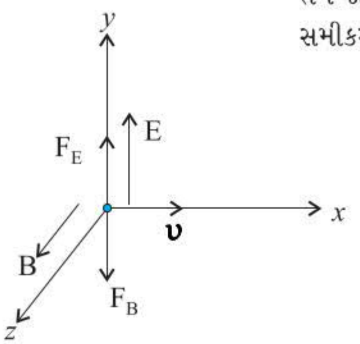

(b)

જ્યારે સૌર જ્વાળાઓ સક્રિય થાય, ત્યારે સૂર્યમાંથી મોટા પ્રમાણમાં ઈલેક્ટ્રૉન્સ અને પ્રોટોન્સ ઉત્સર્જિત થાય છે. તેમાંના કેટલાક પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રમાં સપડાઈને (ટ્રેપ થઈને) ચુંબકીયક્ષેત્ર રેખાઓ પર હેલીકલ માર્ગે ગતિ કરે છે. ચુંબકીયક્ષેત્ર રેખાઓ ચુંબકીય ધ્રુવો પાસે આકૃતિ (b)માં દર્શાવ્યા મુજબ એક બીજાની નજીક આવે છે. આથી ધ્રુવો પાસે વિદ્યુતભારોની ઘનતા વધે છે. આ વિદ્યુતભારિત કણો વાતાવરણના અણુ અને પરમાણુઓ સાથે અથડામણ અનુભવે છે. ઉત્તેજીત થયેલા ઑક્સિજનના પરમાણુઓ લીલો પ્રકાશ ઉત્સર્જીત કરે છે અને ઉત્તેજીત થયેલા નાઈટ્રોજન પરમાણુઓ ગુલાબી પ્રકાશ ઉત્સર્જીત કરે છે. આ ઘટનાને ભૌતિકવિજ્ઞાનમાં ઑરોરા બોરિઆલિસ કહે છે.

4.4 સંયુક્ત એવા વિદ્યુત અને ચુંબકીયક્ષેત્રોમાં ગતિ (Motion in Combined Electric and Magnetic Fields)

4.4.1 વેગ પસંદગીકાર (સિલેક્ટર) (Velocity Selector)

તમે જાણો છો કે, વિદ્યુત અને ચુંબકીય એ બંને ક્ષેત્રોની હાજરીમાં υ વેગથી ગતિ કરતો વિદ્યુતભાર q, સમીકરણ (4.3) મુજબ બળ અનુભવે છે, એટલે કે,



આકૃતિ 4.7

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \boldsymbol{\upsilon} \times \mathbf{B}) = \mathbf{F}_E + \mathbf{F}_B$$

આકૃતિ 4.7માં દર્શાવ્યા મુજબ, આપણે એક સામાન્ય કિસ્સો વિચારીએ કે જેમાં વિદ્યુત અને ચુંબકીયક્ષેત્રો એકબીજાને લંબરૂપે હોય અને તે બંને કણના વેગને પણ લંબરૂપે હોય. આથી,

$$\mathbf{F}_E = q\mathbf{E} = qE\hat{\mathbf{j}} \text{ અને } \mathbf{F}_B = q\boldsymbol{\upsilon} \times \mathbf{B} = q(\upsilon\hat{\mathbf{i}} \times B\hat{\mathbf{k}}) = -q\upsilon B\hat{\mathbf{j}}$$

જે પરથી, $\mathbf{F} = q(E - \upsilon B)\hat{\mathbf{j}}$

આમ, આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ વિદ્યુત અને ચુંબકીય બળો વિરુદ્ધ દિશામાં લાગે છે. ધારોકે, આપણે **E** અને **B**ના મૂલ્યો એવા રાખીએ કે જેથી બંને બળના મૂલ્યો સમાન થાય. તો, વિદ્યુતભાર પરનું કુલ બળ શૂન્ય થશે અને વિદ્યુતભારિત કણ કોઈ પણ કોણાવર્તન પામ્યા વગર આ ક્ષેત્રોમાં ગતિ કરશે. આ ત્યારે શક્ય બને કે જ્યારે

$$qE = q\upsilon B \text{ અથવા } \upsilon = \frac{E}{B} \qquad (4.7)$$

આ શરતનો ઉપયોગ કરીને જુદી જુદી ઝડપથી ગતિ કરતા વિદ્યુતભારોની કિરણાવલિ (શેરડા, બીમ)માંથી ચોક્કસ વેગના વિદ્યુતભારિત કણોને (તેમના વિદ્યુતભાર અને દળ પર આધાર રાખ્યા વગર) પસંદ કરી (જુદા પાડી) શકાય. આમ, પરસ્પર લંબ E અને B ક્ષેત્રો વેગ પસંદગીકાર તરીકે વર્તે છે. પરસ્પર લંબ ક્ષેત્રોમાંથી ફક્ત E/B ઝડપ ધરાવતા (વિદ્યુતભારિત) કણો જ કોઈ પણ કોણાવર્તન વગર પસાર થઈ શકે છે. આ પદ્ધતિનો ઉપયોગ 1897માં જે. જે. થોમસને ઈલેક્ટ્રૉનના વિદ્યુતભાર અને દળનો ગુણોત્તર (e/m) માપવા માટે કર્યો હતો. આ સિદ્ધાંતનો ઉપયોગ માસ સ્પેક્ટ્રોમીટર (Mass Spectrometer) નામના સાધનમાં થાય છે. જે આયનોને તેમના વિદ્યુતભાર અને દળના ગુણોત્તર મુજબ જુદા પાડવા માટે ઉપયોગી છે.

4.4.2 સાઈક્લોટ્રોન (Cyclotron)

સાઈક્લોટ્રોન એ વિદ્યુતભારિત કણો કે આયનોને ઊંચી ઊર્જા સુધી પ્રવેગિત કરવા માટેનું સાધન છે. તેની શોધ E. O. Lawrence અને M. S. Livingston એ 1934માં ન્યુક્લીયસનું બંધારણ જાણવા માટે કરી હતી. સાઈક્લોટ્રોનમાં વિદ્યુત અને ચુંબકીયક્ષેત્રોનો સંયુક્ત રીતે ઉપયોગ વિદ્યુતભારીત કણોની ઊર્જા વધારવા માટે થાય છે. બંને ક્ષેત્રો એકબીજાને લંબરૂપે હોવાથી તેઓ ક્રોસ્ડ ફીલ્ડ્સ (Crossed Fields) કહેવાય છે. ચુંબકીયક્ષેત્રમાં વિદ્યુતભારિત કણની પરિભ્રમણ આવૃત્તિ તેની ઊર્જા પર આધાર રાખતી નથી, આ હકીકતનો ઉપયોગ સાઈક્લોટ્રોનમાં થાય છે. મોટાભાગના સમય માટે વિદ્યુતભારિત કણો ધાતુના બે અર્ધવર્તુળાકાર–પાત્રો જેવી, તક્તિઓ D_1 અને D_2માં ગતિ કરે છે, જેમનો આકાર અંગ્રેજી D જેવો હોવાથી તેમને Dees કહે છે. આકૃતિ 4.8માં સાઈક્લોટ્રોનની રૂપરેખા દર્શાવી છે. ધાતુના પાત્રોમાં (વિદ્યુતભારિત) કણ પર વિદ્યુતક્ષેત્રની અસર થતી નથી કારણ કે તે ડબ્બામાં પ્રવેશી શકતું નથી (વિદ્યુતભાર માટે પાત્ર કવચ તરીકે કાર્ય કરે છે). પરંતુ, ચુંબકીયક્ષેત્ર (વિદ્યુતભારિત) કણ પર લાગે છે અને તેને ડી (Dee)ની અંદર વર્તુળાકાર માર્ગ પર ગતિ કરાવે છે. જેટલી વખત આ કણ એક Deeમાંથી બીજામાં જાય, એટલી દરેક વખત તેના પર વિદ્યુતક્ષેત્રની અસર થાય છે. વિદ્યુતક્ષેત્રની દિશા આ કણની ગતિ સાથે અનુરૂપ રીતે વારાફરતી ઉલટ સુલટ થયા કરે છે. આ એવી રીતે થાય છે કે જેથી દરેક વખતે આ કણ પ્રવેગિત થાય. દરેક વખતે પ્રવેગના કારણે આ કણની ઊર્જા વધતી જાય છે. જેમ ઊર્જા

Cyclotron Interactive demonstration :
http://www.phy.ntnu.edu.tw/ntnujava/index.php?topic=33.0

PHYSICS

વધે તેમ તેના વર્તુળાકાર ગતિ પથની ત્રિજ્યા પણ વધતી જાય છે. આથી, આ માર્ગ સ્પાઈરલ (Spiral) હોય છે.

આયનો અને હવાના અણુઓ વચ્ચેની અથડામણ નિવારવા આ આખી રચના શૂન્યાવકાશિત (Evacuated) કરવામાં આવે છે. ઊંચી આવૃત્તિનું વીજદબાણ બંને Dees વચ્ચે લગાડવામાં આવે છે. આકૃતિ 4.8માં દર્શાવેલ રૂપ રેખા મુજબ, કેન્દ્ર P પાસે ધન આયનો કે ઋણ વિદ્યુતભારિત કણો (દા.ત. પ્રોટોન્સ)ને મુક્ત કરવામાં આવે છે. તે કોઈ પણ એક Deeમાં અર્ધવર્તુળાકાર માર્ગે ગતિ કરીને બે Dee વચ્ચેની જગ્યા (Gap)માં T/2 સમય અંતરાલમાં આવે છે, જ્યાં, T એ એક પરિભ્રમણ માટેનો સમય છે, જે સમીકરણ (4.6) પરથી

$$T = \frac{1}{\nu_c} = \frac{2\pi m}{qB}$$

$$\text{અથવા } \nu_c = \frac{qB}{2\pi m} \tag{4.8}$$

મળે છે. આ આવૃત્તિને દેખીતી રીતે સાઈક્લોટ્રોન આવૃત્તિ કહે છે જેને ν_c વડે દર્શાવાય છે.

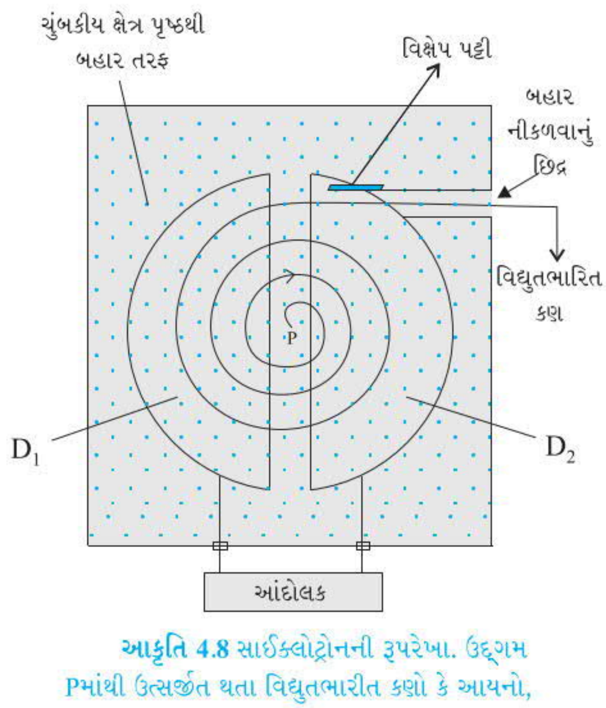
આપેલ વિદ્યુતદબાણની આવૃત્તિ ν_a બદલીને એવી રાખવામાં આવે છે કે જેથી જ્યારે આયનો અડધું પરિભ્રમણ પુરું કરે ત્યારે Dee પરના ધ્રુવની દિશા બદલાય. $\nu_a = \nu_c$ હોવા માટેની જરૂરીયાતને અનુનાદ (Resonance) શરત કહે છે. વિદ્યુતસ્રોત (વીજ સપ્લાય)ની કળા એવી રીતે બદલવામાં આવે છે કે જેથી જ્યારે પણ ધન આયનો D_1ની ધાર પર આવે ત્યારે D_2 ઓછા (ઋણ) વીજદબાણ પર હોય કે જેથી, આયનો પ્રવેગિત થાય. ડી (Dee)ની અંદર વિદ્યુતક્ષેત્રથી મુક્ત અવકાશમાં આયનો ગતિ કરે છે. જેટલી વખત આયનો એક ડી (Dee)માંથી બીજામાં જાય ત્યારે તેમની ઊર્જામાં થતો વધારો eV (જ્યાં V એ તે સમયે બંને Dee વચ્ચેનું વીજદબાણ છે) જેટલો હોય છે. સમીકરણ (4.5) પરથી જોઈ શકાય કે જેટલી વખત તેમની ગતિ ઊર્જા વધે, તેટલી વખત તેમના (વર્તુળમય) માર્ગની ત્રિજ્યા વધતી જાય છે. જ્યાં સુધી આયનો એટલી ઊર્જા પ્રાપ્ત ન કરે કે જેથી તેમના ગતિમાર્ગની ત્રિજ્યા Dees જેટલી ન થાય, ત્યાં સુધી જેટલી વખત તેઓ એક Deeમાંથી બીજી Deeમાં જાય ત્યારે તે પ્રવેગિત થતા રહે છે. ત્યાર બાદ તેઓ ચુંબકીયક્ષેત્ર વડે કોણાવર્તન અનુભવે છે અને (બહાર નીકળવાના) છિદ્ર (Slit)માંથી આ પ્રણાલીની બહાર નીકળી જાય છે. સમીકરણ (4.5) પરથી આપણને

$$\upsilon = \frac{qBR}{m} \tag{4.9}$$

મળે. જ્યાં, R એ બહાર નીકળતી વખતે તેમના ગતિમાર્ગની ત્રિજ્યા છે, જે Deeની ત્રિજ્યા જેટલી હોય છે. આથી, આયનોની ગતિ ઊર્જા,

$$\frac{1}{2} m\upsilon^2 = \frac{q^2B^2R^2}{2m} \tag{4.10}$$

સાઈક્લોટ્રોનનું કાર્ય એ હકીકત પર આધારિત છે કે જેમાં આયનના એક પરિભ્રમણ માટે લાગતો સમય તેની ઝડપ કે તેની ભ્રમણ કક્ષાની ત્રિજ્યા પર આધાર રાખતો નથી. સાઈક્લોટ્રોનનો ઉપયોગ, તેના દ્વારા પ્રવેગિત થયેલા ઊંચી ઊર્જાવાળા કણો (આયનો)ને ન્યુક્લિયસ પર પ્રતાડિત (બોમ્બાર્ડ) કરીને પરિણામે થતી ન્યુક્લિઅર પ્રક્રિયાનો અભ્યાસ કરવા માટે થાય છે. તેનો ઉપયોગ ઘન પદાર્થોમાં બીજા આયનો ઘુસાડીને (Implant કરીને) તેમના ગુણધર્મો બદલવા



આકૃતિ 4.8 સાઈક્લોટ્રોનની રૂપરેખા. ઉદ્‌ગમ Pમાંથી ઉત્સર્જીત થતા વિદ્યુતભારીત કણો કે આયનો, સમાન લંબ ચુંબકીયક્ષેત્ર Bના કારણે, D_1 અને D_2માં વર્તુળાકાર માર્ગે ગતિ કરે છે. ઉલટ સુલટ થતું વીજદબાણ આ આયનોને પ્રવેગિત કરીને તેમની ઝડપ વધારે છે. અંતમાં આ આયનોને બહાર નીકળવાના માર્ગ પાસેથી મેળવી (ઝડપી) લેવામાં આવે છે.

માટે અથવા નવા પ્રકારના દ્રવ્યો બનાવવા (સિન્થેસાઈઝ કરવા) માટે પણ થાય છે. તેનો ઉપયોગ હોસ્પિટલોમાં રેડિયોએક્ટિવ પદાર્થો બનાવવા માટે થાય છે, જે રોગ નિદાન અને તેના નિવારણ માટે ઉપયોગી છે.

ઉદાહરણ 4.4

ઉદાહરણ 4.4 એક સાઈક્લોટ્રોનની દોલન આવૃત્તિ 10 MHz છે. પ્રોટોન્સને પ્રવેગિત કરવા માટે કેટલું ચુંબકીયક્ષેત્ર જરૂરી છે ? જો Deesની ત્રિજ્યા 60 cm હોય, તો આ પ્રવેગક વડે ઉત્પન્ન થયેલા પ્રોટોનની કિરણાવલિ (બીમ)ની ગતિઊર્જા કેટલી હશે ?
($e = 1.60\times10^{-19}$ C, $m_p = 1.67\times10^{-27}$ kg, 1 MeV $= 1.6\times10^{-13}$ J)

ઉકેલ દોલન આવૃત્તિ, પ્રોટોનની સાઈક્લોટ્રોન આવૃત્તિ જેટલી હોવી જોઈએ. સમીકરણ (4.5) અને [4.6(a)] પરથી

$B = 2\pi m\nu/q = 6.3\times1.67\times10^{-27}\times10^{7}/(1.6\times10^{-19}) = 0.66\,\text{T}$

પ્રોટોનનો અંતિમ વેગ

$\upsilon = r\times2\pi\nu = 0.6\,\text{m}\times6.3\times10^{7} = 3.78\times10^{7}\,\text{m/s}$ છે.

$E = \frac{1}{2}m\upsilon^2 = 1.67\times10^{-27}\times14.3\times10^{14}/(2\times1.6\times10^{-13}) = 7\,\text{MeV}$

ભારતમાં પ્રવેગકો (ACCELERATORS IN INDIA)

પ્રવેગક આધારિત સંશોધન (રીસર્ચ)માં ભારત પહેલેથી પ્રવેશેલું છે. સ્વપ્નદ્રષ્ટા ડૉ. મેઘનાથ સહાએ, 1953માં કોલકતામાં, સહા ઈન્સ્ટીટ્યુટ ઑફ ન્યુક્લિઅર ફિઝીક્સમાં 37"નું સાઈક્લોટ્રોન બનાવ્યું હતું. આના પછી આવા ઘણા બધા કોક્રોફ્ટ-વૉલ્ટન (Cockroft–Walton) પ્રકારના પ્રવેગકોની શ્રેણી ટાટા ઈન્સ્ટીટ્યુટ ઑફ ફંડામેન્ટલ રિસર્ચ (TIFR), મુંબઈ, અલીગઢ મુસ્લિમ યુનિવર્સિટી (AMU), અલિગઢ, બૉઝ ઈન્સ્ટીટ્યુટ, કોલકાતા અને આન્ધ્ર યુનિવર્સિટી, વૉલ્ટર(વિશાખાપટ્ટનમ)માં રચાઈ હતી.

ઓગણીસસો સાઈઠ (~1960)ના દશકમાં ઘણાં બધાં વાન ડી ગ્રાફ જનરેટર બન્યા : 5.5 MVનું ટર્મિનલ મશીન ભાભા ઍટમિક રિસર્ચ સેન્ટર (BARC), મુંબઈ (1963); એક 2 MVનું ટર્મિનલ મશીન ઇન્ડિયન ઈન્સ્ટીટ્યુટ ઑફ ટેક્નોલૉજી (IIT), કાનપુરમાં; એક 400 kVનું ટર્મિનલ મશીન બનારસ હિન્દુ યુનિવર્સિટી (BHV), વારાણસીમાં; અને પંજાબ યુનિવર્સિટી, પતિયાલામાં બન્યા. એક 66 cmનું સાઈક્લોટ્રોન USAની રોચસ્ટર યુનિવર્સિટીએ દાનમાં આપ્યું હતું, જે પંજાબ યુનિવર્સિટી, ચંદીગઢમાં કાર્યરત થયું હતું. પુના યુનિવર્સિટી, પુનામાં એક નાનું ઈલેક્ટ્રૉન પ્રવેગક બનાવવામાં આવ્યું હતું.

સિત્તેર અને ઍંસીના દાયકામાં મોટા પાયે શરૂઆત કરવા, વેરીઍબલ એનર્જી સાઇક્લોટ્રૉન સેન્ટર (VECC), કોલકાતામાં વેરીઍબલ એનર્જી (બદલી શકાય તેવી ઊર્જાના) સાઇક્લોટ્રૉનની સ્વદેશી રચના કરવામાં આવી; BARCમાં 2 MVનું ટેન્ડમ વાન ડી ગ્રાફ જનરેટર ઊભુ કરવામાં આવ્યું તથા TIFRમાં 14 MVનું ટેન્ડમ (Tandem) પેલેટ્રોન એક્સીલરેટર (પ્રવેગક) સ્થાપિત કરવામાં આવ્યું.

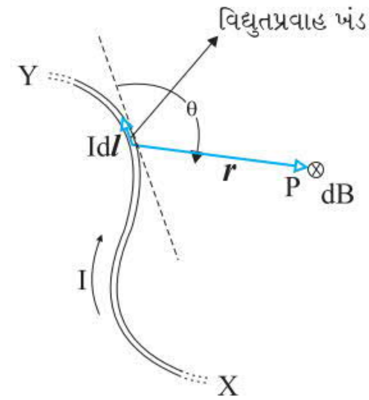
ત્યાર બાદ યુનિવર્સિટી ગ્રાન્ટસ કમિશન (UGC) દ્વારા, આંતર યુનિવર્સિટી ઉપયોગીતા માટે ઈન્ટર યુનિવર્સિટી ઍક્સિલરેટર સેન્ટર (IUAC), ન્યુ દિલ્હીમાં 15 MVનું ટેન્ડમ પેલેટ્રોન સ્થાપિત કરવામાં આવ્યું; એક 3 MVનું ટેન્ડમ પેલેટ્રોન ભૂવનેશ્વરના ઈન્સ્ટીટ્યુટ ઓફ ફિઝિક્સમાં; અને બે 1.7 MVના ટેન્ડેટ્રૉનને હૈદ્રાબાદ સ્થિત ઍટોમિક મિનરલ્સ ડાઈરેક્ટોરેટ ફોર ઍક્સપ્લોરેશન એન્ડ રિસર્ચ તથા કલ્પક્કમ સ્થિત ઇન્દિરા ગાંધી સેન્ટર ફોર ઍટોમિક રિસર્ચ ખાતે સ્થાપિત કરવામાં આવ્યા. TIFR અને IUAC બંને એ આયનોને વધુ ઊંચી ઊર્જા સુધી પ્રવેગિત કરવા માટે સુપરકન્ડક્ટીંગ LINAC ઉમેરીને મૉડ્યુલ્સનો સગવડતામાં વધારો કર્યો છે.

આ આયન પ્રવેગકો ઉપરાંત, ડિપાર્ટમેન્ટ ઓફ ઍટમિક એનર્જી (DAE) એ બીજા ઘણા ઇલેક્ટ્રૉન પ્રવેગકો વિકસાવ્યા છે. ઇન્દોર સ્થિત, રાજા રામન્ના સેન્ટર ફોર એડવાન્સ્ડ ટેકનોલૉજીસ ખાતે એક 2 MeVના સિન્ક્રોટ્રૉન રેડિએશન સોર્સનું કાર્યરત છે.

ઍક્સિલરેટર ડ્રીવન સિસ્ટિમ્સ (ADS)ને ડિપાર્ટમેન્ટ ઓફ ઍટમિક એનર્જી ભવિષ્યના પાવર ઉત્પાદન અને અણુ ઊર્જા માટે જરૂરી વિખંડનિય દ્રવ્યના સંવર્ધન કેન્દ્રો તરીકે ગણી રહ્યું છે.

4.5 વિદ્યુતપ્રવાહ ખંડના કારણે મળતું ચુંબકીયક્ષેત્ર, બાયૉ-સાવરનો નિયમ (MAGNETIC FIELD DUE TO A CURRENT ELEMENT, BIOT-SAVART LAW)

આપણે જેટલા ચુંબકીયક્ષેત્રો જાણીએ છીએ તે કાં તો વિદ્યુતપ્રવાહ (અથવા ગતિમાન વિદ્યુતભારો)ના કારણે અથવા કણોની આંતરિક / પ્રાકૃતિક ચુંબકીય ચાકમાત્રાઓના કારણે હોય છે. અહીં આપણે વિદ્યુતપ્રવાહ અને તેના કારણે ઉત્પન્ન થતા ચુંબકીયક્ષેત્ર વચ્ચેના સંબંધનો અભ્યાસ કરીશું. તે બાયૉસાવરના નિયમ વડે આપવામાં આવે છે. આકૃતિ 4.9માં વિદ્યુતપ્રવાહ I ધારિત વાહક XY દર્શાવ્યો છે. આ વાહકનો અતિ સૂક્ષ્મ ખંડ $d\boldsymbol{l}$ ધ્યાનમાં લો. આ ખંડના કારણે તેનાથી r અંતરે આવેલા બિંદુ P પાસે ઉદ્‌ભવતું ચુંબકીયક્ષેત્ર શોધવું છે. ધારો કે $d\boldsymbol{l}$ અને સ્થાનાંતર સદિશ r વચ્ચેનો કોણ θ છે. બાયૉસાવરના નિયમ મુજબ, ચુંબકીયક્ષેત્ર dBનું મૂલ્ય વિદ્યુતપ્રવાહ I અને ખંડ લંબાઈ $|d\boldsymbol{l}|$ના સમપ્રમાણમાં તથા અંતર r ના વર્ગના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં હોય છે. તેની દિશા* $d\boldsymbol{l}$ અને rને સમાવતા સમતલને લંબ રૂપે હોય છે. આમ, સદિશ સ્વરૂપે,



આકૃતિ 4.9 બાયૉસાવરના નિયમનું દૃષ્ટાંત. વિદ્યુતપ્રવાહ ખંડ $Id\boldsymbol{l}$ તેનાથી r અંતરે ચુંબકીયક્ષેત્ર $d\mathbf{B}$ ઉત્પન્ન કરે છે. ⊗ ચિહ્ન દર્શાવે છે કે આ ક્ષેત્ર પુસ્તકના પાનાના સમતલને લંબરૂપે તથા તેની અંદરની દિશામાં છે.

$$dB \propto \frac{Id\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{r}}{r^3}$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{r}}{r^3} \qquad [4.11(a)]$$

જ્યાં, $\mu_0/4\pi$ એ સપ્રમાણતાનો અચળાંક છે.

શૂન્યાવકાશ માટે ઉપરનું સમીકરણ લાગુ પડે છે.

આ ક્ષેત્રનું મૂલ્ય

$$|dB| = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\,l\,\sin\theta}{r^2} \qquad [4.11(b)]$$

જ્યાં, આપણે સદિશ ગુણાકારના ગુણધર્મનો ઉપયોગ કર્યો છે. સમીકરણ [4.11(a)] આપણા માટે ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂળભૂત સમીકરણ રચે છે. SI એકમોમાં સપ્રમાણતા અચળાંકનું ચોક્કસ મૂલ્ય

$$\frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7}\ \text{T m/A} \qquad [4.11(c)]$$

છે. આપણે μ_0ને મુક્ત અવકાશ (કે શૂન્યાવકાશ) ની પરમીએબિલિટી કહીએ છીએ.

ચુંબકીયક્ષેત્ર માટેનો બાયૉસાવરનો નિયમ, સ્થિત વિદ્યુતક્ષેત્ર માટે કુલંબના નિયમ સાથે કેટલીક સામ્યતાઓ તેમજ કેટલીક વિષમતાઓ દર્શાવે છે. જેમાંની કેટલીક આ મુજબ છે :

(i) બંને લાંબા અંતર (Long Range) સુધી લાગે છે, કારણ કે બંને ઉદ્‌ગમથી આપેલ બિંદુ સુધીના અંતરના વર્ગના વ્યસ્ત પ્રમાણ પર આધાર રાખે છે.

સંપાતપણાનો સિદ્ધાંત બંને ક્ષેત્રો માટે લાગુ પડે છે. [આ સંદર્ભમાં નોંધો કે, જેવી રીતે સ્થિત વિદ્યુતક્ષેત્ર તેના ઉદ્‌ગમ, વિદ્યુતભારના રેખીય સમપ્રમાણમાં છે તે જ રીતે ચુંબકીયક્ષેત્ર તેના ઉદ્‌ગમ $Id\boldsymbol{l}$ના રેખીય સમપ્રમાણમાં હોય છે.]

(ii) સ્થિત વિદ્યુતક્ષેત્ર અદિશ ઉદ્‌ગમ, એટલે કે વિદ્યુતભાર વડે ઉદ્‌ભવે છે. ચુંબકીયક્ષેત્ર સદિશ ઉદ્‌ગમ $Id\boldsymbol{l}$ વડે ઉદ્‌ભવે છે.

* $d\boldsymbol{l} \times r$ની દિશા જમણા હાથના સ્ક્રૂના નિયમ વડે પણ અપાય છે. સદિશો $d\boldsymbol{l}$ અને rને સમાવતું સમતલ જુઓ. પહેલા સદિશથી બીજા સદિશ તરફ જવાનું કલ્પો. જો આ ગતિ વિષમઘડી હોય, તો પરિણામી સદિશ તમારી તરફ હોય. જો તે સમઘડી હોય, તો પરિણામી સદિશ તમારાથી દૂર તરફ હોય.

(iii) સ્થિત વિદ્યુતક્ષેત્ર જે ઉદ્‌ગમ અને અવકાશમાં રહેલા બિંદુને જોડતા સ્થાનાંતર સદિશની દિશામાં છે. ચુંબકીયક્ષેત્ર, સ્થાનાંતર સદિશ r અને વિદ્યુતપ્રવાહ ખંડ I***dl***ને સમાવતા સમતલને લંબ રૂપે છે.

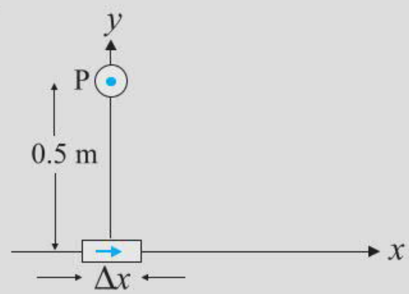
(iv) બાયૉસાવરનો નિયમ કોણ પર આધારિત છે. જે સ્થિત વિદ્યુતના કિસ્સામાં નથી હોતું. આકૃતિ 4.9માં, d***l***ની દિશા (ત્રુટક રેખા વડે દર્શાવેલ)માં આવેલ કોઈ પણ બિંદુએ ચુંબકીયક્ષેત્ર શૂન્ય હોય છે. આ દિશામાં $\theta = 0, \sin\theta = 0$ અને તેથી સમીકરણ [4.11(*a*)] પરથી, $|dB| = 0$.

મુક્ત અવકાશની પરમિટીવિટી ε_0, મુક્ત અવકાશની પરમીએબિલિટી μ_0 અને શૂન્યાવકાશમાં પ્રકાશની ઝડપ c વચ્ચે એક રસપ્રદ સંબંધ છે :

$$\varepsilon_0\mu_0 = (4\pi\varepsilon_0)\left(\frac{\mu_0}{4\pi}\right) = \left(\frac{1}{9\times10^9}\right)\ (10^{-7}) = \frac{1}{(3\times10^8)^2} = \frac{1}{c^2}$$

વિદ્યુત ચુંબકીય તરંગોના પ્રકરણ-8માં આ સંબંધ વિશે વધુ ચર્ચા કરીશું. શૂન્યાવકાશમાં પ્રકાશની ઝડપ અચળ હોવાથી, $\varepsilon_0\mu_0$ ગુણાકારનું મૂલ્ય અચળ હોય છે. કોઈ પણ એક ε_0 અથવા μ_0નું મૂલ્ય ધારીએ એટલે બીજાનું મૂલ્ય નક્કી થઈ જાય છે. SI એકમોમાં, μ_0નું મૂલ્ય $4\pi \times 10^{-7}$ જેટલું નિશ્ચિત કરેલ છે.

ઉદાહરણ 4.5 સૂક્ષ્મ ખંડ $\Delta \boldsymbol{l} = \Delta x\,\hat{i}$ ને ઉદ્‌ગમ બિંદુ પર મુકેલો છે, અને તેમાંથી મોટો વિદ્યુતપ્રવાહ I = 10 A પસાર થાય છે (આકૃતિ 4.10). *y*–અક્ષ પર 0.5 m અંતરે ચુંબકીયક્ષેત્ર કેટલું હશે ? $\Delta x = 1$ cm.



આકૃતિ 4.10

ઉકેલ

$$|dB| = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,dl\,\sin\theta}{r^2}$$ [સમીકરણ (4.11) પરથી]

$dl = \Delta x = 10^{-2}$m, I = 10A, $r = 0.5\,\text{m} = y$, $\mu_0/4\pi = 10^{-7}\frac{\text{T m}}{\text{A}}$

$\theta = 90^\circ$; $\sin\theta = 1$

$$|dB| = \frac{10^{-7}\times10\times10^{-2}}{25\times10^{-2}} = 4\times10^{-8}\ \text{T}$$

ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશા +*z*-દિશામાં છે. આ એટલા માટે છે કે,

$d\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{r} = \Delta x\,\hat{\mathbf{i}} \times y\,\hat{\mathbf{j}} = y\Delta x(\hat{\mathbf{i}}\times\hat{\mathbf{j}}) = y\Delta x\,\hat{\mathbf{k}}$

સદિશ ગુણાકાર માટેનો ચક્રિય નિયમ યાદ કરો,

$\hat{\mathbf{i}}\times\hat{\mathbf{j}} = \hat{\mathbf{k}};\ \hat{\mathbf{j}}\times\hat{\mathbf{k}} = \hat{\mathbf{i}};\ \hat{\mathbf{k}}\times\hat{\mathbf{i}} = \hat{\mathbf{j}}$.

નોંધો કે ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂલ્ય નાનું છે.

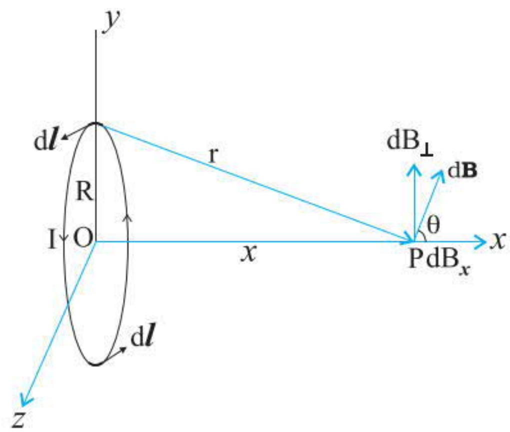
ઉદાહરણ 4.5

હવે પછીના વિભાગમાં આપણે બાયૉસાવરના નિયમનો ઉપયોગ વર્તુળાકાર ગાળા વડે ઉદ્‌ભવતું ચુંબકીયક્ષેત્ર શોધવા માટે કરીશું.

4.6 વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત વર્તુળાકાર પ્રવાહગાળાની અક્ષ પર ચુંબકીયક્ષેત્ર (MAGNETIC FIELD ON THE AXIS OF A CIRCULAR CURRENT LOOP)

આ વિભાગમાં, ગોળાકાર ગુંચળા (Coil) વડે તેની અક્ષ (ધરી) પર ઉદ્‌ભવતા ચુંબકીયક્ષેત્રની ગણતરી કરીશું. આ ગણતરીમાં આપણે અગાઉ દર્શાવ્યું તેમ, વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત સૂક્ષ્મ ખંડો ($I\mathrm{d}\boldsymbol{l}$) વડે થતી અસરોનો સરવાળો કરીશું. ધારો કે વિદ્યુતપ્રવાહ I સ્થિર છે (બદલાતો નથી) અને આ ગણતરી મુક્ત અવકાશ (શૂન્યાવકાશ)માં કરીએ છીએ.

આકૃતિ 4.11માં સ્થિર વિદ્યુતપ્રવાહ I ધારિત ગોળાકાર ગાળો દર્શાવ્યો છે. આ ગાળાની ત્રિજ્યા R છે. તેમજ તેનું કેન્દ્ર ઉગમબિંદુ O પર રહે તે રીતે તેને y-z સમતલમાં મુક્યું છે. x-અક્ષ એ આ ગાળાની અક્ષ છે. આપણે તેની અક્ષ પર આવેલા P બિંદુએ ચુંબકીયક્ષેત્ર શોધવું છે. ધારોકે ગાળાના કેન્દ્ર Oથી Pનું અંતર x છે.



આકૃતિ 4.11 વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત R ત્રિજ્યાના વર્તુળાકાર ગાળાની અક્ષ (ધરી) પર ચુંબકીયક્ષેત્ર. અહીં ચુંબકીયક્ષેત્ર $d\mathbf{B}$ (સૂક્ષ્મ ખંડ $d\boldsymbol{l}$ના કારણે) અને તેના અક્ષ (ધરી) પરના તેમજ તેને લંબ ઘટકો દર્શાવ્યા છે.

આ ગાળાનો વાહક ખંડ $\mathrm{d}\boldsymbol{l}$ ધારો.

તે આકૃતિ 4.11માં દર્શાવેલ છે. $\mathrm{d}\boldsymbol{l}$ના કારણે ઉદ્‌ભવતા ચુંબકીયક્ષેત્ર $\mathrm{d}\mathbf{B}$નું માન બાયૉસાવરના નિયમ (સમીકરણ 4.11(a)) પરથી મળે છે.

$$\mathrm{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,|d\boldsymbol{l}\times\mathbf{r}|}{r^3} \tag{4.12}$$

હવે $r^2 = x^2 + \mathrm{R}^2$. બીજું, આ ગાળાનો કોઈ પણ ખંડ, તે ખંડથી અક્ષ પર આવેલા બિંદુ સુધીના સ્થાનાંતર સદિશને લંબ હશે. ઉદાહરણ તરીકે, આકૃતિ 4.11માં $\mathrm{d}\boldsymbol{l}$ એ y-z સમતલમાં છે જ્યારે $\mathrm{d}\boldsymbol{l}$થી અક્ષ પરના બિંદુ P સુધીનો સ્થાનાંતર સદિશ $\mathbf{r}$ એ x-y સમતલમાં છે. આથી $|\mathrm{d}\boldsymbol{l}\times\mathbf{r}| = r\,\mathrm{d}l$. આથી,

$$\mathrm{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}l}{(x^2+\mathrm{R}^2)} \tag{4.13}$$

$\mathrm{d}\mathbf{B}$ની દિશા આકૃતિ 4.11માં દર્શાવી છે, જે $\mathrm{d}\boldsymbol{l}$ અને r વડે બનતા સમતલને લંબ છે. તેનો x-ઘટક dB_x છે અને x-અક્ષને લંબ ઘટક $\mathrm{dB}_\perp$ છે. જ્યારે x-અક્ષને લંબ ઘટકોનો સરવાળો કરવામાં આવે, ત્યારે તે એકબીજાને નાબુદ કરે છે અને પરિણામ શૂન્ય મળે છે. ઉદાહરણ તરીકે, $\mathrm{d}\boldsymbol{l}$ના કારણે મળતા ઘટક $\mathrm{d}\mathbf{B}_\perp$નું મૂલ્ય (Contribution) તેના વ્યાસની સામેના આકૃતિ 4.11માં દર્શાવેલા ઘટક વડે મળતા મૂલ્ય વડે નાબુદ થાય છે. આમ, ફક્ત x-ઘટક જ બચે છે. સંપૂર્ણ ગાળા પર $\mathrm{dB}_x = \mathrm{dB}\cos\theta$નું સંકલન કરતાં આપણને x-દિશા પરનું પરિણામી મૂલ્ય મળે. આકૃતિ 4.11 માટે,

$$\cos\theta = \frac{\mathbf{R}}{(x^2+\mathbf{R}^2)^{1/2}} \tag{4.14}$$

($\because$ **R** અને r વચ્ચેનો કોણ પણ θ થાય)

સમીકરણ (4.13) અને (4.14) પરથી,

$$\mathrm{d}\mathbf{B}_x = \frac{\mu_0 I\mathrm{d}l}{4\pi}\ \frac{\mathbf{R}}{(x^2+\mathbf{R}^2)^{3/2}}$$

આ ગાળા પર સૂક્ષ્મ ખંડો dlનો સરવાળો ગાળાના પરિઘ $2\pi R$ જેટલો થાય છે. આથી, સંપૂર્ણ વર્તુળાકાર ગાળા વડે P બિંદુએ ઉદ્ભવતું ચુંબકીયક્ષેત્ર

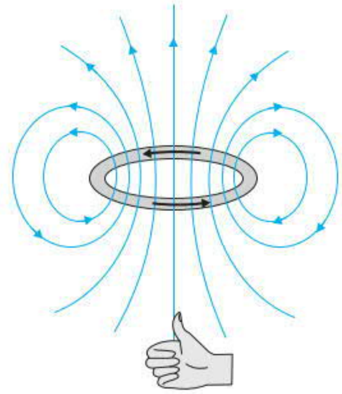
$$\mathbf{B} = B_x \hat{\mathbf{i}} = \frac{\mu_0 I R^2}{2(x^2 + R^2)^{3/2}} \hat{\mathbf{i}} \tag{4.15}$$

આ પરિણામના વિશિષ્ટ કિસ્સા તરીકે આપણે આ ગાળાના કેન્દ્ર પર ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂલ્ય મેળવી શકીએ. અહીં $x = 0$ અને તેથી આપણને

$$\mathbf{B}_0 = \frac{\mu_0 I}{2R} \hat{\mathbf{i}} \tag{4.16}$$

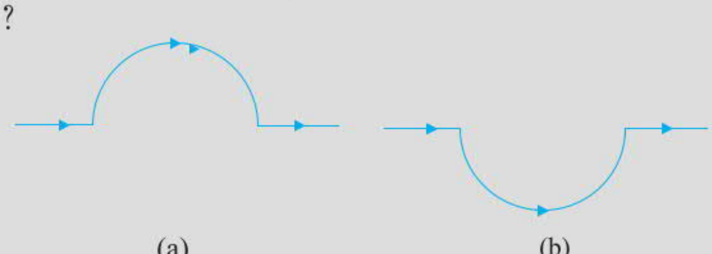
મળે છે. વર્તુળાકાર તારને લીધે ઉદ્ભવતી ચુંબકીયક્ષેત્ર રેખાઓ આકૃતિ 4.12માં દર્શાવ્યા મુજબ બંધ ગાળાઓ રચે છે. ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશા (બીજા) જમણા-હાથના અંગુઠાના નિયમ વડે દર્શાવાય છે જે નીચે આપેલ છે :

તમારા જમણા હાથની મુઠી વર્તુળાકાર તારની ફરતે એ રીતે વાળો કે જેથી તમારી આંગળીઓ વિદ્યુતપ્રવાહની દિશામાં હોય. જમણા હાથનો અંગુઠો ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશા દર્શાવશે.



આકૃતિ 4.12 વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત ગાળા માટે ચુંબકીયક્ષેત્ર રેખાઓ. ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશા જમણા-હાથના અંગુઠાના નિયમ વડે મળે છે જે લખાણમાં દર્શાવ્યું છે. ગાળાની ઉપરની બાજુને ચુંબકનો ઉત્તર ધ્રુવ ગણી શકાય જ્યારે નીચેની બાજુને દક્ષિણ ધ્રુવ ગણી શકાય.

ઉદાહરણ 4.6 આકૃતિ 4.13(a)માં દર્શાવ્યા મુજબ 12 A વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત સીધા તારને 2 cm ત્રિજ્યાના અર્ધ વર્તુળાકાર ચાપમાં વાળ્યો છે. ધારોકે આ ચાપના કેન્દ્ર પર ચુંબકીયક્ષેત્ર **B** છે. (a) સીધા વિભાગો વડે ઉદ્ભવતું ચુંબકીયક્ષેત્ર કેટલું હશે ? (b) અર્ધવર્તુળાકાર ચાપના કારણે મળતા **B** કરતાં, વર્તુળાકાર ગાળા વડે મળતું ચુંબકીયક્ષેત્ર કઈ રીતે જુદું પડે છે અને કઈ રીતે તેને મળતું આવે છે ? (c) આકૃતિ 4.13(b)માં દર્શાવ્યા મુજબ આ તારને તેટલી જ ત્રિજ્યાના પરંતુ વિરુદ્ધ દિશામાં અર્ધ વર્તુળાકાર ચાપમાં વાળવામાં આવે તો તમારો જવાબ જુદો હશે ?



આકૃતિ 4.13

ઉદાહરણ 4.6

ઉકેલ

(a) દરેક સીધા ખંડ માટે d$\boldsymbol{l}$ અને r સમાંતર છે. આથી, d$\boldsymbol{l}$ × r = 0. સીધા ખંડ |B|માં કોઈ ફાળો આપતા નથી.

(b) અર્ધવર્તુળાકાર ચાપના દરેક ખંડ માટે દરેક d$\boldsymbol{l}$ × r એકબીજાને સમાંતર છે (આ પુસ્તકના પાનના સમતલની અંદર જતું. આ દરેકનો ફાળો કુલ માનમાં ઉમેરાય છે. આથી અર્ધવર્તુળાકાર ચાપ માટે Bની દિશા જમણા હાથના અંગુઠાના નિયમ વડે દર્શાવાય છે અને તેનું મૂલ્ય વર્તુળાકાર ગાળા વડે મળતા માન કરતાં અડધું હોય છે. આમ B આ પાનના સમતલને લંબરૂપે અંદરની દિશા તરફ 1.9×10^{-4} T જેટલું છે.

(c) Bનું માન (b)માં મળતા માન જેટલું જ પરંતુ વિરુદ્ધ દિશામાં મળશે.

ઉદાહરણ 4.6

ઉદાહરણ 4.7 10 cm ત્રિજ્યા ધરાવતું અને ખૂબ પાસે રહેલા 100 આંટા ધરાવતું એક ગુંચળું (Coil) ધ્યાનમાં લો, જેમાંથી 1 A વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર થાય છે. આ ગુંચળાના કેન્દ્રમાં ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂલ્ય કેટલું હશે ?

ઉકેલ ગુંચળુ ખૂબ પાસે આંટા ધરાવતું હોવાથી, આપણે દરેક વર્તુળાકાર ઘટક (અંશ)ની ત્રિજ્યા એક સમાન R = 10 cm = 0.1 m લઈ શકીએ. આંટાઓની સંખ્યા N = 100 ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂલ્ય

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2R} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 10^2 \times 1}{2 \times 10^{-1}} = 2\pi \times 10^{-4} = 6.28 \times 10^{-4}\ \text{T}$$

ઉદાહરણ 4.7

4.7 ઍમ્પિયરનો સર્કીટલ (બંધ ગાળાનો) નિયમ (AMPERE'S CIRCUITAL LAW)

બાયૉસાવરના નિયમને વધુ સારી અને સચોટ રીતે દર્શાવવાની બીજી રીત પણ છે. ઍમ્પિયરના સર્કીટલ નિયમમાં સીમા રેખા ધરાવતી મુક્ત (ખૂલ્લી) સપાટી ધ્યાનમાં લેવામાં આવે છે (આકૃતિ 4.14). આ સપાટીમાંથી વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર થાય છે. આપણે સીમા રેખાને નાના ખંડોમાં વહેંચાયેલી ગણી શકીએ. dl લંબાઈનો આવો એક ખંડ ધ્યાનમાં લો. આ ખંડ માટે આપણે ચુંબકીયક્ષેત્રનો સ્પર્શીય (Tangential) ઘટક B_t લઈ તેની સાથે આ ખંડની લંબાઈ dlનો ગુણાકાર કરીએ (નોંધ : $B_t\, dl = \mathbf{B} \cdot d\boldsymbol{l}$). આવા બધા ગુણાકારોનો સરવાળો કરવામાં આવે છે. આ ખંડો સૂક્ષ્મ થતા જાય અને તેમની સંખ્યા વધતી જાય તે લક્ષ (Limit) વિચારીએ. અહીં સરવાળો સંકલનમાં પરિણમશે. ઍમ્પિયરનો સર્કીટલ નિયમ જણાવે છે કે આ સંકલન આ સપાટીમાંથી પસાર થતા વિદ્યુતપ્રવાહ અને μ_0ના ગુણાકાર જેટલું હશે. એટલે કે,

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\boldsymbol{l} = \mu_0 I \qquad [4.17(a)]$$

આકૃતિ 4.14

જ્યાં, I એ આ સપાટીમાંથી પસાર થતો કુલ વિદ્યુતપ્રવાહ છે. સંકલન આ સપાટીને સમાવતી સીમા Cના બંધ ગાળા પર લેવામાં આવે છે. ઉપરનું સમીકરણ, જમણા હાથના નિયમ વડે દર્શાવાતી સંજ્ઞા-પ્રણાલિકા (રુઢિ)નું પાલન કરે છે. જમણા હાથની આંગળીઓને આ સીમા પર જે દિશામાં જવાના હોઈએ તે રીતે વાળો કે જે માટે બંધ ગાળા પર સંકલન $\oint \mathbf{B} \cdot d\boldsymbol{l}$ લીધું છે.

અહીં અંગુઠાની દિશા જે દિશામાં વિદ્યુતપ્રવાહ Iને ધન ગણવામાં આવે છે તે દર્શાવે છે.

કેટલાક ઉપયોગો માટે, સમીકરણ 4.17(a)નું વધુ સરળ સ્વરૂપ પુરતું થઈ રહે છે. આવા કિસ્સાઓમાં આપણે એમ ધારીશું કે, એવો બંધ ગાળો (જેને ઍમ્પિરિયન લૂપ કહે છે) પસંદ કરવાનું શક્ય છે કે જે ગાળાના દરેક બિંદુ માટે, કાં તો

આન્દ્રે ઍમ્પિયર
(Andre Ampere) (1775-1836)
આન્દ્રે મેરી ઍમ્પિયર ફ્રેન્ચ ભૌતિક શાસ્ત્રી, ગણિતજ્ઞ અને રસાયણશાસ્ત્રી હતો જેણે વિદ્યુત ગતિ શાસ્ત્રના વિજ્ઞાનની શોધ કરી. ઍમ્પિયર નાનપણથી વિલક્ષણ હતો, જે 12 વર્ષની ઉંમરે તો વિકસિત (Advanced) ગણિતમાં પારંગત હતો. તેણે ઑર્સ્ટેડે (Oersted's) કરેલી શોધનું મહત્ત્વ સમજ્યું હતું. તેણે વિદ્યુતપ્રવાહ અને ચુંબકત્વ વચ્ચેનો સંબંધ જાણવા માટે ઘણા બધા પ્રયોગોની હારમાળાનો અભ્યાસ કર્યો. આ બધા પ્રયોગોના પરિણામ સ્વરૂપે 1827માં 'ફક્ત પ્રયોગો આધારિત વિદ્યુતગતિ શાસ્ત્રની ઘટનાઓ વિશે ગાણિતીય સિદ્ધાંત' (Mathematical Theory of Electrodynamic Phenomena Deduced Solely from Experiments) પ્રકાશિત થયો. તેણે પૂર્વધારણા કરી કે બધી ચુંબકીય ઘટનાઓ,વર્તુળમાર્ગી (Circulating) વિદ્યુતપ્રવાહોના કારણે હોય છે. ઍમ્પિયર વિનમ્ર અને ભૂલકણા (બેધ્યાન) હતા. એક વખત તે સમ્રાટ નેપોલીયને આપેલ જમણનું આમંત્રણ પણ ભૂલી ગયા હતા. 61 વર્ષની ઉંમરે તે ન્યુમોનિયાના કારણે ગુજરી ગયા. તેમની કબર પરના સમાધી લેખમાં લખ્યું છે : અંતે સુખી *(Tandem Felix - Happy at Last)*.

આન્દ્રે ઍમ્પિયર (Andre Ampere) (1775-1836)

(i) **B** આ ગાળાને સ્પર્શતું (સ્પર્શકની દિશામાં) હોય અને B અશૂન્ય અચળ હોય, અથવા

(ii) **B** આ ગાળાને લંબરૂપે હોય, અથવા

(iii) **B** નાબુદ થતું હોય.

હવે, ધારોકે ગાળા (ના વિભાગ)ની લંબાઈ L માટે **B** સ્પર્શકની દિશામાં છે. ધારોકે આ ગાળા વડે ઘેરાયેલ વિદ્યુતપ્રવાહ I_e છે. આથી સમીકરણ (4.17) પરથી

$$BL = \mu_0 I_e \qquad [4.17(b)]$$

જ્યારે કોઈ સંમિતિ ધરાવતું તંત્ર હોય જેમકે આકૃતિ 4.15 મુજબ વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત અનંત લંબાઈનો સીધો તાર, તો ગૉસનો નિયમ જે રીતે વિદ્યુતક્ષેત્રની ગણતરી માટે મદદરૂપ થાય છે તે જ રીતે, ઍમ્પિયરના નિયમથી ચુંબકીયક્ષેત્રની ગણતરી સહેલાઈથી કરી શકાય છે. આ સ્થિતિ આગળ આપેલ ઉદાહરણ 4.8માં દર્શાવી છે. ધ્યાનમાં લીધેલ ગાળાની સીમા વર્તુળાકાર છે અને ચુંબકીયક્ષેત્ર વર્તુળના પરિઘને સ્પર્શકની દિશામાં છે. સમીકરણ 4.17(b)ની ડાબી બાજુ માટે આ નિયમ મુજબ $B\cdot 2\pi r$ મળે. તારથી r અંતરે ચુંબકીયક્ષેત્ર સ્પર્શકની દિશામાં મળે, જેનું મૂલ્ય

$$B \times 2\pi r = \mu_0 I,$$

$$B = \mu_0 I/(2\pi r) \qquad (4.18)$$

અનંત લંબાઈના તાર માટે ઉપરનું પરિણામ ઘણા દૃષ્ટિકોણથી રસપ્રદ છે.

(i) તે દર્શાવે છે કે (તારને અક્ષ તરીકે ગણીએ તો), r ત્રિજ્યાના વર્તુળના દરેક બિંદુએ ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂલ્ય એક સરખું હોય છે. બીજા શબ્દોમાં, ચુંબકીયક્ષેત્ર નળાકારીય સંમિતિ ધરાવે છે. ક્ષેત્ર જે સામાન્ય રીતે ત્રણ યામ પર આધાર રાખે છે તે (અહીં) ફક્ત એક યામ r પર આધારિત છે. જ્યાં જ્યારે પણ સંમિતિ હોય ત્યાં ઉકેલો સહેલા હોય છે (સહેલાઈથી મળે છે).

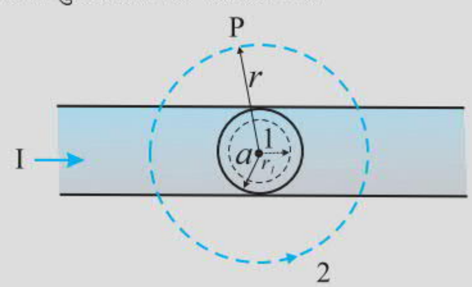
(ii) વર્તુળના દરેક બિંદુએ ચુંબકીયક્ષેત્ર સ્પર્શકની દિશામાં હોય છે. આમ, અચળ માનવાળા ચુંબકીયક્ષેત્રની રેખાઓ સમકેન્દ્રી વર્તુળો રચે છે. હવે યાદ કરો કે, આકૃતિ 4.1(c)માં, લોખંડની ભૂકી સમકેન્દ્રી વર્તુળો રચતી હતી. આ રેખાઓ જે બંધ વક્રો (ગાળા) રચે છે તેમને ચુંબકીયક્ષેત્ર રેખાઓ કહે છે. તે સ્થિત વિદ્યુતક્ષેત્ર રેખાઓની જેમ ધન વિદ્યુતભારોમાંથી ઉત્પન્ન થઈ ઋણ વિદ્યુતભારમાં સમાઈ જાય તેવી નથી. સીધા તાર વડે ઉદ્‌ભવતા ચુંબકીયક્ષેત્રનું સમીકરણ ઑરસ્ટેડે કરેલા પ્રયોગોનું સૈદ્ધાંતિક સમાધાન કરે છે.

(iii) બીજો નોંધવા જેવો મુદ્દો એ છે કે તાર અનંત લંબાઈનો હોવા છતાં, તેનાથી નહિવત્ (પણ Non Zero) અંતરે (અત્યંત નજીક) ચુંબકીયક્ષેત્ર અનંત નથી. તારની ખૂબ નજીક પહોંચીએ ત્યારે જ તે ખૂબ ઝડપથી વધે છે. આ ક્ષેત્ર વિદ્યુતપ્રવાહના સમપ્રમાણમાં અને (અનંત લંબાઈનાં) વિદ્યુતપ્રવાહ ઉદ્‌ગમથી અંતરના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં હોય છે.

(iv) લાંબા (વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત) તાર વડે ઉદ્ભવતા (ચુંબકીય) ક્ષેત્રની દિશા શોધવા માટે એક સીધો નિયમ* છે. જમણા હાથના નિયમ તરીકે ઓળખાતો આ નિયમ નીચે મુજબ છે :
તારને તમારા જમણા હાથથી એવી રીતે પકડો કે જેથી તમારો વિસ્તારેલો અંગૂઠો વિદ્યુતપ્રવાહની દિશામાં રહે. તમારી આંગળીઓ ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશામાં વળેલી હશે.

ઍમ્પિયરનો સર્કિટલ નિયમ બાયૉસાવરના નિયમ કરતાં કઈ પણ નવું કહેતો નથી. બંને ચુંબકીયક્ષેત્ર અને વિદ્યુતપ્રવાહને સાંકળે છે, અને બંને સ્થિર વિદ્યુતપ્રવાહના કારણે મળતા એકસમાન ભૌતિક પરિણામો જ દર્શાવે છે. જે રીતે કુલંબના નિયમ માટે ગૉસનો નિયમ છે, તે જ રીતે બાયૉસાવરના નિયમ માટે ઍમ્પિયરનો નિયમ છે. ઍમ્પિયરનો નિયમ બંને પરિમિતિ/પરિઘ કે સીમા પર આવેલી ભૌતિક રાશિ (ચુંબકીય કે વિદ્યુતક્ષેત્ર)ને અંદર રહેલી બીજી ભૌતિક રાશિ, જેમકે ક્ષેત્રના ઉદ્ગમ (વિદ્યુતપ્રવાહ કે વિદ્યુતભાર) સાથે સાંકળે છે. આપણે એ પણ નોંધીએ કે ઍમ્પિયરનો સર્કીટલ નિયમ સ્થિર વિદ્યુતપ્રવાહો માટે સત્ય છે જે સમય સાથે બદલાતા ન હોય. હવે આપેલું ઉદાહરણ આપણને અંદર રહેલ (ઘેરાયેલા) વિદ્યુતપ્રવાહ શબ્દનો અર્થ સમજવા માટે મદદરૂપ થશે.

ઉદાહરણ 4.8 આકૃતિ 4.15માં વિદ્યુતપ્રવાહ I ધારિત, વર્તુળાકાર આડછેદ (ત્રિજ્યા a)નો એક લાંબો સીધો તાર દર્શાવ્યો છે. વિદ્યુતપ્રવાહ I, આડછેદમાં સમાન રીતે પ્રસરેલો છે. $r < a$ અને $r > a$ વિસ્તારોમાં ચુંબકીયક્ષેત્રની ગણતરી કરો.



આકૃતિ 4.15

ઉકેલ

(a) ધારોકે $r > a$. અનુક્રમ 2 વડે દર્શાવેલ ઍમ્પિરિયન ગાળો, આ આડછેદ સાથે સમકેન્દ્રિત વર્તુળ (રચે) છે. આ ગાળા માટે,

$L = 2\pi r$

$I_e =$ ગાળા વડે ઘેરાયેલ વિદ્યુતપ્રવાહ $= I$

પરિણામે, લાંબા સીધા તાર માટેનું જાણીતું સમીકરણ

$B(2\pi r) = \mu_0 I$ છે.

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$B \propto \frac{1}{r} \; (r \geq a) \qquad [4.19(a)]$$

(b) ધારોકે $r < a$. ઍમ્પિરિયન ગાળો અનુક્રમ 1 વડે દર્શાવ્યો છે. આ ગાળા માટે, વર્તુળની ત્રિજ્યા r લઈએ તો,

$L = 2\pi r$

ઉદાહરણ 4.8

* **નોંધો કે અહીં બે બિલકુલ અલગ જમણા હાથના નિયમો છે :** એક વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત ગાળાની અક્ષ પર ચુંબકીયક્ષેત્ર **B**ની દિશા દર્શાવે છે. જ્યારે બીજો સીધા વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત તાર માટે **B**ની દિશા દર્શાવે છે. બંનેમાં આંગળીઓ અને અંગૂઠો અલગ અલગ ભાગ ભજવે છે.

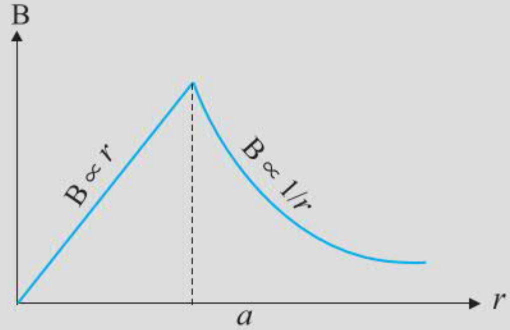
હવે ઘેરાયેલ વિદ્યુતપ્રવાહ I_e, I જેટલો નથી પરંતુ આ મૂલ્યથી ઓછો છે. વિદ્યુતપ્રવાહનું વિતરણ સમાન હોવાથી, ઘેરાયેલો વિદ્યુતપ્રવાહ

$$I_e = I\left(\frac{\pi r^2}{\pi a^2}\right) = \frac{Ir^2}{a^2}$$

ઍમ્પિયરના નિયમ પરથી, $B(2\pi r) = \mu_0 \frac{Ir^2}{a^2}$

$$B = r\left(\frac{\mu_0 I}{2\pi a^2}\right)$$

$$B \propto r \qquad (r \le a) \qquad [4.19(b)]$$



આકૃતિ 4.16

આકૃતિ (4.16)માં ચુંબકીયક્ષેત્ર **B**ના મૂલ્ય વિરુદ્ધ તારના કેન્દ્રથી અંતર *r*નો આલેખ દર્શાવ્યો છે. ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશા અનુરૂપ વર્તુળાકાર ગાળા (1 કે 2) સાથે સ્પર્શકની દિશામાં હોય છે જે આ વિભાગમાં સમજાવેલ જમણા હાથના નિયમ મુજબ મળે છે. આ ઉદાહરણ જરૂરી સંમિતિ ધરાવે છે કે જેથી ઍમ્પિયરનો નિયમ સરળતાથી લગાડી શકાય.

ઉદાહરણ 4.8

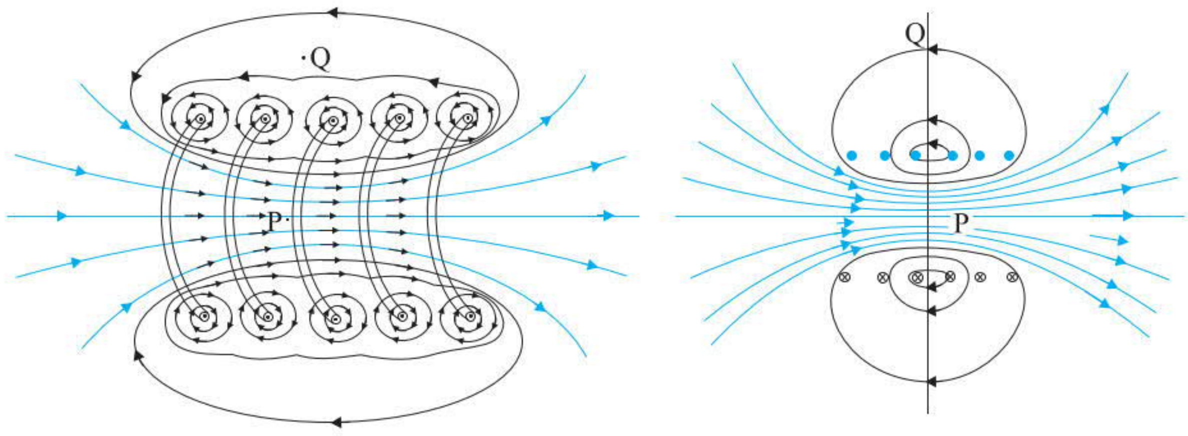
એ નોંધવું જોઈએ કે ઍમ્પિયરનો સર્કિટલ નિયમ કોઈપણ ગાળા માટે સાચો હોવા છતાં, દરેક કિસ્સામાં તેના દ્વારા ચુંબકીયક્ષેત્રની ગણતરી દરેક વખતે શક્ય ન પણ બને. ઉદાહરણ તરીકે, પરિચ્છેદ 4.6માં દર્શાવેલ વર્તુળાકાર ગાળાના કિસ્સામાં, ગાળાના કેન્દ્ર પાસે ચુંબકીયક્ષેત્ર માટેનું સામાન્ય સમીકરણ $B = \mu_0 I/2R$ (સમીકરણ (4.16)) મેળવવા માટે તે (ઍમ્પિયરનો નિયમ) લાગુ ન પાડી શકાય. આમ છતાં, ઊંચી સંમિતિ ધરાવતી એવી ઘણી બધી પરિસ્થિતિઓ છે કે જેના માટે આ નિયમ સહેલાઈથી લાગુ પાડી શકાય. આપણે તેનો ઉપયોગ હવે પછીના પરિશિષ્ટમાં સામાન્ય રીતે ઉપયોગમાં લેવાતા અને ખૂબ ઉપયોગી એવા બે ચુંબકીય તંત્રો, સૉલેનોઈડ અને ટૉરોઈડ માટે કરીશું.

4.8 સૉલેનોઇડ અને ટૉરોઇડ (The Solenoid and the Toroid)

સૉલેનોઈડ અને ટૉરોઈડ એ એવા બે સાધન છે જે ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે. ટેલિવિઝનમાં સૉલેનોઈડનો ઉપયોગ જરૂરી ચુંબકીયક્ષેત્રો ઉત્પન્ન કરવા માટે થાય છે. સિન્ક્રોટ્રોનમાં આ બંનેનો ઉપયોગ સંયુક્ત રીતે, જરૂરી એવા ખૂબ ઊંચા ચુંબકીયક્ષેત્રો ઉત્પન્ન કરવા માટે થાય છે. સૉલેનોઈડ અને ટૉરોઈડ, બંનેમાં ખૂબ ઊંચી સંમિતિ (ની માત્રા) હોવાથી ઍમ્પિયરનો નિયમ સહેલાઈથી લાગુ પાડી શકાય છે.

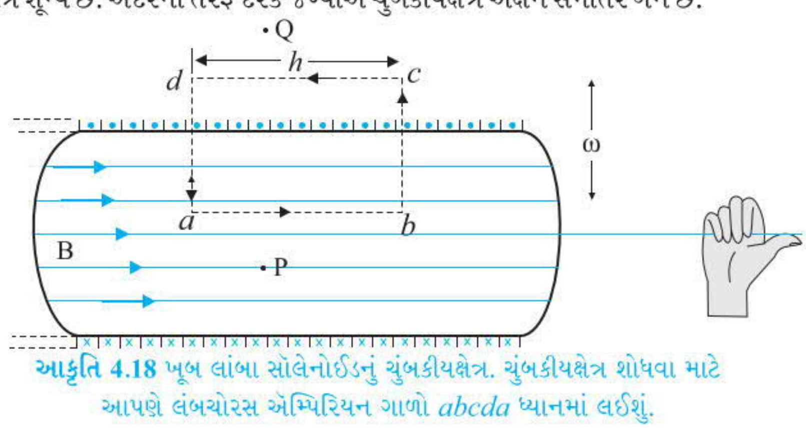
4.8.1 સૉલેનોઈડ (The Solenoid)

આપણે લાંબા સૉલેનોઈડની ચર્ચા કરીશું. લાંબા સૉલેનોઈડનો મતલબ એ કે તેની ત્રિજ્યાની સરખામણીમાં તેની લંબાઈ ઘણી વધુ હોય. તે એક લાંબા તારને ખૂબ પાસે રહેલા આંટાઓમાં હેલીકલ રૂપમાં વિંટાળીને બનાવેલ હોય છે. આથી દરેક આંટાને વર્તુળાકાર ગાળો ગણી શકાય. કુલ ચુંબકીયક્ષેત્ર, દરેક આંટાઓના કારણે ઉદ્ભવતા ચુંબકીયક્ષેત્રોના સદિશ સરવાળા જેટલું હોય છે. આંટા વિંટવા માટે ઈનેમલવાળા (અવાહક પડ ચઢાવેલા) તારનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે જેથી આ આંટા એક બીજાના સંપર્કમાં અવાહક તરીકે વર્તે.



આકૃતિ 4.17 (a) સૉલેનોઈડના કારણે ઉદ્ભવતું ચુંબકીયક્ષેત્ર, જે સ્પષ્ટતા માટે પ્રસરાવીને દર્શાવ્યું છે. ફક્ત બહારનો અર્ધવર્તુળાકાર ભાગ દર્શાવ્યો છે. આજુબાજુના વર્તુળાકાર ગાળાના આંટાઓની અસર એકબીજાને કેવી રીતે નાબુદ કરે છે તે નોંધો. (b) સિમિત (પરિમિત) સૉલેનોઈડનું ચુંબકીયક્ષેત્ર.

આકૃતિ 4.17માં સિમિત સૉલેનોઈડની ચુંબકીયક્ષેત્ર રેખાઓ દર્શાવી છે. આપણે આ સૉલેનોઈડના એક ભાગનું વિવર્ધિત નિરૂપણ આકૃતિ 4.17(a)માં દર્શાવ્યું છે. આકૃતિ 4.17(b)માં સમગ્ર સૉલેનોઈડ તેના ચુંબકીયક્ષેત્ર સાથે દર્શાવ્યો છે. આકૃતિ 4.17(a)માં, વર્તુળાકાર ગાળાઓ પરથી તે દેખીતું છે કે બાજુ બાજુના આંટાઓનું ચુંબકીયક્ષેત્ર નાબુદ થઈ જાય છે. આકૃતિ 4.17(b)માં આપણે જોઈ શકીએ કે સૉલેનોઈડની અંદરની તરફ મધ્યમાં આવેલા બિંદુ P પાસે ચુંબકીયક્ષેત્ર નિયમિત (Uniform), પ્રબળ અને તેની અક્ષની દિશામાં છે. બહારના મધ્યબિંદુ Q પાસે ચુંબકીયક્ષેત્ર નબળું અને મોટાભાગે સૉલેનોઈડની અક્ષને સમાંતર હોય છે. જેનો લંબ ઘટક હોતો નથી. સૉલેનોઈડ જેમ મોટો બનતો જાય તેમ તે જાણે કે લાંબી નળાકાર ધાતુની તક્તિ (Sheet) જેવો લાગે છે. આકૃતિ 4.18માં તેનું આદર્શ નિરૂપણ દર્શાવ્યું છે. સૉલેનોઈડની બહાર ચુંબકીયક્ષેત્ર શૂન્યવત્ થતું જાય છે. આપણે ધારીશું કે, બહારની તરફ ચુંબકીયક્ષેત્ર શૂન્ય છે. અંદરની તરફ દરેક જગ્યાએ ચુંબકીયક્ષેત્ર અક્ષને સમાંતર બને છે.



આકૃતિ 4.18 ખૂબ લાંબા સૉલેનોઈડનું ચુંબકીયક્ષેત્ર. ચુંબકીયક્ષેત્ર શોધવા માટે આપણે લંબચોરસ ઍમ્પિરિયન ગાળો *abcda* ધ્યાનમાં લઈશું.

એક લંબચોરસ ઍમ્પિરિયન ગાળો *abcda* ધારો. અગાઉ દર્શાવ્યું તેમ *cd* પર ચુંબકીય ક્ષેત્ર શૂન્ય છે. લંબ ખંડો *bc* અને *ad* પર, ચુંબકીયક્ષેત્રનો ઘટક શૂન્ય છે. આથી, આ બંને ખંડો કોઈ ફાળો આપતા નથી. ધારોકે *ab* ને સમાંતર ચુંબકીયક્ષેત્ર B છે.

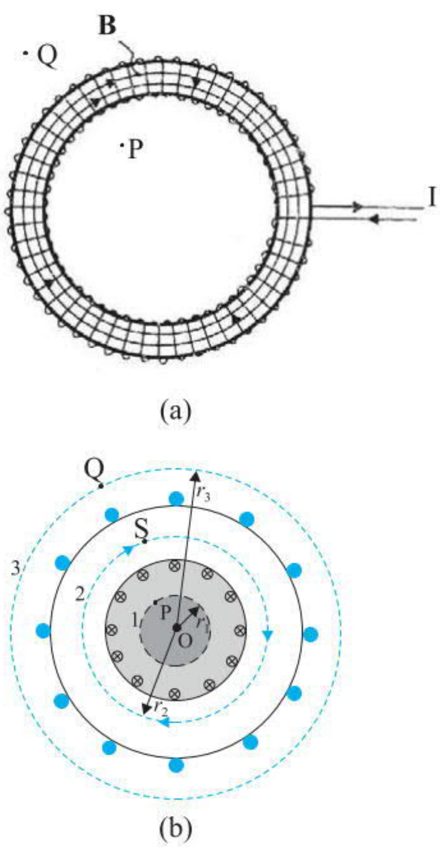
આમ, ઍમ્પિરિયન ગાળાની પ્રસ્તુત લંબાઈ $L = h$ છે. જો એકમ લંબાઈ દીઠ આંટાઓની સંખ્યા n હોય, તો કુલ આંટાઓની સંખ્યા nh હોય. ઘેરાયેલો વિદ્યુતપ્રવાહ, $I_e = I(nh)$ છે. જ્યાં, I એ સૉલેનોઈડમાંથી વહેતો વિદ્યુતપ્રવાહ. ઍમ્પિયરના સર્કિટલ નિયમ (સમીકરણ 4.17(b)) પરથી,

$$BL = \mu_0 I_e,\ Bh = \mu_0 I(nh)$$

$$B = \mu_0 n I \qquad (4.20)$$

ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશા જમણા હાથના નિયમ પરથી મળે છે. સૉલેનોઈડનો ઉપયોગ મોટા ભાગે સમાન (નિયમિત) ચુંબકીયક્ષેત્ર મેળવવા માટે થાય છે. હવે પછીના પ્રકરણમાં આપણે જોઈશું કે સૉલેનોઈડમાં અંદર નરમ લોખંડ ગર્ભ દાખલ કરવાથી મોટું ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરી શકાય છે.

4.8.2 ટૉરોઈડ (The Toroid)



આકૃતિ 4.19 (a) વિદ્યુતપ્રવાહ I ધારિત ટૉરોઈડ. (b) ટૉરોઈડનો આડછેદ. ઍમ્પિયરના સર્કિટલ નિયમનો ઉપયોગ કરીને ટૉરોઈડના કેન્દ્ર Oથી યાદચ્છિક r અંતરે ચુંબકીયક્ષેત્ર મેળવી શકાય છે. 1, 2 અને 3 વડે દર્શાવેલ ત્રુટક રેખાઓ ત્રણ ઍમ્પિરિયન ગાળાઓ દર્શાવે છે.

ટૉરોઈડએ પોલી વર્તુળાકાર રીંગ (વલય) છે. જેના પર તારના ઘણા બધા આંટા (અવાહક પડ ચઢાવેલા) પાસપાસે વિંટાળેલા હોય છે. તેને એવા સૉલેનોઈડ તરીકે વિચારી શકાય કે જેને વર્તુળાકારમાં વાળીને એકબીજાને જોડેલ હોય. તેને વિદ્યુતપ્રવાહ I સાથે આકૃતિ 4.19(a)માં દર્શાવ્યો છે. આપણે જોઇશું કે ટૉરોઈડની અંદરની ખુલ્લી જગ્યામાં (P બિંદુએ) અને તેની બહાર (Q બિંદુએ) ચુંબકીયક્ષેત્ર શૂન્ય છે. ખૂબ નજીક આંટા ધરાવતા આદર્શ ટૉરોઈડની અંદર ચુંબકીયક્ષેત્ર **B**નું મૂલ્ય અચળ હોય છે.

આકૃતિ 4.19 (b)માં ટૉરોઈડનો આડછેદ દર્શાવ્યો છે. વર્તુળાકાર ગાળાઓ માટે જમણા હાથના નિયમ મુજબ (ટૉરોઈડની) અંદરના ભાગમાં ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશા સમઘડી હોય છે. ત્રણ ઍમ્પિરિયન ગાળાઓ 1, 2 અને 3 ને ત્રુટક રેખાઓ વડે દર્શાવ્યા છે. સંમિતિ મુજબ, ચુંબકીયક્ષેત્ર દરેક ગાળાને સ્પર્શકની દિશામાં હોવું જોઈએ તથા આપેલ ગાળા માટે તેનું મૂલ્ય અચળ હોવું જોઈએ. 2 અને 3 વડે બનતા બંને વર્તુળાકાર વિસ્તારો ટૉરોઈડને એવી રીતે છેદે છે કે જેથી વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત તારનો દરેક આંટો એક વખત ગાળા 2 વડે તથા બે વખત ગાળા 3 વડે છેદાય છે.

ધારોકે, ગાળા 1 પર ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂલ્ય B_1 છે : આથી ઍમ્પિયરના સર્કિટલ નિયમ [સમીકરણ 4.17(a)]માં, $L = 2\pi r_1$

આમ છતાં, આ ગાળો કોઈ વિદ્યુતપ્રવાહને ઘેરતો (સમાવતો) ન હોવાથી $I_e = 0$. આથી,

$$B_1(2\pi r_1) = \mu_0(0), \qquad B_1 = 0$$

આથી, ટૉરોઈડમાં ખુલ્લી જગ્યામાં આવેલા કોઈ પણ બિંદુ P પાસે ચુંબકીયક્ષેત્ર શૂન્ય હોય છે.

હવે આપણે દર્શાવીશું કે આ જ રીતે Q પાસે ચુંબકીયક્ષેત્ર શૂન્ય હોય છે. ધારોકે ગાળા 3 પર ચુંબકીયક્ષેત્ર B_3 છે. અહીંયા પણ ઍમ્પિયરના નિયમ પરથી $L = 2\pi r_3$. આમ છતાં, આડછેદ પરથી આપણે જોઈ શકીએ કે પુસ્તકના (પાનાના) સમતલમાંથી બહાર તરફ આવતો વિદ્યુતપ્રવાહ અંદર તરફ જતા તેટલા જ પ્રવાહ વડે નાબુદ થાય છે. આથી, $I_e = 0$ અને $B_3 = 0$. ધારો કે (સૉલેનોઈડ) ટૉરોઈડની અંદર ચુંબકીયક્ષેત્ર B છે. હવે આપણે S પાસે ચુંબકીયક્ષેત્ર ગણીશું. અહીંયા પણ આપણે સમીકરણ [4.17(*a*)] મુજબ ઍમ્પિયરના નિયમનો ઉપયોગ કરીશું. આપણને $L = 2\pi r$ મળશે.

ઘેરાયેલો (સમાયેલો) વિદ્યુતપ્રવાહ I_e (ટૉરોઈડના ગુંચળાના N આંટા માટે), NI જેટલો છે.

$$B_1(2\pi r) = \mu_0 NI$$

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r} \tag{4.21}$$

હવે આપણે ટૉરોઈડ અને સૉલેનોઈડ માટેના બે પરિણામોની સરખામણી કરીએ. સૉલેનોઈડ માટે મળેલા સમીકરણ (4.20) સાથે સરખામણી સહેલાઈથી થાય તે માટે આપણે સમીકરણ (4.21)ને બીજી રીતે લખીશું. ધારોકે ટૉરોઈડની સરેરાશ ત્રિજ્યા r છે અને એકમ લંબાઈ દીઠ આંટાઓની સંખ્યા n છે. આથી,

$N = 2\pi r n$ = *ટૉરોઈડનો (સરેરાશ) પરિઘ × એકમ લંબાઈ દીઠ આંટાઓની સંખ્યા*

અને આમ,

$$B = \mu_0 n I \tag{4.22}$$

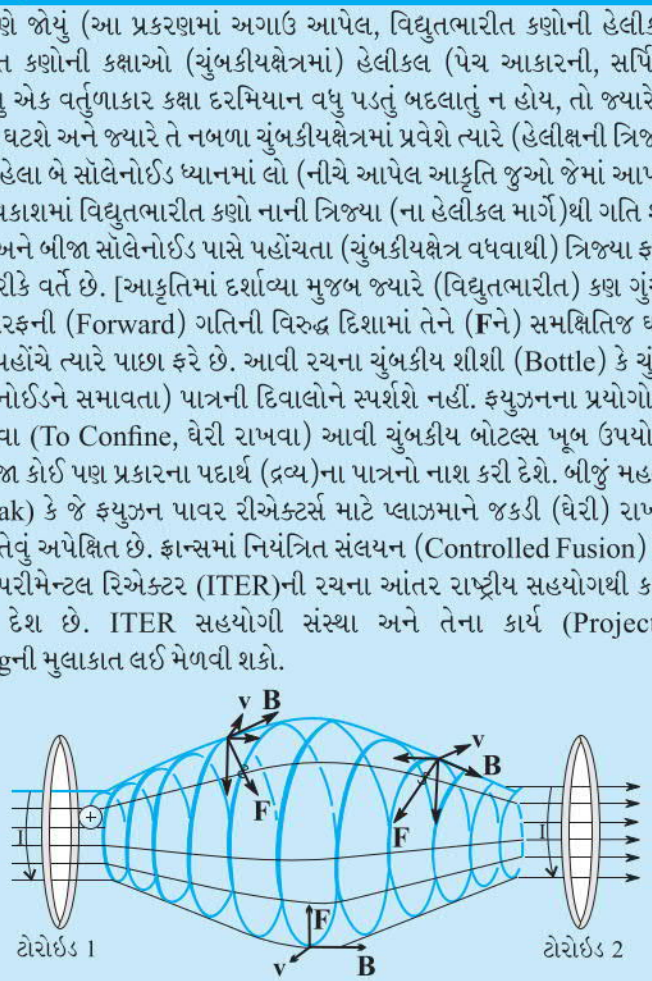
આ, સૉલેનોઈડ માટેનું સમીકરણ છે !

આદર્શ ટૉરોઈડમાં આંટાઓ વર્તુળાકાર હોય છે.

વાસ્તવમાં ટૉરોઈડના ગુંચળામાં આંટાઓ હેલીક્ષ બનાવે છે જેમાં ટૉરોઈડની બહાર થોડુંક ચુંબકીયક્ષેત્ર તો હોય જ છે.

ચુંબકીય બંધન (ઘેરાવો) (MAGNETIC CONFINEMENT)

પરિચ્છેદ 4.3માં આપણે જોયું (આ પ્રકરણમાં અગાઉ આપેલ, વિદ્યુતભારીત કણોની હેલીકલ ગતિ વિશેના બોક્ષમાં પણ જુઓ) કે વિદ્યુતભારીત કણોની કક્ષાઓ (ચુંબકીયક્ષેત્રમાં) હેલીકલ (પેચ આકારની, સર્પિલ) હોય છે. જો ચુંબકીયક્ષેત્ર નિયમિત ન હોય, પરંતુ એક વર્તુળાકાર કક્ષા દરમિયાન વધુ પડતું બદલાતું ન હોય, તો જ્યારે તે તીવ્ર ચુંબકીયક્ષેત્રમાં પ્રવેશે ત્યારે હેલીક્ષની ત્રિજ્યા ઘટશે અને જ્યારે તે નબળા ચુંબકીયક્ષેત્રમાં પ્રવેશે ત્યારે (હેલીક્ષની ત્રિજ્યા) વધશે. શૂન્યાવકાશિત બંધ પાત્રમાં થોડાક અંતરે રહેલા બે સૉલેનોઈડ ધ્યાનમાં લો (નીચે આપેલ આકૃતિ જુઓ જેમાં આપણે બંધ પાત્ર દર્શાવ્યું નથી). બે સૉલેનોઈડ વચ્ચેના અવકાશમાં વિદ્યુતભારીત કણો નાની ત્રિજ્યા (ના હેલીકલ માર્ગે)થી ગતિ શરૂ કરશે. જેમ ચુંબકીયક્ષેત્ર ઘટે તેમ આ ત્રિજ્યા વધશે અને બીજા સૉલેનોઈડ પાસે પહોંચતા (ચુંબકીયક્ષેત્ર વધવાથી) ત્રિજ્યા ફરીથી ઘટશે. સૉલેનોઈડ જાણે કે અરિસા (પરાવર્તક) તરીકે વર્તે છે. [આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ જ્યારે (વિદ્યુતભારીત) કણ ગુંચળા 2 પાસે પહોંચે ત્યારે **F**ની દિશા જુઓ. આગળ તરફની (Forward) ગતિની વિરુદ્ધ દિશામાં તેને (**F**ને) સમક્ષિતિજ ઘટક છે]. આ કારણે જ્યારે આ કણો સૉલેનોઈડ પાસે પહોંચે ત્યારે પાછા ફરે છે. આવી રચના ચુંબકીય શીશી (Bottle) કે ચુંબકીય પાત્ર તરીકે વર્તે છે. આ કણો ક્યારેય (બે સૉલેનોઈડને સમાવતા) પાત્રની દિવાલોને સ્પર્શશે નહીં. ફયુઝનના પ્રયોગો દરમ્યાન ઊંચી ઊર્જા ધરાવતા પ્લાઝમાને જકડી રાખવા (To Confine, ઘેરી રાખવા) આવી ચુંબકીય બોટલ્સ ખૂબ ઉપયોગી છે. ખૂબ ઊંચા તાપમાનને કારણે આ પ્લાઝમાં બીજા કોઈ પણ પ્રકારના પદાર્થ (દ્રવ્ય)ના પાત્રનો નાશ કરી દેશે. બીજું મહત્વનું (ઉપયોગી) પાત્ર ટૉરોઈડ છે. ટૉકામેક (Tokamak) કે જે ફયુઝન પાવર રીએક્ટર્સ માટે પ્લાઝમાને જકડી (ઘેરી) રાખતું ઉપકરણ છે, તેમાં ટોરોઇડ મહત્વનો ભાગ ભજવે તેવું અપેક્ષિત છે. ફ્રાન્સમાં નિયંત્રિત સંલયન (Controlled Fusion) સિદ્ધ કરવા માટે ઇન્ટરનેશનલ થર્મોન્યુકિલઅર એકસપરીમેન્ટલ રિએક્ટર (ITER)ની રચના આંતર રાષ્ટ્રીય સહયોગથી કરવામાં આવી છે, જેમાં ભારત પણ એક સહયોગી દેશ છે. ITER સહયોગી સંસ્થા અને તેના કાર્ય (Project) વિશે વધુ માહિતી તમે http://www.iter/orgની મુલાકાત લઈ મેળવી શકો.



ઉદાહરણ 4.9 1 cm ત્રિજ્યા અને 0.5 m લંબાઈનો સૉલેનોઈડ 500 આંટા ધરાવે છે. તેમાંથી 5 A વિદ્યુતપ્રવાહ પ્રસાર થાય છે. સૉલેનોઈડની અંદર ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂલ્ય કેટલું હશે ?

ઉકેલ એકમ લંબાઈ દીઠ આંટાઓની સંખ્યા

$$n = \frac{500}{0.5} = 1000 \text{ turns/m}$$

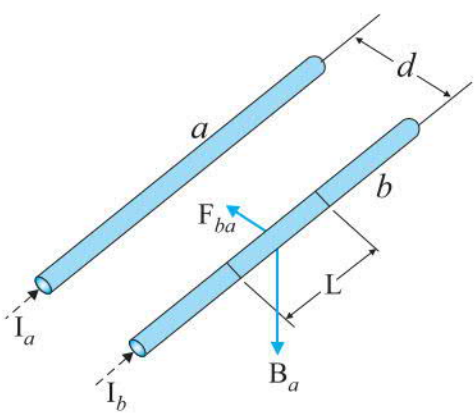
લંબાઈ $l = 0.5$ m અને ત્રિજ્યા $r = 0.01$ m. આથી $l/a = 50$ એટલે કે $l >> a$. આથી, આપણે લાંબા સૉલેનોઈડના સમીકરણ (4.20)નો ઉપયોગ કરી શકીએ,

$$B = \mu_0 n I$$
$$= 4\pi \times 10^{-7} \times 10^3 \times 5$$
$$= 6.28 \times 10^{-3} \text{ T}$$

ઉદાહરણ 4.9

4.9 બે સમાંતર વિદ્યુતપ્રવાહ વચ્ચે લાગતું બળ, ઍમ્પિયર (FORCE BETWEEN TWO PARALLEL CURRENTS, THE AMPERE)

આપણે શીખ્યા છીએ કે વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત વાહકના કારણે ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉદ્ભવે છે જે બાયૉસાવરના નિયમને અનુસરે છે. ઉપરાંત, આપણે એ પણ શીખ્યા છીએ કે બાહ્ય ચુંબકીયક્ષેત્ર, વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત વાહક પર બળ લગાડશે. તે લૉરેન્ઝના સમીકરણ પરથી મળે છે. આમ, પાસપાસે મુકેલા બે વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત વાહકો એકબીજા પર (ચુંબકીય) બળ લગાડશે, એવી અપેક્ષા રાખવી તર્કસંગત છે. 1820–25ના ગાળામાં, ઍમ્પિયરે આ ચુંબકીય બળનો પ્રકાર અને વિદ્યુતપ્રવાહના મૂલ્ય પર, વાહકોના આકાર અને કદ પર તથા બે વાહકો વચ્ચેના અંતર પર તેના આધાર વિશે અભ્યાસ કર્યો. આ પરિચ્છેદમાં આપણે બે સમાંતર વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત વાહકોનું ઉદાહરણ જોઈશું, જે આપણને ઍમ્પિયરે કરેલા કષ્ટમય કાર્ય વિશે ખ્યાલ આપશે.



આકૃતિ 4.20 સ્થિર વિદ્યુતપ્રવાહ I_a અને I_b ધરાવતા અને એકબીજાથી d અંતરે રહેલા બે સીધા વાહકો (તાર). વાહક 'a' વડે વાહક 'b' પાસે ઉદ્ભવતું ચુંબકીયક્ષેત્ર $\mathbf{B}_a$ છે.

આકૃતિ 4.20માં એકબીજાથી d અંતરે રહેલા બે લાંબા, સમાંતર વાહકો a અને b દર્શાવ્યા છે જેમાંથી અનુક્રમે (સમાંતર) વિદ્યુતપ્રવાહો I_a અને I_b પસાર થાય છે. વાહક 'a' દ્વારા વાહક 'b' પર દરેક બિંદુએ સમાન ચુંબકીયક્ષેત્ર $\mathbf{B}_a$ ઉત્પન્ન થાય છે. જમણા હાથનો નિયમ દર્શાવે છે કે આ ક્ષેત્રની દિશા (જ્યારે બંને વાહકો સમક્ષિતિજ મુક્યા હોય ત્યારે) નીચે તરફ (અધોદિશામાં) હોય છે. તેનું મૂલ્ય સમીકરણ [4.19(a)] પરથી અથવા ઍમ્પિયરના સર્કીટલ નિયમ પરથી મળે છે,

$$B_a = \frac{\mu_0 I_a}{2\pi d}$$

ચુંબકીયક્ષેત્ર $\mathbf{B}_a$ના કારણે વિદ્યુતપ્રવાહ I_b ધરાવતો સુવાહક, બાજુની તરફ (ચુંબકીય) બળ અનુભવશે. $\mathbf{B}_a$ના કારણે લાગતું આ બળ સુવાહક 'a'ની દિશામાં હશે (ચકાસો). આ બળને આપણે $\mathbf{F}_{ba}$ વડે દર્શાવીશું, જે 'b'ના વિભાગ (ખંડ) L પર 'a'ના કારણે લાગતું બળ છે. આ બળનું મૂલ્ય સમીકરણ (4.4) પરથી,

$$F_{ba} = I_b L B_a$$
$$= \frac{\mu_0 I_a I_b}{2\pi d} L \quad (4.23)$$

'b'ના કારણે 'a' પર લાગતું બળ શોધવું પણ શક્ય છે. ઉપર કરેલી ધારણાઓ મુજબ આપણે 'a'ના વિભાગ (ખંડ) L પર 'b' વડે લાગતું બળ F_{ab} શોધી શકીએ. તે $\mathbf{F}_{ab}$ના મૂલ્ય જેટલું અને bની તરફ હોય છે. આથી,

$$\mathbf{F}_{ba} = -\mathbf{F}_{ab} \quad (4.24)$$

નોંધો કે આ ન્યૂટનના ત્રીજા નિયમ સાથે સુસંગત છે.* આમ, ઓછામાં ઓછું સમાંતર વાહકો અને સ્થિર વિદ્યુતપ્રવાહો માટે આપણે દર્શાવ્યું કે બાયૉસાવરનો નિયમ અને લૉરેન્ઝ બળનું પરિણામ ન્યૂટનના ત્રીજા નિયમ મુજબ મળે છે.

ઉપર આપણે જોયું કે, એક જ દિશામાં વહેતા વિદ્યુતપ્રવાહો એક બીજાને આકર્ષે છે. કોઈ એ પણ દર્શાવી શકે કે વિરુદ્ધ દિશામાં વહેતા વિદ્યુતપ્રવાહો એકબીજાને અપાકર્ષે છે. આમ,

સમાંતર વિદ્યુતપ્રવાહો આકર્ષી અને પ્રતિસમાંતર પ્રવાહો અપાકર્ષી હોય છે.

સ્થિત વિદ્યુતના નિયમ કરતાં આ નિયમ ઉલટો છે. સમાન (સજાતિય) વિદ્યુતભારો એકબીજાને અપાકર્ષે છે, જ્યારે સમાન (સમાંતર) વિદ્યુતપ્રવાહો એકબીજાને આકર્ષે છે.

ધારો કે, બળ $\mathbf{F}_{ba}$નું એકમ લંબાઈ દીઠ મૂલ્ય f_{ba}વડે દર્શાવીએ તો સમીકરણ (4.23) પરથી,

$$f_{ba} = \frac{\mu_0 I_a I_b}{2\pi d} \quad (4.25)$$

આ સમીકરણનો ઉપયોગ ઍમ્પિયર (A)ને વ્યાખ્યાયિત કરવા માટે થાય છે, જે સાત મૂળભૂત SI એકમોમાંનો એક છે.

ઍમ્પિયર એ સ્થિર વિદ્યુતપ્રવાહનું એવું મૂલ્ય છે, જે બે ખૂબ લાંબા, સીધા અને નહીંવત (અવગણ્ય) આડછેદ ધરાવતા તથા શૂન્યાવકાશમાં એકબીજાથી એક મીટર અંતરે સમાંતર મુકેલા, વાહકોમાંથી પસાર થતો હોય, ત્યારે બંને વાહકો પર એક મીટર લંબાઈ દીઠ 2×10^{-7} ન્યૂટન બળ લગાડે (ઉત્પન્ન કરે).

ઍમ્પિયરની આ વ્યાખ્યા 1946માં સ્વીકારવામાં આવી. આ સૈદ્ધાંતિક વ્યાખ્યા છે. વ્યવહારમાં આપણે પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રની અસર નાબુદ કરવી જોઈએ તથા ખૂબ લાંબા તારની જગ્યાએ યોગ્ય ભૌમિતિક આકારના ઘણા આંટા ધરાવતા ગુંચળાઓનો ઉપયોગ કરવો પડે. વિદ્યુતપ્રવાહ તુલા (કાંટા, Balance) નામના સાધનનો ઉપયોગ આ યાંત્રિક બળ માપવા માટે થાય છે.

વિદ્યુતભારનો SI એકમ, જે કુલંબ કહેવાય છે, તેને હવે ઍમ્પિયરના સંદર્ભમાં વ્યાખ્યાયિત કરી શકાય.

જ્યારે સુવાહકમાંથી 1 A જેટલો સ્થિર વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર કરવામાં આવે, ત્યારે તેના આડછેદમાંથી 1 sમાં પસાર થતો વિદ્યુતભાર એક કુલંબ (1 C) જેટલો હોય છે.

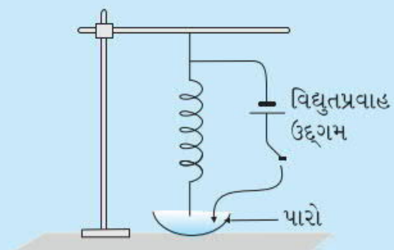
---

* એ જણાયું છે કે જ્યારે વિદ્યુતપ્રવાહો અને/અથવા ગતિમાન વિદ્યુતભારો સમય પર આધારિત હોય, ત્યારે વિદ્યુતભારો અને/અથવા (વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત) સુવાહકો વચ્ચે લાગતા બળો માટે ન્યૂટનનો ત્રીજો નિયમ લાગુ પડતો નથી. યંત્રશાસ્ત્રમાં ન્યૂટનના ત્રીજા નિયમ પરથી, અલગ કરેલા તંત્ર માટે વેગમાનના સંરક્ષણનો નિયમ, સીધો તરી આવે છે. જો (વિદ્યુત કે ચુંબકીય) ક્ષેત્ર વડે ધારણ કરાતું વેગમાન ધ્યાનમાં લેવામાં આવે તો આ બાબત વિદ્યુતચુંબકીયક્ષેત્રોની સમય-આધારિત પરિસ્થિતિઓમાં પણ લાગુ પડે છે.

સમાંતર વિદ્યુતપ્રવાહો વચ્ચેના આકર્ષણ માટે રોગેટનું સર્પિલ ગૂંચળું (ROGET'S SPIRAL FOR ATTRACTION BETWEEN PARALLEL CURRENTS)

સામાન્ય રીતે ચુંબકીય અસરો, વિદ્યુતીય અસરો કરતાં નાની હોય છે. પરિણામે, વિદ્યુતિ પ્રવાહો વચ્ચેનું બળ સામાન્યતઃ ઓછું હોય છે, કારણ કે ગુણાંક μ નાનો હોય છે. આથી વિદ્યુતપ્રવાહો વચ્ચેનું આકર્ષણ કે અપાકર્ષણ દર્શાવવું અઘરું પડે છે. આમ, 1 cm અંતરે રહેલા 5 A વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત તાર માટે, એક મીટર લંબાઈ દીઠ બળ 5×10^{-4} N જેટલું હોય, જે લગભગ 50 mg વજન જેટલું છે. તે ગરગડી પરથી પસાર થતી દોરી પર 50 mg વજન લટકાવીને તારને ઉપર ખેંચવા જેટલું છે. તારનું સ્થાનાંતર નોંધપાત્ર ન હોય તેવું હોય છે.

નરમ સ્પ્રિંગનો ઉપયોગ કરીને, આપણે સમાંતર વિદ્યુતપ્રવાહની અસરકારક લંબાઈ વધારી શકીએ અને પારાનો ઉપયોગ કરીને આપણે થોડા મિમિ (mm) જેટલું સ્થાનાંતર દૃશ્યમાન બનાવી શકીએ. આ માટે આપણને અચળ 5 A વિદ્યુતપ્રવાહ આપી શકે તેવા વિદ્યુતપ્રવાહ ઉદ્‌ગમની જરૂર પડશે.



જેનો પ્રાકૃતિક દોલન આવર્તકાળ 0.5 – 1 s હોય તેવું નરમ સર્પિલ ગુંચળુ (સ્પ્રિંગ) લો. તેને લંબરૂપે લટકાવો. તથા આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ તેનો નીચેનો છેડો અણીદાર રાખો. એક પાત્રમાં પારો લો અને સ્પ્રિંગને એવી રીતે ગોઠવો કે જેથી તેનો અણીદાર છેડો પારાની સપાટીને (ફક્ત) સ્હેજ અડકે. DC વિદ્યુતપ્રવાહ ઉદ્‌ગમ લો, તેના એક છેડાને સ્પ્રિંગના ઉપરના છેડા સાથે જોડો તથા બીજા છેડાને પારામાં ડૂબે તે રીતે રાખો. જ્યારે સ્પ્રિંગનો અણીદાર છેડો પારાના સંપર્કમાં આવે ત્યારે પારા દ્વારા પરિપથ પૂર્ણ થાય છે.

શરૂઆતમાં ધારોકે DC ઉદ્‌ગમને બંધ રાખવામાં આવે છે. સ્પ્રિંગની અણી એ રીતે ગોઠવેલી છે કે જેથી તે પારાને ફક્ત સ્હેજ અડકે. અચળ વિદ્યુતપ્રવાહના ઉદ્‌ગમને ચાલુ કરો અને અદ્‌ભુત નજારો જુઓ. સ્પ્રિંગ ઝાટકા સાથે સંકોચાશે, અણીદાર છેડો પારામાંથી બહાર આવશે (ફક્ત એકાદ મીમી જેટલો), પરિપથ તૂટશે જેથી વિદ્યુતપ્રવાહ અટકી જશે. સ્પ્રિંગ પાછી તેના મૂળ સ્થાને આવવા પ્રયત્ન કરશે, તેનો અણીદાર છેડો ફરીથી પારાને અડશે જેથી પરિપથમાં વિદ્યુતપ્રવાહ વહેવા લાગશે અને આ રીતે આવર્તનો ટીક, ટીક, ટીક... કરતાં ચાલુ રહેશે. શરૂઆતમાં, સારી અસર ઉત્પન્ન કરવા માટે તમારે થોડીક નાની ફેરગોઠવણી કરવી પડે.

પારાની વરાળ ઝેરી હોય છે આથી તમારો ચહેરો તેનાથી દુર રાખો. પારાની વરાળને લાંબા સમય સુધી શ્વાસમાં ન લો.

ઉદાહરણ 4.10 કોઈ સ્થળે પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રનો સમક્ષિતિજ ઘટક 3.0×10^{-5} T છે અને આ ક્ષેત્રની દિશા ભૌગોલિક દક્ષિણથી ભૌગોલિક ઉત્તર તરફ છે. એક લાંબો સીધો વાહક 1 A જેટલો સ્થાયી વિદ્યુતપ્રવાહ ધરાવે છે. તેને સમક્ષિતિજ ટેબલ પર મુકવામાં આવે અને તેમાંથી પસાર થતા વિદ્યુતપ્રવાહની દિશા (a) પૂર્વથી પશ્ચિમ તરફ, (b) દક્ષિણથી ઉત્તર તરફ હોય, ત્યારે તેની એકમ લંબાઈ દીઠ તેના પર લાગતું બળ કેટલું હશે ?

ઉકેલ $\mathbf{F} = I\mathbf{l} \times \mathbf{B}$

$F = IlB \sin\theta$

એકમ લંબાઈ દીઠ બળ

$f = F/l = IB \sin\theta$

(a) જ્યારે વિદ્યુતપ્રવાહ પૂર્વથી પશ્ચિમ તરફ વહેતો હોય ત્યારે $\theta = 90^\circ$

આથી, $f = IB$

$= 1 \times 3 \times 10^{-5} = 3 \times 10^{-5}$ N m^{-1}

ઉદાહરણ 4.10

જે ઍમ્પિયરની વ્યાખ્યામાં દર્શાવેલ મૂલ્ય 2×10^{-7} N m^{-1} કરતાં વધુ છે. આથી અહીંયા ઍમ્પિયરને પ્રમાણભૂત કરવા માટે પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્ર અને બીજા ક્ષેત્રોની અસર નાબુદ કરવી જોઈએ.

બળની દિશા નીચે તરફ છે. સદિશ ગુણાકારના દિશા ગુણધર્મ મુજબ આ દિશા મેળવી શકાય.

(b) જ્યારે વિદ્યુતપ્રવાહ ઉત્તરથી દક્ષિણ તરફ વહેતો હોય ત્યારે

$\theta = 0^{\circ}$

$f = 0$

આથી વાહક પર કોઈ બળ લાગતું નથી.

ઉદાહરણ 4.10

4.10 વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત ગૂંચળા (પ્રવાહગાળા) પર લાગતું ટૉર્ક, ચુંબકીય ડાઈપોલ (TORQUE ON CURRENT LOOP, MAGNETIC DIPOLE)

4.10.1 નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્રમાં રાખેલ વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત લંબચોરસ ગૂંચળા (પ્રવાહગાળા) પર લાગતું ટૉર્ક (Torque on a Ractangular Current Loop in a Uniform Magnetic Field)

હવે આપણે દર્શાવીએ કે સ્થિર વિદ્યુતપ્રવાહ I ધારિત લંબચોરસ ગૂંચળાને નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્રમાં મુકતાં તે ટૉર્ક અનુભવે છે. તે કોઈ પરિણામી (ચોખ્ખું) બળ અનુભવતું નથી. જે વિદ્યુત ડાઈપોલને નિયમિત વિદ્યુતક્ષેત્રમાં મુકતાં (વિભાગ 1.10) થતી વર્તણુંક સાથે મળતું આવે છે.

પહેલાં આપણે સાદો કિસ્સો ધ્યાનમાં લઈશું કે જ્યારે લંબચોરસ ગૂંચળું એ રીતે મુકવામાં આવેલ હોય કે જેથી નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્ર **B** આ ગૂંચળાના સમતલમાં હોય. જે આકૃતિ 4.21(a)માં દર્શાવેલ છે.

આ ચુંબકીયક્ષેત્ર ગૂંચળાની AD અને BC બાજુઓ પર કોઈ બળ લગાડતું નથી. તે ગૂંચળાની AB બાજુને લંબરૂપે છે અને તેના પર $\mathbf{F}_1$ જેટલું બળ લગાડે છે, જે ગૂંચળાના સમતલ (પૃષ્ઠ)માં અંદર તરફ હોય છે. તેનું મૂલ્ય

$F_1 = I b B$

આ જ રીતે તે CD બાજુ પર બળ $\mathbf{F}_2$ લગાડે છે અને $\mathbf{F}_2$ પૃષ્ઠના સમતલમાંથી બહાર તરફની દિશામાં હોય છે.

$F_2 = I b B = F_1$

આમ, ગૂંચળા પરનું પરિણામી (ચોખ્ખું) બળ શૂન્ય છે. $\mathbf{F}_1$ અને $\mathbf{F}_2$ બળોની જોડને કારણે ગૂંચળા પર ટૉર્ક લાગે છે. આકૃતિ 4.21(b)માં AD બાજુના છેડા તરફથી દેખાતું દશ્ય દર્શાવ્યું છે. તે દર્શાવે છે કે ગુંચળા પર લાગતું ટૉર્ક તેને વિષમઘડી રીતે ઘૂમાવવાનો પ્રયત્ન કરે છે. આ ટૉર્ક (નું મૂલ્ય),

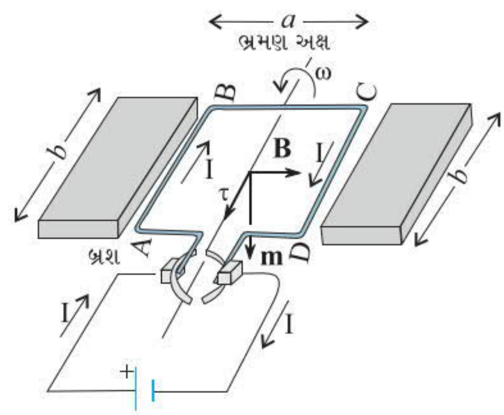
$$\tau = F_1 \frac{a}{2} + F_2 \frac{a}{2}$$

$$= IbB \frac{a}{2} + IbB \frac{a}{2} = I(ab)B$$

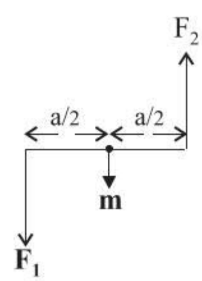
$$= IAB \qquad (4.26)$$

જ્યાં $A = ab$ એ લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ છે.

હવે આપણે એવો કિસ્સો ધ્યાનમાં લઈએ કે જેમાં ગૂંચળાનું સમતલ, ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશામાં ન હોય, પરંતુ તેની સાથે કોઈ ખૂણો બનાવે. આપણે

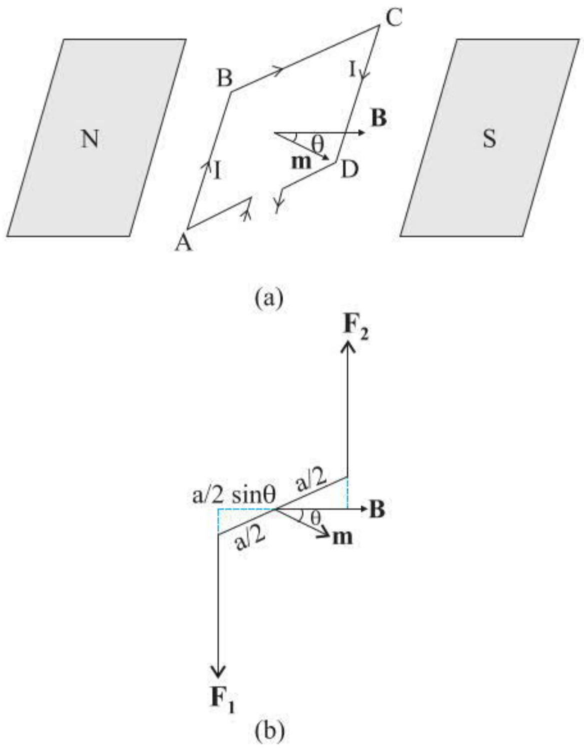


(a)



(b)

આકૃતિ 4.21 (a) નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્રમાં રહેલું વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત લંબચોરસ ગૂંચળું. ચુંબકીય મોમેન્ટ (ચાકમાત્રા) **m** નીચે તરફની દિશામાં છે. ટૉર્ક τ અક્ષ પર છે અને તે ગૂંચળાને વિષમઘડી દિશામાં ઘૂમાવવાનો પ્રયત્ન કરે છે. (b) ગૂંચળા પર લાગતું બળ યુગ્મ



આકૃતિ 4.22 (a) ગૂંચળાનો ક્ષેત્રફળ સદિશ ચુંબકીયક્ષેત્ર સાથે θ ખૂણો બનાવે છે. (b) ઉપરથી જોતાં ગૂંચળાનો દેખાવ. AB અને CD બાજુઓ પર લાગતાં બળ F_1 અને F_2 દર્શાવ્યા છે.

(ચુંબકીય) ક્ષેત્ર અને ગૂંચળાને દોરેલ લંબ સાથેનો ખૂણો θ લઈએ(આગળના કિસ્સા માટે $\theta = \pi/2$ હતું). આકૃતિ 4.22માં આ વ્યાપક કિસ્સો દર્શાવ્યો છે.

BC અને DA બાજુઓ પર લાગતા બળો સમાન (મૂલ્યના), વિરુદ્ધ દિશામાં, તથા BC અને DAના દ્રવ્યમાન કેન્દ્રોને જોડતી અક્ષ પર લાગે છે. આ બળો અક્ષ પર એક રેખસ્થ હોવાથી આ બળો એકબીજાને નાબુદ કરે છે જેથી પરિણામી બળ કે ટૉર્ક લાગતું નથી. AB અને CD બાજુઓ પરના બળ $\mathbf{F}_1$ અને $\mathbf{F}_2$ છે. તે પણ સમાન અને વિરુદ્ધ દિશામાં છે, જેમનું મૂલ્ય

$$F_1 = F_2 = I\,b\,B$$

પરંતુ તેઓ (આ બળો) એક રેખા પર (એક રેખસ્થ) નથી ! આથી અગાઉની જેમ બળ યુગ્મ ઉદ્ભવે છે. આમ છતાં, આ ટૉર્ક અગાઉના કિસ્સા, જેમાં ગૂંચળાનું સમતલ ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશામાં હતું તે કરતાં ઓછું છે. આનું કારણ એ છે કે, આ બળોની જોડ (યુગ્મ) વચ્ચેનું લંબ અંતર ઘટ્યું છે. આકૃતિ 4.22(b)માં AD છેડા તરફથી જોતાં દેખાતું દૃશ્ય દર્શાવ્યું છે અને તે જોડ (યુગ્મ) રચતાં બે બળો દર્શાવે છે. ગૂંચળા પર લાગતા ટૉર્કનું મૂલ્ય,

$$\tau = F_1 \frac{a}{2}\sin\theta + F_2 \frac{a}{2}\sin\theta$$
$$= I\,ab\,B\sin\theta$$
$$= I\,A\,B\sin\theta \qquad (4.27)$$

જેમ $\theta \rightarrow 0$, તેમ બળોની જોડ (યુગ્મ) વચ્ચેનું લંબ અંતર પણ શૂન્ય થતું જાય છે. તે બળોને એક રેખસ્થ કરે છે અને પરિણામી બળ તથા ટૉર્ક શૂન્ય થાય છે. સમીકરણો (4.26) અને (4.27)માં દર્શાવેલા ટૉર્કને ગૂંચળાની ચુંબકીય મોમેન્ટ (ચાકમાત્રા) અને ચુંબકીયક્ષેત્રના સદિશ ગુણાકાર વડે દર્શાવી શકાય. આપણે વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત ગૂંચળાની ચુંબકીય મોમેન્ટ આ રીતે વ્યાખ્યાયીત કરીએ છીએ,

$$\mathbf{m} = I\mathbf{A} \qquad (4.28)$$

જ્યાં (ગૂંચળાના) ક્ષેત્રફળ સદિશની દિશા જમણા હાથના અંગુઠાના નિયમ પરથી મળે છે. જે આકૃતિ 4.21માં પૃષ્ઠના સમતલમાં અંદરની તરફ જતી દર્શાવી છે. **m** અને **B** વચ્ચેનો ખૂણો પણ θ હોવાથી, સમીકરણો (4.26) અને (4.27)ને એક સમીકરણ વડે આ મુજબ દર્શાવી શકાય.

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{m} \times \mathbf{B} \qquad (4.29)$$

જે સ્થિત વિદ્યુતના કિસ્સા (વિદ્યુતક્ષેત્ર Eમાં રહેલા ડાઈપોલ મોમેન્ટ $\mathbf{p}_e$ ધરાવતા ડાઈપોલ) જેવું છે.

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{p}_e \times E$$

સમીકરણ (4.28) પરથી જોઈ શકાય કે ચુંબકીય મોમેન્ટના પરિમાણ $[A][L^2]$ અને તેનો એકમ $A\,m^2$ છે.

સમીકરણ (4.29) પરથી આપણે જોઈ શકીએ કે જ્યારે **m**, ચુંબકીયક્ષેત્ર **B** ને સમાંતર કે પ્રતિસમાંતર દિશામાં હોય ત્યારે ટૉર્ક **τ** નાબુદ (શૂન્ય) થાય છે. આ સંતુલન સ્થિતિ દર્શાવે છે, કારણ કે ગૂંચળા પર કોઈ ટૉર્ક લાગતું નથી (આ હકીકત ચુંબકીય મોમેન્ટ (ચાકમાત્રા) **m** ધરાવતા કોઈ પણ પદાર્થ માટે લાગુ પડે છે). જ્યારે **m** અને **B** સમાંતર હોય ત્યારે સંતુલન સ્થિર હોય છે. ગૂંચળાનું થોડુંક પણ

ભ્રમણ ટૉર્ક ઉત્પન્ન કરે છે, જે તેને મૂળ સ્થિતિમાં લાવે છે. જ્યારે તેઓ પ્રતિસમાંતર હોય, ત્યારે સંતુલન અસ્થિર હોય છે કારણ કે કોઈ પણ કોણાવર્તન (ભ્રમણ) ટૉર્ક ઉત્પન્ન કરે છે અને તે, કોણાવર્તનનું મૂલ્ય વધે તેમ વધે છે. આ ટૉર્કના કારણે જ કોઈ નાના ચુંબક કે કોઈ ચુંબકીય ડાઈપોલને બાહ્ય ચુંબકીયક્ષેત્રમાં મુકતાં તેની (આ ક્ષેત્રની) દિશામાં ગોઠવાઈ જાય છે.

જો ગૂંચળાને પાસપાસે વિંટાળેલા N આંટા હોય, તો પણ ટૉર્ક માટેનું સમીકરણ (4.29) સાચું રહે છે, કે જેથી

$$\mathbf{m} = N I \mathbf{A} \qquad (4.30)$$

ઉદાહરણ 4.11 પાસપાસે વિંટાળેલા 100 આંટાવાળું, 10 cm ત્રિજ્યાનું એક વર્તુળાકાર ગૂંચળું 3.2 A વિદ્યુતપ્રવાહ ધરાવે છે. (a) આ ગૂંચળાના કેન્દ્રમાં કેટલું (ચુંબકીય) ક્ષેત્ર હશે ? (b) ગૂંચળાની ચુંબકીય મોમેન્ટ (ચાકમાત્રા) કેટલી હશે ?

ગૂંચળાને શિરોલંબ સમતલમાં એવી રીતે રાખેલું છે કે જેથી તે તેના વ્યાસ સાથે એક રેખસ્થ એવી સમક્ષિતિજ અક્ષ પર મુક્ત રીતે ભ્રમણ કરી શકે. 2 T જેટલું નિયમિત સમક્ષિતિજ ચુંબકીયક્ષેત્ર એવી રીતે પ્રવર્તે (રહેલું) છે કે જેથી શરૂઆતમાં ગૂંચળાની અક્ષ આ ક્ષેત્રની દિશામાં (એક રેખસ્થ) હોય. ચુંબકીયક્ષેત્રની અસર હેઠળ આ ગૂંચળું 90° કોણ જેટલું ભ્રમણ કરે છે. (c) ગૂંચળાની પ્રારંભિક અને અંતિમ સ્થિતિઓમાં તેના પર લાગતા ટૉર્કના મૂલ્યો કેટલા હશે ? (d) જ્યારે ગૂંચળું 90° કોણ પાસે પહોંચે ત્યારે તેણે કેટલી કોણીય ઝડપ પ્રાપ્ત કરી હશે ? ગૂંચળાની જડત્વની ચાકમાત્રા $0.1\ \text{kg m}^2$ છે.

ઉકેલ

(a) સમીકરણ (4.16) પરથી

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2R}$$

અહીંયા, N = 100 ; I = 3.2 A અને R = 0.1 m. આથી,

$$B = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 10^2 \times 3.2}{2 \times 10^{-1}} = \frac{4 \times 10^{-5} \times 10}{2 \times 10^{-1}}, \ (\pi \times 3.2 = 10 \text{ લેતાં})$$

$$= 2 \times 10^{-3}\ \text{T}$$

જમણા હાથના અંગૂઠાના નિયમ પરથી દિશા મેળવી શકાય.

(b) સમીકરણ (4.30) પરથી ચુંબકીય મોમેન્ટ,

$$m = NIA = NI\pi r^2 = 100 \times 3.2 \times 3.14 \times 10^{-2} = 10\ \text{A m}^2$$

અહીંયા પણ દિશા, જમણા-હાથના અંગૂઠાના નિયમ પરથી મેળવી શકાય.

(c) $\tau = |\mathbf{m} \times \mathbf{B}|$ [સમીકરણ (4.29) પરથી]

$= m B \sin\theta$

શરૂઆતમાં $\theta = 0$. આથી, શરૂઆતનું ટૉર્ક $\tau_i = 0$

અંતમાં, $\theta = \pi/2$ (અથવા 90°)

આથી, અંતિમ ટૉર્ક $\tau_f = mB = 10 \times 2 = 20\ \text{N m}$

(d) ન્યૂટનના બીજા નિયમ પરથી,

$$\mathcal{I}\frac{d\omega}{dt} = mB\sin\theta$$

જ્યાં, $\mathcal{I}$ એ ગૂંચળાની જડત્વની ચાકમાત્રા છે. શૃંખલા (Chain)ના નિયમ મુજબ

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{d\omega}{d\theta}\frac{d\theta}{dt} = \frac{d\omega}{d\theta}\omega$$

જેનો ઉપયોગ કરીને,

$$\mathcal{I}\omega d\omega = mB\sin\theta\, d\theta$$

ઉદાહરણ 4.11

ઉદાહરણ 4.11

$\theta = 0$ થી $\theta = \pi/2$ સુધી સંકલન કરતાં,

$$\mathcal{I}\int_0^{\omega_f} \omega d\omega = mB \int_0^{\pi/2} \sin\theta \, d\theta$$

$$\mathcal{I}\frac{\omega_f^2}{2} = -mB\cos\theta\Big|_0^{\pi/2} = mB$$

$$\omega_f = \left(\frac{2mB}{\mathcal{I}}\right)^{1/2} = \left(\frac{2\times 20}{10^{-1}}\right)^{1/2} = 20\,s^{-1}$$

ઉદાહરણ 4.12

ઉદાહરણ 4.12

(a) વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત એક વર્તુળાકાર ગૂંચળું, લીસા સમક્ષિતિજ સમતલ પર રહેલું છે. એવું કોઈ નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરી શકાય કે જેથી ગૂંચળું જાતે (શિરોલંબ અક્ષને અનુલક્ષીને) ભ્રમણ કરવા લાગે ?

(b) વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત એક વર્તુળાકાર ગૂંચળુ બાહ્ય નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્રમાં રહેલું છે. જો ગૂંચળુ મુક્ત ભ્રમણ કરી શકે એવું હોય, તો સ્થિર (સ્થાયી) સંતુલનમાં તે કઈ દિશામાં ગોઠવાયું હશે ? દર્શાવો કે આ ગોઠવણીમાં કુલ ક્ષેત્ર (બાહ્યક્ષેત્ર + ગૂંચળા વડે ઉદ્ભવેલું ક્ષેત્ર)નું ફ્લક્સ મહત્તમ હશે.

(c) અનિયમિત આકાર ધરાવતું વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત ગૂંચળું બાહ્ય નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્રમાં રહેલું છે. જો તાર નરમ (વળી શકે તેવો ઢીલો, લચીલો) હોય, તો શા માટે તે વર્તુળ આકાર ધારણ કરે છે ?

ઉકેલ

(a) ના, કારણ કે તે માટે τ શિરોલંબ દિશામાં હોવું જોઈએ. પરંતુ $\tau = I\,\mathbf{A}\times\mathbf{B}$, અને સમક્ષિતિજ ગૂંચળા માટે A શિરોલંબ દિશામાં હોવાથી, કોઈપણ **B** માટે τ ગૂંચળાના સમતલમાં હશે.

(b) સ્થિર સંતુલનમાં ગોઠવાવાનો અર્થ એ કે ગૂંચળાનો ક્ષેત્રફળ સદિશ **A** બાહ્ય ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશામાં ગોઠવાયેલ હોય. આ સ્થિતિમાં, ગૂંચળા વડે ઉદ્ભવેલું ચુંબકીયક્ષેત્ર, બાહ્ય ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશામાં હોય અને બંને ગૂંચળાના સમતલને લંબ રૂપે હોય, જેથી કુલ (ચુંબકીય) ક્ષેત્રનું ફ્લક્સ મહત્તમ થાય.

(c) આપેલ પરિમિતિ માટે, બીજા આકાર કરતાં વર્તુળ આકાર મહત્તમ ક્ષેત્રફળ ધરાવતો હોવાથી, જ્યારે તે (ગૂંચળુ) ચુંબકીયક્ષેત્રને લંબરૂપે હોય ત્યારે મહત્તમ ફ્લક્સ આવરી લેવા તે વર્તુળ આકાર ધારણ કરે છે.

4.10.2 ચુંબકીય ડાયપોલ તરીકે વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત વર્તુળાકાર ગૂંચળું (Circular Current Loop as a Magnetic Dipole)

આ પરિચ્છેદમાં આપણે સાદો ચુંબકીય ઘટક : એટલે કે વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત ગૂંચળું, ધ્યાનમાં લઈશું. આપણે દર્શાવીશું કે વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત વર્તુળાકાર ગૂંચળાના કારણે (લાંબા અંતરે) ઉદ્ભવતું ચુંબકીયક્ષેત્ર, વિદ્યુત ડાયપોલના વિદ્યુતક્ષેત્ર જેવું જ છે. પરિચ્છેદ 4.6માં આપણે વિદ્યુતપ્રવાહ I ધારિત, R ત્રિજ્યાના, વર્તુળાકાર ગૂંચળા વડે તેની અક્ષ પર ઉદ્ભવતા ચુંબકીયક્ષેત્રની ગણતરી કરી હતી. આ (ચુંબકીય) ક્ષેત્રનું મૂલ્ય [સમીકરણ (4.15)],

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

છે અને તેની દિશા જમણા-હાથના અંગુઠાના નિયમ [આકૃતિ 4.12] મુજબ અક્ષ પર હોય છે. અહીં, x એ ગૂંચળાના કેન્દ્રથી તેની અક્ષ પર (આપેલ બિંદુનું) અંતર છે. $x >> R$ માટે આપણે છેદમાં આવેલ R^2 પદ અવગણી શકીએ. આથી,

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2x^3}$$

નોંધો કે ગૂંચળાનું ક્ષેત્રફળ $A = \pi R^2$. આથી,

$$B = \frac{\mu_0 I A}{2\pi x^3}$$

અગાઉની જેમ, આપણે IA મૂલ્ય ધરાવતી ચુંબકીય મોમેન્ટ (ચાકમાત્રા)ને $\mathbf{m} = I\,\mathbf{A}$ વડે વ્યાખ્યાયિત કરી શકીએ. આથી,

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 \mathbf{m}}{2\pi x^3}$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\mathbf{m}}{x^3} \qquad [4.31(a)]$$

સમીકરણ [4.31(a)] વડે દર્શાવેલું સૂત્ર, અગાઉ ડાયપોલના વિદ્યુતક્ષેત્ર માટે મેળવેલ સૂત્ર જેવું જ છે. જો આપણે

$\mu_0 \rightarrow 1/\varepsilon_0$

$\mathbf{m} \rightarrow \mathbf{p}_e$ (સ્થિત વિદ્યુત ડાયપોલ)

$\mathbf{B} \rightarrow \mathbf{E}$ (સ્થિત વિદ્યુતક્ષેત્ર)

મુકીએ તો આપણને આ સમાનતા જોવા મળે છે. આ પરથી આપણને,

$$\mathbf{E} = \frac{2\mathbf{p}_e}{4\pi\varepsilon_0 x^3}$$

જે પ્રકરણ-1 વિભાગ 1.10 [સમીકરણ (1.20)]માં વિદ્યુતડાયપોલ વડે તેની અક્ષ પરના કોઈ બિંદુએ મળતા વિદ્યુતક્ષેત્ર જેવું જ છે.

ઉપરની સામ્યતા હજી આગળ વધારી શકાય. પ્રકરણ-1માં આપણે જોયું હતું કે ડાયપોલના લંબ દ્વિભાજક પર વિદ્યુતક્ષેત્ર

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{p}_e}{4\pi\varepsilon_0 x^3}$$

વડે આપી શકાય [જુઓ સમીકરણ (1.21)], જ્યાં x એ ડાયપોલથી અંતર છે. ઉપરના સમીકરણમાં જો આપણે $\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{m}$ અને $\mu_0 \rightarrow 1/\varepsilon_0$ બદલીએ, તો આપણને ગૂંચળાના સમતલમાં તેના કેન્દ્રથી x અંતરે આવેલા બિંદુ પાસે **B**નું મૂલ્ય મળે. $x >> R$ માટે,

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\mathbf{m}}{x^3} \qquad x >> R \qquad [4.31(b)]$$

સમીકરણો [(4.31(a)) અને [4.31(b)] વડે મળતા પરિણામો બિંદુવત ચુંબકીય ડાઈપોલ માટે એકદમ ચોક્કસ મળે.

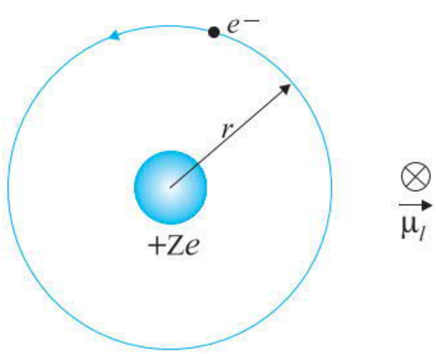
ઉપર મેળવેલા સમીકરણો કોઈ પણ સમતલ ગૂંચળા પર લાગુ પાડી શકાય. વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત સમતલ ગૂંચળુ એ $\mathbf{m} = I\,\mathbf{A}$ જેટલી ડાયપોલ મોમેન્ટ (ચાકમાત્રા) ધરાવતા ચુંબકીય ડાયપોલને સમતુલ્ય છે, જ્યાં **m** વિદ્યુત ડાયપોલ મોમેન્ટ **p** સાથે સામ્યતા ધરાવે છે. આમ છતાં, એક પાયાનો તફાવત નોંધવો જોઈએ કે વિદ્યુત ડાયપોલ એ બે મૂળભૂત એકમો વિદ્યુતભારો (અથવા વિદ્યુત એકધ્રુવીઓ-Monopoles)નો બનેલો છે. ચુંબકત્વમાં, ચુંબકીય ડાયપોલ (અથવા વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત ગૂંચળુ) એ સૌથી મૂળભૂત (પ્રાથમિક) ઘટક છે. વિદ્યુતભારોને સમતુલ્ય એટલે કે ચુંબકીય એક ધ્રુવીઓ, અસ્તિત્વમાં હોવાનું માલુમ પડ્યું નથી.

આપણે દર્શાવ્યું છે કે, વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત ગૂંચળુ (i) ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે (જુઓ આકૃતિ 4.12) અને મોટા અંતરો માટે ચુંબકીય ડાયપોલ તરીકે વર્તે છે, અને (ii) ચુંબકીય સોયની માફક ટૉર્ક અનુભવે છે.

આ હકીકતને લીધે ઍમ્પિયરે એવું સૂચન કર્યું કે, બધું જ ચુંબકત્વ ભ્રમણ કરતા (વર્તુળમાર્ગી) વિદ્યુતપ્રવાહોને આભારી છે. આ થોડા અંશે સાચું પણ લાગે છે અને હજી સુધી કોઈ પણ ચુંબકીય એક ધ્રુવીઓ જોવામાં આવી નથી. આમ છતાં, ઈલેક્ટ્રૉન કે પ્રોટોન જેવા પ્રાથમિક કણો જે આંતરિક (આગવી) ચુંબકીય મોમેન્ટ ધરાવે છે, જે ભ્રમણ કરતા (વર્તુળમાર્ગી) વિદ્યુતપ્રવાહ પર આધારિત નથી.

4.10.3 પરિભ્રમણ કરતા ઈલેક્ટ્રૉનની ચુંબકીય ડાયપોલ મોમેન્ટ (ચાકમાત્રા) (The Magnetic Dipole Moment of a Revolving Electron)

પ્રકરણ-12માં આપણે હાઈડ્રોજન પરમાણુના બોહ્ર મૉડેલ વિશે ભણીશું. તમે કદાચ આ મોડેલ વિશે સાંભળ્યુ હશે કે જે ડૅનિશ (Danish) ભૌતિકવિજ્ઞાની નિલ્સ બોહ્રે (Niels Bohr) 1911માં રજુ કર્યું હતું અને તે નવા પ્રકારના યંત્રશાસ્ત્ર, એટલે કે ક્વૉન્ટમ યંત્રશાસ્ત્રની દિશામાં પહેલું પગથિયું હતું. બોહ્ર મૉડેલમાં, ઈલેક્ટ્રૉન (ઋણ વિદ્યુતભારિત કણ) ધન વિદ્યુતભારિત ન્યુક્લિઅસની આજુ બાજુ ભ્રમણ કરે છે, જે રીતે સૂર્યની આસપાસ ગ્રહ ભ્રમણ કરે છે. પ્રથમ કિસ્સામાં આ બળ સ્થિત વિદ્યુતીય (કુલંબ બળ) છે જ્યારે ગ્રહ-સૂર્યના કિસ્સામાં તે ગુરુત્વાકર્ષી છે. ઈલેક્ટ્રૉનનું બોહ્ર નિરૂપણ આકૃતિ 4.23માં દર્શાવ્યું છે.



આકૃતિ 4.23 હાઇડ્રોજન જેવા પરમાણુઓ માટે બોહ્ર મૉડેલમાં ઋણ વિદ્યુતભાર ધારિત ઈલેક્ટ્રૉન નિયમિત ઝડપથી કેન્દ્રમાં રહેલા ધન વિદ્યુતભાર (+Z e) ધારિત ન્યુક્લિઅસની આસપાસ ભ્રમણ કરે છે. ઈલેક્ટ્રૉનની વર્તુળાકાર માર્ગે નિયમિત ગતિ વિદ્યુતપ્રવાહ રચે છે. ચુંબકીય મોમેન્ટની દિશા પૃષ્ઠના સમતલમાં અંદરની તરફ છે જે બાજુમાં અલગથી ⊗ વડે દર્શાવી છે.

વિદ્યુતભાર $(-e)$ ($e = +1.6 \times 10^{-19}$ C) ધરાવતો ઈલેક્ટ્રૉન, $+Ze$ વિદ્યુતભાર ધરાવતા સ્થિર અને ભારે ન્યુક્લિઅસની આસપાસ નિયમિત વર્તુળાકાર ગતિ કરે છે. તે વિદ્યુતપ્રવાહ I રચે છે, જ્યાં

$$\mathrm{I} = \frac{e}{\mathrm{T}} \tag{4.32}$$

અને T એ એક પરિભ્રમણ માટેનો સમય (આવર્તકાળ) છે. ધારોકે r એ ઈલેક્ટ્રૉનની કક્ષાની ત્રિજ્યા, તથા υ એ તેની કક્ષીય ઝડપ છે. આથી,

$$\mathrm{T} = \frac{2\pi r}{\upsilon} \tag{4.33}$$

સમીકરણ (4.32)માં મુકતાં, આપણને $\mathrm{I} = e\upsilon/2\pi r$ મળે.

આ પરિભ્રમણ કરતા વિદ્યુતપ્રવાહ સાથે સંકળાયેલ ચુંબકીય મોમેન્ટ (ચાકમાત્રા) પણ મળે જેને સામાન્ય રીતે μ_l વડે દર્શાવાય છે. સમીકરણ (4.28) પરથી તેનું મૂલ્ય, $\mu_l = \mathrm{I}\pi r^2 = e\upsilon r/2$.

આ ચુંબકીય મોમેન્ટ (ચાકમાત્રા)ની દિશા આકૃતિ 4.23 મુજબ પૃષ્ઠના સમતલમાં અંદરની તરફ છે. [ઋણ વિદ્યુતભાર ધારિત ઈલેક્ટ્રૉન વિષમ ઘડી ગતિ કરતો હોય તો તે સમઘડી વિદ્યુતપ્રવાહ દર્શાવે છે અને તેથી અગાઉ દર્શાવ્યું હતું તે મુજબ જમણા હાથના નિયમ મુજબ આ દિશા મળે છે]. ઉપરના સમીકરણની જમણી બાજુને ઈલેક્ટ્રૉનના દળ m_e સાથે ગુણી અને ભાગતાં

$$\mu_l = \frac{e}{2m_e}(m_e \upsilon r)$$

$$= \frac{e}{2m_e} l \tag{4.34(a)}$$

અહીં, l એ કેન્દ્રમાં રહેલા ન્યુક્લિઅસની સાપેક્ષે ઈલેક્ટ્રૉનના કોણીય વેગમાન (''કક્ષીય'' કોણીય વેગમાન) નું મૂલ્ય છે. સદિશની રીતે,

$$\boldsymbol{\mu}_l = -\frac{e}{2m_e}\boldsymbol{l} \tag{4.34(b)}$$

ઋણ ચિહ્ન દર્શાવે છે કે ઈલેક્ટ્રૉનનું કોણીય વેગમાન ચુંબકીય મોમેન્ટ (ચાકમાત્રા)ની વિરુદ્ધ દિશામાં હોય છે.

જો વિદ્યુતભાર ($-e$) ધરાવતા ઈલેક્ટ્રૉનની જગ્યાએ આપણે ($+q$) વિદ્યુતભાર ધરાવતો કણ લીધો હોત, તો કોણીય વેગમાન અને ચુંબકીય મોમેન્ટ એક જ દિશામાં હોત. તેમના ગુણોત્તર

$$\frac{\mu_l}{l} = \frac{e}{2m_e} \tag{4.35}$$

ને ગાયરોમૅગ્નેટીક (Gyromagnetic) ગુણોત્તર કહે છે અને તે અચળ હોય છે. ઈલેક્ટ્રૉન માટે તેનું મૂલ્ય 8.8×10^{10} C/kg છે, જે પ્રયોગો દ્વારા ચકાસવામાં આવ્યું છે.

પરમાણુ કક્ષાએ પણ ચુંબકીય મોમેન્ટ (ચાકમાત્રા) હોય છે. એ હકીકત ઍમ્પિયરના, પરમાણુઓની ચુંબકીય મોમેન્ટ વિશેના સાહસિક અધિતર્કને અનુમોદન આપે છે. ઍમ્પિયરે દર્શાવ્યા મુજબ, આ (પરમાણુની ચુંબકીય મોમેન્ટ) આપણને દ્રવ્યોના ચુંબકીય ગુણધર્મો સમજાવવા માટે ઉપયોગી છે. શું આપણે પરમાણ્વિક ડાઈપોલ મોમેન્ટ સાથે કોઈ સંખ્યા સાંકળી શકીએ ? એનો જવાબ હા છે. બોહ્‌ર મૉડેલમાં આપણે આવું કરી શકીએ. બોહ્‌રે અધિતર્ક આપ્યો કે કોણીય વેગમાન અમુક વિભિન્ન (પૃથક) મૂલ્યોનો સમૂહ (Set) ધરાવે છે, જે

$$l = \frac{nh}{2\pi} \tag{4.36}$$

છે, જ્યાં, n એ પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે. $n = 1, 2, 3, ...$ અને h એ અચળાંક છે જેને મેક્સ પ્લાન્કના માનમાં (પ્લાન્કનો અચળાંક) નામ અપાયું છે. તેનું મૂલ્ય $h = 6.626\times10^{-34}$ J s છે. આ પૃથકતાના નિયમને બોહ્‌રની ક્વૉન્ટમીકરણની શરત કહે છે. તેને વિસ્તૃત રૂપમાં આપણે પ્રકરણ-12માં સમજીશું. અહીં, આપણો હેતુ ફક્ત પ્રાથમિક ડાઈપોલ મોમેન્ટ (ચાકમાત્રા) શોધવાનો જ છે. $n = 1$ લઈએ તો, સમીકરણ (4.34) પરથી,

$$(\mu_l)_{\min} = \frac{e}{4\pi m_e} h$$

$$= \frac{1.60\times10^{-19}\times6.63\times10^{-34}}{4\times3.14\times9.11\times10^{-31}}$$

$$= 9.27\times10^{-24}\,\mathrm{A\,m^2} \tag{4.37}$$

જ્યાં, 'min' એ લઘુત્તમ મૂલ્ય દર્શાવે છે. આ મૂલ્યને બોહ્‌ર મેગ્નેટોન (Bohr Magneton) કહે છે.

નિયમિત વર્તુળમય ગતિ કરતા કોઈપણ વિદ્યુતભાર સાથે ચુંબકીય મોમેન્ટ સંકળાયેલી હોય છે, જે સમીકરણ (4.34) જેવા સૂત્ર વડે આપી શકાય છે. આ ડાયપોલ ચાકમાત્રાને કક્ષીય ચુંબકીય ચાકમાત્રા કહે છે આથી, μ_lમાં 'l' આવે છે. કક્ષીય મોમેન્ટ (ચાકમાત્રા) ઉપરાંત, ઈલેક્ટ્રૉનને આંતરિક (પ્રાકૃતિક) ચુંબકીય મોમેન્ટ પણ હોય છે, જેનું મુલ્ય સમીકરણ (4.37) વડે મળતા મૂલ્ય જેટલું જ હોય છે. તેને સ્પિન ચુંબકીય મોમેન્ટ (ચાકમાત્રા) કહે છે. પરંતુ આપણે એ ત્વરિત ઉમેરીએ છીએ કે ઈલેક્ટ્રૉન પોતાનામાંથી પસાર થતી ધરી આસપાસ ભ્રમણ કરે છે એવું નથી. ઈલેક્ટ્રૉન પ્રાથમિક કણ છે અને તેને ભમરડા કે પૃથ્વીની જેમ ફરવા માટે કોઈ અક્ષ હોતી નથી. આમ છતાં તે આંતરિક ચુંબકીય મોમેન્ટ (ચાકમાત્રા) ધરાવે છે. લોખંડ અને બીજી (તેવી) ધાતુઓમાં અતિસૂક્ષ્મ કક્ષાએ ચુંબકીય ગુણધર્મોના મૂળ આ આંતરિક સ્પિન ચુંબકીય મોમેન્ટ સુધી દોરી જાય છે.

4.11 ચલિત ગૂંચળાવાળું ગૅલ્વેનોમીટર (THE MOVING COIL GALVANOMETER)

પરિપથોમાં વિદ્યુતપ્રવાહો અને વીજદબાણની વિસ્તૃત ચર્ચા પ્રકરણ-3માં કરેલ હતી. પરંતુ આપણે તેમનું માપન કેવી રીતે કરી શકીએ ? આપણે કેવી રીતે દાવો કરી શકીએ કે કોઈ પરિપથમાં વિદ્યુતપ્રવાહ 1.5 A અથવા કોઈ અવરોધના બે છેડા વચ્ચે વીજદબાણ તફાવત 1.2 V છે ? આકૃતિ 4.24માં આ હેતુ

PHYSICS
Conversion of galvanometer into ameter and voltmeter :
http://www.citycollegiate.com/galvanometer_XIIa.htm

માટે ખૂબ જ ઉપયોગી સાધનની રૂપરેખા દર્શાવી છે : જે ચલિત ગુંચળાવાળું ગૅલ્વેનોમીટર (MCG) છે. વિભાગ 4.10માં આપેલ સમજૂતીના આધારે આ સાધનનો સિદ્ધાંત સમજી શકાય.

ગૅલ્વેનોમીટર ઘણા આંટાવાળા ગુંચળાનું બનેલું છે, જે નિયમિત ત્રિજ્યાવર્તી ચુંબકીયક્ષેત્રમાં, તેની સ્થિર અક્ષની સાપેક્ષે મુક્ત ભ્રમણ કરી શકે છે. તેમાં એક નરમ લોખંડનો નળાકાર કેન્દ્રમાં હોય છે, જે આ ચુંબકીયક્ષેત્રને ત્રિજ્યાવર્તી તો કરે જ છે પણ સાથે ક્ષેત્રની તિવ્રતા પણ વધારે છે. જ્યારે ગૂંચળામાંથી વિદ્યુતપ્રવાહ વહન થાય, ત્યારે તેના પર ટૉર્ક લાગે છે. સમીકરણ (4.26) પરથી આ ટૉર્કનું મૂલ્ય

$\tau = \text{NIAB}$

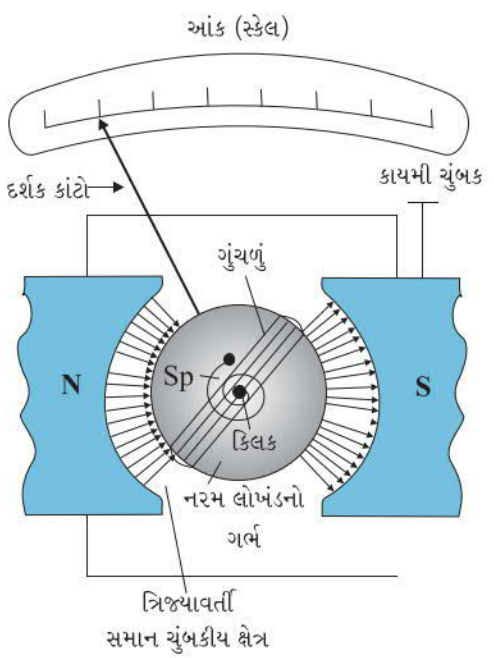
જ્યાં, સંજ્ઞાઓને તેમના પ્રચલિત અર્થ છે. અહીં (ચુંબકીય) ક્ષેત્ર ત્રિજ્યાવર્તી હોવાથી આપણે ઉપર દર્શાવેલ ટૉર્કના સમીકરણમાં $\sin\theta = 1$ લીધું છે. ચુંબકીય ટૉર્ક NIABના કારણે ગૂંચળુ કોણાવર્તન અનુભવે છે. સ્પ્રિંગ S_p વડે વિરુદ્ધ ટૉર્ક $k\phi$ લાગે છે જે ચુંબકીય ટૉર્ક NIABને સમતોલે છે; જેથી સ્થિર કોણાવર્તન ϕ મળે. સંતુલન સ્થિતિમાં

$k\phi = \text{NIAB}$

જ્યાં k એ સ્પ્રિંગનો બળ અચળાંક છે, એટલે કે, એકમ વળ દીઠ લાગતું પુનઃસ્થાપક ટૉર્ક. સ્પ્રિંગ સાથે જોડાયેલ દર્શક (પોઈન્ટર) કોણાવર્તન ϕ દર્શાવે છે. આમ,

$$\phi = \left(\frac{\text{NAB}}{k}\right)\text{I} \tag{4.38}$$

આપેલ ગૅલ્વેનોમીટર માટે કૌંસમાંનું પદ અચળ હોય છે.



આકૃતિ 4.24 ચલિત ગુંચળાવાળું ગૅલ્વેનોમીટર. તેના ઘટકોનું વર્ણન લખાણમાં/પુસ્તકમાં કર્યું છે. જરૂરીયાત મુજબ, આ સાધનનો ઉપયોગ વિદ્યુતપ્રવાહની હાજરીની નોંધ લેવા માટે અથવા વિદ્યુતપ્રવાહનું મૂલ્ય માપવા (એમીટર) કે વીજદબાણ માપવા માટે (વોલ્ટમીટર) તરીકે થઈ શકે છે.

ગૅલ્વેનોમીટરનો ઉપયોગ ઘણી રીતે થઈ શકે છે. તેનો ઉપયોગ કોઈ પરિપથમાંથી વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર થતો હોય તો તેની હાજરીની નોંધ લેવા માટે થઈ શકે છે. વ્હિસ્ટન બ્રીજની ગોઠવણીમાં તટસ્થ સ્થાન (Neutral Position) પાસે (જ્યારે ગૅલ્વેનોમીટરમાંથી વિદ્યુતપ્રવાહ ન વહેતો હોય ત્યારે) દર્શક (ગૅલ્વેનોમીટરનું પોઈન્ટર) માપન આંક સ્કેલ પર મધ્યમાં હોય છે અને આકૃતિ 4.24માં બતાવ્યા મુજબ ડાબી બાજુના છેડે હોતો નથી. વિદ્યુતપ્રવાહની દિશા મુજબ, દર્શકનું કોણાવર્તન જમણી કે ડાબી બાજુ થાય છે.

ગૅલ્વેનોમીટરને વિદ્યુતપ્રવાહ માપવા માટે સીધું જ એમીટર તરીકે પરિપથમાં જોડી ન શકાય. આ માટે બે કારણો છે : (i) ગૅલ્વેનોમીટર ખૂબ જ સંવેદનશીલ સાધન છે, μAના ક્રમના વિદ્યુતપ્રવાહ માટે પણ તે પૂર્ણ સ્કેલ આવર્તન દર્શાવે છે. (ii) વિદ્યુતપ્રવાહ માપવા માટે, ગૅલ્વેનોમીટરના શ્રેણીમાં જોડવું પડે, પરંતુ તેનો અવરોધ વધુ હોય છે, જેથી તે પરિપથમાં વહેતા વિદ્યુતપ્રવાહનું મૂલ્ય બદલી નાખે છે. આ તકલીફો દૂર કરવા માટે, આપણે નાના અવરોધ r_s, જેને શંટ અવરોધ કહે છે, તે ગૅલ્વેનોમીટરના ગૂંચળાને સમાંતર જોડવો પડે જેથી મોટા ભાગનો વિદ્યુતપ્રવાહ આ શન્ટમાંથી પસાર થઈ જાય. આ વ્યવસ્થાનો અવરોધ

$\text{R}_\text{G} r_s / (\text{R}_\text{G} + r_s) \simeq r_s$ થાય, જો $\text{R}_\text{G} >> r_s$

જો r_sનું મૂલ્ય બાકીના પરિપથના અવરોધ R_G કરતાં પ્રમાણમાં નાનું હોય, તો માપન માટે જોડેલા આ સાધનની અસર ઓછી થાય છે જે અવગણી શકાય. આ વ્યવસ્થાની રૂપરેખા આકૃતિ 4.25માં દર્શાવી છે. આ ઍમીટરનો

સ્કેલ અંકન કરીને દર્શાવેલ છે. જેથી વિદ્યુતપ્રવાહનું મૂલ્ય સહેલાઈથી વાંચી શકાય. આપણે ગૅલ્વેનોમીટરની પ્રવાહ સંવેદિતાને એકમ પ્રવાહ દીઠ મળતા આવર્તન વડે વ્યાખ્યાયિત કરીએ છીએ. સમીકરણ (4.38) પરથી આ પ્રવાહ સંવેદિતા,

$$\frac{\phi}{I} = \frac{NAB}{k} \tag{4.39}$$

તેના ઉત્પાદક માટે આ સંવેદિતા વધારવા માટેનો સહેલો ઉપાય એ છે કે આંટાઓની સંખ્યા N વધારવી. આપણે આપણા પ્રયોગમાં જરૂરીયાત મુજબની સંવેદિતાવાળું ગૅલ્વેનોમીટર પસંદ કરીએ છીએ.

ગૅલ્વેનોમીટરનો ઉપયોગ પરિપથના આપેલ ઘટકના બે છેડાઓ વચ્ચે વીજદબાણ માપવા માટે પણ થઈ શકે છે. આ માટે તેને પરિપથના એ વિભાગને સમાંતર જોડવું પડે. આ ઉપરાંત, તે ખૂબ ઓછો વિદ્યુતપ્રવાહ લેતું હોવું જોઈએ, નહીંતર આ વીજદબાણનું માપન મૂળભૂત ગોઠવણીનું મૂલ્ય મોટા પ્રમાણમાં બદલી નાખશે. સામાન્ય રીતે આપણે ઇચ્છીએ કે માપનના સાધન વડે થતો ફેરફાર એક ટકાથી ઓછો હોય. આમ થાય તે માટે, ગૅલ્વેનોમીટરની શ્રેણીમાં એક મોટો અવરોધ R જોડવામાં આવે છે. આ વ્યવસ્થાની રૂપરેખા આકૃતિ 4.26માં દર્શાવી છે. નોંધો કે હવે વોલ્ટમીટરનો અવરોધ

$R_G + R \approx R$: મોટું મૂલ્ય

વોલ્ટમીટરનો સ્કેલ પ્રમાણિત કરીને અંકિત કરવામાં આવે છે કે જેથી વીજદબાણનું મૂલ્ય સહેલાઈથી વાંચી શકાય. આપણે વોલ્ટમીટરની સંવેદિતાને એકમ વોલ્ટ (વીજદબાણ) દીઠ મળતા આવર્તન વડે વ્યાખ્યાયિત કરીએ છીએ. સમીકરણ (4.38) પરથી,

$$\frac{\phi}{V} = \left(\frac{NAB}{k}\right) \frac{I}{V} = \left(\frac{NAB}{k}\right) \frac{1}{R} \tag{4.40}$$

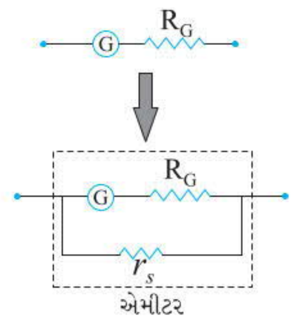
અહીં નોંધવા જેવી રસપ્રદ બાબત એ છે કે પ્રવાહ સંવેદિતા વધારીએ તો વોલ્ટેજ સંવેદિતા વધે એવું જરૂરી નથી. આપણે સમીકરણ (4.39)ને ધ્યાનમાં લઈએ જે પ્રવાહ સંવેદિતા આપે છે. જો $N \rightarrow 2N$, એટલે કે આપણે આંટાઓની સંખ્યા બમણી કરીએ, તો

$$\frac{\phi}{I} \rightarrow 2\,\frac{\phi}{I}$$

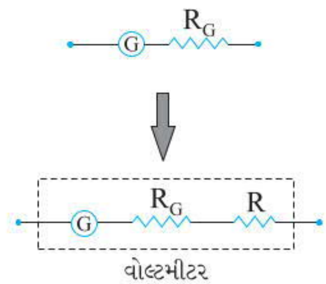
આમ, પ્રવાહ સંવેદિતા વધે છે. પરંતુ, આથી ગૅલ્વોનોમીટરનો અવરોધ પણ બમણો થાય છે, કારણ કે તે તારની લંબાઈ પર આધાર રાખે છે. સમીકરણ (4.40)માં $N \rightarrow 2N$ અને $R \rightarrow 2R$, આથી, વોલ્ટેજ સંવેદિતા,

$$\frac{\phi}{V} \rightarrow \frac{\phi}{V}$$

જે બદલાતી નથી (અચળ રહે છે). આમ સામાન્ય રીતે ગૅલ્વેનોમીટરના ઍમીટરમાં રૂપાંતર માટે જરૂરી બદલાવ એ તેના વોલ્ટમીટરમાં રૂપાંતર માટે જરૂરી બદલાવ કરતાં જુદો હોય છે.



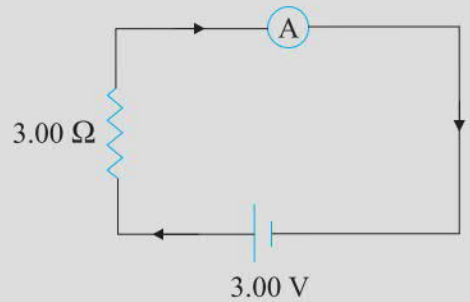
આકૃતિ 4.25 ખૂબ નાના મૂલ્યના શંટ અવરોધ r_sને ગૅલ્વેનોમીટર (G)ને સમાંતર જોડીને તેનું ઍમીટરમાં રૂપાંતર.



આકૃતિ 4.26 મોટા મૂલ્યના અવરોધ Rને ગૅલ્વેનોમીટર (G) સાથે શ્રેણીમાં જોડીને તેનું વૉલ્ટમીટરમાં રૂપાંતર.

ઉદાહરણ 4.13 આપેલ પરિપથ (આકૃતિ 4.27)માં વિદ્યુતપ્રવાહ માપવાનો છે. જો દર્શાવેલ ઍમીટર (a) એ $R_G = 60.00\ \Omega$ અવરોધનું ગૅલ્વેનોમીટર હોય; (b) તે (a)માં દર્શાવ્યા મુજબનું ગૅલ્વેનોમીટર હોય પરંતુ શંટ અવરોધ $r_s = 0.02\ \Omega$ વડે ઍમીટરમાં રૂપાંતર કરેલું હોય, (c) શૂન્ય અવરોધવાળું આદર્શ ઍમીટર હોય, તો વિદ્યુતપ્રવાહનું મૂલ્ય કેટલું મળશે ?

ઉદાહરણ 4.13



આકૃતિ 4.27

ઉદાહરણ 4.13

ઉકેલ

(a) પરિપથનો કુલ અવરોધ

$R_G + 3 = 63\,\Omega$, આથી $I = 3/63 = 0.048\,A$

(b) ઍમીટરમાં રૂપાંતર પામેલ ગૅલ્વેનોમીટરનો અવરોધ

$$\frac{R_G r_s}{R_G + r_s} = \frac{60\,\Omega \times 0.02\,\Omega}{(60 + 0.02)\,\Omega} \approx 0.02\,\Omega$$

પરિપથમાં કુલ અવરોધ

$0.02\,\Omega + 3\,\Omega = 3.02\,\Omega$ આથી, $I = 3/3.02 = 0.99\,A$

(c) શૂન્ય અવરોધ વાળા આદર્શ ઍમીટર માટે,

$I = 3/3 = 1.00\,A$.

સારાંશ

1. વિદ્યુત અને ચુંબકીયક્ષેત્રો **E** અને **B**માં **υ** વેગથી ગતિ કરતા વિદ્યુતભાર q પર લાગતું કુલ બળ, લોરેન્ઝ બળ કહેવાય છે. તે નીચેના સૂત્ર મુજબ દર્શાવાય છે :

   $\mathbf{F} = q(\boldsymbol{\upsilon} \times \mathbf{B} + \mathbf{E})$

2. બાહ્ય ચુંબકીયક્ષેત્ર **B**માં રહેલો વિદ્યુતપ્રવાહ I ધારિત, l લંબાઈનો સીધો તાર F જેટલું બળ અનુભવે છે.

   $F = I\,\boldsymbol{l} \times B$

   જ્યાં $|\boldsymbol{l}| = l$ અને $\boldsymbol{l}$ની દિશા વિદ્યુતપ્રવાહની દિશામાં હોય છે.

3. નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્ર **B**માં, વિદ્યુતભાર q વર્તુળાકાર કક્ષામાં ફરે છે, જે ચુંબકીયક્ષેત્ર Bને લંબ હોય છે. તેની નિયમિત વર્તુળાકાર ગતિની આવૃત્તિને સાઈક્લોટ્રોન આવૃત્તિ કહે છે, જે

   $$\nu_c = \frac{qB}{2\pi m}$$

   વડે દર્શાવાય છે. આ આવૃત્તિ કણની ઝડપ અને તેની (વર્તુળાકાર માર્ગની) ત્રિજ્યા પર આધાર રાખતી નથી. આ હકીકતનો ઉપયોગ સાઈક્લોટ્રોનમાં થાય છે, જે વિદ્યુતભારોને પ્રવેગિત કરવાનું કાર્ય કરે છે.

4. બાયૉસાવરનો નિયમ દર્શાવે છે કે સ્થિર વિદ્યુતપ્રવાહ I ધારિત d$\boldsymbol{l}$ લંબાઈના ખંડને કારણે તેનાથી r અંતરે આવેલા બિંદુ P પાસે ઉદ્ભવતું ચુંબકીયક્ષેત્ર d**B** આ મુજબ મળે છે.

   $$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\boldsymbol{l} \times \mathbf{r}}{r^3}$$

P બિંદુએ કુલ (ચુંબકીય) ક્ષેત્ર મેળવવા માટે, આપણે આ સદિશ સૂત્રનું સમગ્ર તારની લંબાઈ પર સંકલન કરવું પડે.

5. વિદ્યુતપ્રવાહ I ધારિત, R ત્રિજ્યાના વર્તુળાકાર ગૂંચળા વડે તેની અક્ષ પર તેના કેન્દ્રથી r અંતરે ઉદ્ભવતા ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂલ્ય

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

(ગૂંચળાના) કેન્દ્ર પર તેનું મૂલ્ય

$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$ વડે અપાય છે.

6. ઍમ્પિયરનો સર્કીટલ નિયમ : ધારોકે એક બંધ ગાળા C વડે એક ખુલ્લી સપાટી S ઘેરાયેલી છે, તો ઍમ્પિયરનો નિયમ દર્શાવે છે કે $\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I$, જ્યાં I એ Sમાંથી પસાર થતો વિદ્યુતપ્રવાહ છે. Iનું ચિહ્ન જમણા હાથના નિયમ પરથી મેળવી શકાય છે. આપણે આ નિયમના સરળ સ્વરૂપની ચર્ચા કરી છે. જો **B** બંધ વક્રની પરિમિતિ L પરના દરેક બિંદુએ સ્પર્શકની દિશામાં હોય, અને પરિમિતિ પર દરેક જગ્યાએ તેનું મૂલ્ય એક જ હોય, તો

$$BL = \mu_0 I_e$$

જ્યાં I_e એ બંધ વક્ર વડે ઘેરાયેલો પરિણામી (ચોખ્ખો) વિદ્યુતપ્રવાહ છે.

7. વિદ્યુતપ્રવાહ I ધારિત, લાંબા સીધા તારથી R અંતરે ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂલ્ય

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

જેટલું હોય છે. ક્ષેત્રરેખાઓ તારને સમકેન્દ્રીત વર્તુળો હોય છે.

8. વિદ્યુતપ્રવાહ I ધારિત લાંબા સૉલેનોઈડની અંદર ચુંબકીયક્ષેત્ર Bનું મૂલ્ય

$$B = \mu_0 n I$$

જ્યાં, n એ એકમ લંબાઈ દીઠ આંટાઓની સંખ્યા છે.

ટૉરોઈડ માટે આ મૂલ્ય

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}$$

જેટલું મળે છે, જ્યાં N એ કુલ આંટાઓની સંખ્યા અને r એ સરેરાશ ત્રિજ્યા છે.

9. સમાંતર વિદ્યુતપ્રવાહો આકર્ષી અને પ્રતિ-સમાંતર વિદ્યુતપ્રવાહો અપાકર્ષી હોય છે.

10. પાસપાસે વિંટાળેલા N આંટા ધરાવતું, A ક્ષેત્રફળનું તથા વિદ્યુતપ્રવાહ I ધારિત સમતલ ગૂંચળુ, ચુંબકીય મોમેન્ટ (ચાકમાત્રા) **m** ધરાવે છે, જ્યાં,

$$\mathbf{m} = N I \mathbf{A}$$

અને **m**ની દિશા જમણા-હાથના અંગુઠાના નિયમ પરથી મળે છે :

તમારી હથેળીને ગૂંચળા પર એ રીતે વાળો કે જેથી તમારી આંગળીઓ વિદ્યુતપ્રવાહની દિશા દર્શાવે. આ સ્થિતિમાં ઊભો અંગુઠો **m** (અને **A**)ની દિશા દર્શાવશે.

જ્યારે આ ગૂંચળાને નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્ર **B**માં મુકવામાં આવે ત્યારે તેના પર લાગતું બળ $F = 0$ અને ગૂંચળા પર લાગતું ટૉર્ક,

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$$

ચલિત ગૂંચળાવાળા ગૅલ્વેનોમીટરમાં, આ ટૉર્કને સ્પ્રિંગ વડે લાગતું વિરોધી ટૉર્ક સમતોલે છે. આથી,

$k\phi = NIAB$ મળે.

જ્યાં, ϕ એ સંતુલન સ્થિતિમાંનું આવર્તન છે અને k એ સ્પ્રિંગનો બળ અચળાંક છે.

11. કેન્દ્રમાં રહેલા ન્યુક્લિઅસની આસપાસ ફરતા (ભ્રમણ કરતા) ઇલેક્ટ્રૉનની ચુંબકીય મોમેન્ટ (ચાકમાત્રા) μ_l નું મૂલ્ય

$$\mu_l = \frac{e}{2m} l$$

જ્યાં, l એ કેન્દ્રમાં રહેલા ન્યૂક્લિઅસની આસપાસ ભ્રમણ કરતા ઇલેક્ટ્રૉનના કોણીય વેગમાનનું મૂલ્ય છે. μ_l ના લઘુત્તમ મૂલ્યને બોહ્ર મૅગ્નેટોન μ_B કહે છે જેનું મૂલ્ય $\mu_B = 9.27 \times 10^{-24}$ J/T.

12. ચલિત ગૂંચળાવાળા ગૅલ્વેનોમીટર સાથે શંટ અવરોધ r_s જોડીને તેને ઍમીટરમાં રૂપાંતરીત કરી શકાય છે. તેને (ગૅલ્વેનોમીટરને) શ્રેણીમાં મોટા મૂલ્યનો અવરોધ જોડીને તેનું વોલ્ટમીટરમાં રૂપાંતર કરી શકાય છે.

ભૌતિક રાશિ	સંજ્ઞા	પ્રકાર	પરિમાણ	એકમ	નોંધ
મુક્ત અવકાશની પરમિએબિલીટી	μ_0	અદિશ	$[MLT^{-2}A^{-2}]$	$T\,m\,A^{-1}$	$4\pi \times 10^{-7}\,T\,m\,A^{-1}$
ચુંબકીયક્ષેત્ર	**B**	સદિશ	$[M\,T^{-2}A^{-1}]$	T (ટેસ્લા)	
ચુંબકીય ચાકમત્રા (મોમેન્ટ)	**m**	સદિશ	$[L^2A]$	$A\,m^2$ અથવા J/T	
વળ અચળાંક	k	અદિશ	$[M\,L^2T^{-2}]$	$N\,m\,rad^{-1}$	(MCG)માં ઉપયોગી છે.

ગહન વિચારણાના મુદ્દાઓ

1. સ્થિત વિદ્યુત ક્ષેત્ર રેખાઓ ધન વિદ્યુતભારમાંથી ઉદ્ભવે છે અને ઋણ વિદ્યુતભારમાં સમાઈ જાય છે અથવા અનંત અંતરે લુપ્ત થઈ જાય છે. ચુંબકીય ક્ષેત્રરેખાઓ હંમેશાં બંધ ગાળા રચે છે.

2. આ પ્રકરણમાં થયેલ ચર્ચા ફક્ત સ્થિર વિદ્યુતપ્રવાહો, જે સમય સાથે બદલાતા નથી તેમને માટે લાગુ પડે છે.

   જ્યારે વિદ્યુતપ્રવાહો બદલાતા હોય ત્યારે ન્યૂટનનો ત્રીજો નિયમ તો જ લાગુ પડે, જો વિદ્યુત ચુંબકીયક્ષેત્ર વડે મળતું વેગમાનનુ વહન ગણતરીમાં લેવામાં આવે.

3. લોરેન્ઝ બળનું સૂત્ર યાદ કરો,

   $\mathbf{F} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B} + \mathbf{E})$

   આ વેગ આધારિત બળે ઘણા બધા મોટા વૈજ્ઞાનિક વિચારકોનું ધ્યાન આકર્ષિત કર્યુ છે. જો કોઈ તાત્ક્ષણિક ઝડપ $\mathbf{v}$ થી ગતિ કરતી ફ્રેમ પર જાય તો બળનો ચુંબકીય ભાગ શૂન્ય થાય છે. અહીં વિદ્યુતભારીત કણની ગતિ એ રીતે સમજાવવામાં આવે છે કે નવી ફ્રેમમાં યોગ્ય વિદ્યુતક્ષેત્ર રહેલું છે. આપણે ક્રિયા વિશે વિસ્તારપૂર્વક ચર્ચા નહીં કરીએ. આમ છતાં, આપણે એ ધ્યાનમાં રાખીશું કે આ વિરોધાભાસનો ઉકેલ એ છે કે વિદ્યુત અને ચુંબકત્વ એકબીજા સાથે સંકળાયેલી ઘટનાઓ (વિદ્યુત ચુંબકત્વ) છે અને લોરેન્ઝ બળનું સૂત્ર કુદરતમાં કોઈ સાર્વત્રિક પસંદગી પામેલ રેફરન્સ ફ્રેમને દર્શાવતું નથી.

4. ઍમ્પિયરનો સર્કીટલ નિયમ, બાયૉસાવરના નિયમથી સ્વતંત્ર નથી. તેને બાયો સાવરના નિયમ પરથી તારવી શકાય છે. તેનો બાયૉસાવરના નિયમ સાથેનો સંબંધ, ગૉસના નિયમ અને કુલંબના નિયમ વચ્ચેના સંબંધ જેવો છે.

સ્વાધ્યાય

4.1 8.0 cm ત્રિજ્યા વાળા 100 આંટા ધરાવતા, તારના એક વર્તુળાકાર ગૂંચળામાંથી 0.40 A વિદ્યુતપ્રવાહ વહે છે. ગૂંચળાના કેન્દ્ર પાસે ચુંબકીયક્ષેત્ર **B**નું મૂલ્ય કેટલું હશે ?

4.2 એક લાંબા સીધા તારમાંથી 35 A વિદ્યુતપ્રવાહ વહે છે. તારથી 20 cm અંતરે રહેલા કોઈ બિંદુ પાસે ચુંબકીયક્ષેત્ર **B**નું મૂલ્ય કેટલું હશે ?

4.3 સમક્ષિતિજ સમતલમાં રહેલા એક લાંબા સીધા તારમાંથી 50 A જેટલો વિદ્યુતપ્રવાહ, ઉત્તરથી દક્ષિણ દિશા તરફ વહે છે. તારની પૂર્વમાં 2.5 m અંતરે આવેલા કોઈ બિંદુ પાસે **B**નું મૂલ્ય અને દિશા શોધો.

4.4 માથા પરથી પસાર થતા વીજળીના તારમાંથી 90 A વિદ્યુતપ્રવાહ પૂર્વથી પશ્ચિમ દિશા તરફ વહે છે. આ તારથી 1.5 m નીચે ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂલ્ય અને દિશા શું હશે ?

4.5 0.15 Tના નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્ર સાથે 30° કોણ બનાવતી દિશામાં રહેલા તારમાંથી 8 A વિદ્યુતપ્રવાહ વહે છે. આ તાર પર લાગતા ચુંબકીય બળનું મૂલ્ય કેટલું હશે ?

4.6 3.0 cm લંબાઈના તારમાંથી 10 A વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર થાય છે, જેને એક સૉલેનોઈડમાં તેની અક્ષને લંબરૂપે મુકેલો છે. સૉલેનોઈડની અંદર ચુંબકીયક્ષેત્ર 0.27 T આપેલ છે. તાર પર કેટલું ચુંબકીય બળ લાગતું હશે ?

4.7 4 cm અંતરે રહેલા, બે લાંબા સીધા અને સમાંતર તાર A અને Bમાંથી 8.0 A અને 5.0 A વિદ્યુતપ્રવાહો એક જ (સમાન) દિશામાં વહે છે. તાર Aના 10 cm લંબાઈના વિભાગ પર લાગતું બળ શોધો.

4.8 80 cm લંબાઈના એક સૉલેનોઈડ પર પાસ-પાસે દરેક 400 આંટા વાળા 5 આવરણ વિંટાળ્યા છે. સૉલેનોઈડનો વ્યાસ 1.8 cm છે. જો સૉલેનોઈડમાં 8.0 A વિદ્યુતપ્રવાહ વહેતો હોય, તો તેના કેન્દ્ર પાસે **B**નું મૂલ્ય શોધો.

4.9 10 cm બાજુઓ વાળા એક ચોરસ ગૂંચળાને 20 આંટા છે અને તેમાંથી 12 A વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર થાય છે. આ ગૂંચળુ શિરોલંબ લટકાવેલું છે અને ગૂંચળાના સમતલનો લંબ 0.80 T મૂલ્યના સમક્ષિતિજ નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્ર સાથે 30° કોણ બનાવે છે. ગૂંચળું કેટલા મૂલ્યનું ટૉર્ક અનુભવશે ?

4.10 બે ચલિત ગૂંચળાવાળા મીટરો M_1 અને M_2ની વિગત આ મુજબ છે :

$R_1 = 10\,\Omega, N_1 = 30,$

$A_1 = 3.6 \times 10^{-3}\,m^2, B_1 = 0.25\,T$

$R_2 = 14\,\Omega, N_2 = 42,$

$A_2 = 1.8 \times 10^{-3}\,m^2, B_2 = 0.50\,T$

(બંને મીટર માટે સ્પ્રિંગ અચળાંક સરખા છે.)

M_1 અને M_2 માટે, (*a*) વિદ્યુતપ્રવાહ સંવેદિતાનો ગુણોત્તર, અને (*b*) વોલ્ટેજ સંવેદિતાનો ગુણોત્તર શોધો.

4.11 એક ઓરડામાં, 6.5 G ($1\,G = 10^{-4}\,T$) જેટલું નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્ર રાખેલું છે. આ ક્ષેત્રમાં લંબ રૂપે એક ઈલેક્ટ્રૉન $4.8 \times 10^6\,m\,s^{-1}$ ઝડપે છોડવામાં આવે છે. ઈલેક્ટ્રૉનનો માર્ગ વર્તુળાકાર કેમ હશે તે સમજાવો. વર્તુળાકાર કક્ષાની ત્રિજ્યા શોધો.

($e = 1.6 \times 10^{-19}\,C, m_e = 9.1 \times 10^{-31}\,kg$)

4.12 સ્વાધ્યાય 4.11માં વર્તુળાકાર કક્ષામાં ઈલેક્ટ્રૉનના ભ્રમણની આવૃત્તિ શોધો. શું આ જવાબ ઈલેક્ટ્રૉનની ઝડપ પર આધાર રાખે છે ? સમજાવો.

4.13 (a) 1.0 T જેટલા નિયમિત સમક્ષિતિજ ચુંબકીયક્ષેત્રમાં 8.0 cm ત્રિજ્યા અને 30 આંટા ધરાવતું વર્તુળાકાર ગૂંચળુ લટકાવેલ છે, જેમાંથી 6.0 A વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર થાય છે. ક્ષેત્રરેખાઓ ગૂંચળાના લંબ સાથે 60° કોણ બનાવે છે. ગૂંચળાનું આવર્તન ન થાય તે માટે તેના પર લગાડવા પડતા જરૂરી વિરુદ્ધ દિશાના ટૉર્કનું મૂલ્ય શોધો.

(b) જો (a)માં દર્શાવેલ ગૂંચળાની જગ્યાએ અનિયમિત આકારનું બીજુ કોઈ સમતલ ગૂંચળુ રાખવામાં આવે કે જેનું ક્ષેત્રફળ પણ એટલું જ હોય તો તમારો જવાબ બદલાશે ? (બાકીની બીજી વિગતોમાં કોઈ ફેરફાર કર્યો નથી).

વધારાના સ્વાધ્યાય

4.14 બે સમકેન્દ્રિત વર્તુળાકાર ગૂંચળાઓ X અને Yની ત્રિજ્યા અનુક્રમે 16 cm અને 10 cm છે, જે ઉત્તરથી દક્ષિણ દિશામાં રહેલા એક જ શિરોલંબ સમતલમાં રહેલા છે. ગૂંચળા Xને 20 આંટા છે અને તેમાંથી પસાર થતો વિદ્યુતપ્રવાહ 16 A છે; જ્યારે ગૂંચળા Yને 25 આંટા છે અને તેમાંથી 18 A વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર થાય છે. પશ્ચિમ તરફ મોઢું રાખીને ઊભેલા અવલોકનકારની દૃષ્ટિએ Xમાંથી પસાર થતો પ્રવાહ વિષમ ઘડી અને Yમાંથી સમઘડી દિશામાં છે. આ ગૂંચળાઓ વડે તેમના કેન્દ્ર પાસે ઉદ્‌ભવતા પરિણામી (ચોખ્ખા) ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂલ્ય અને દિશા શોધો.

4.15 10 cm લંબાઈ અને $10^{-3}\ m^{2}$ આડછેદના ક્ષેત્રફળ ધરાવતા વિસ્તારમાં 100 G ($1\ G = 10^{-4}\ T$) જેટલું નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્ર જરૂરી છે. એક ગૂંચળાના તારની મહત્તમ વિદ્યુતપ્રવાહ ધારણ-ક્ષમતા 15 A છે તથા તેના કેન્દ્ર (Core)ની આસપાસ એકમ લંબાઈ દીઠ વધુમાં વધુ 1000 આંટા / m વીંટાળી શકાય છે. આ માટે જરૂરી એવા સૉલેનોઈડની યોગ્ય રચના સમજાવો. ધારો કે તેના કેન્દ્રમાં (Core માં) ફેરોમેગ્નેટીક નથી.

4.16 R ત્રિજ્યા અને N આંટા ધરાવતા એક વર્તુળાકાર ગૂંચળામાંથી વિદ્યુતપ્રવાહ I પસાર થાય છે; અને તેની અક્ષ પર તેના કેન્દ્રથી x અંતરે ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂલ્ય

$$B = \frac{\mu_0 I R^2 N}{2(x^2 + R^2)^{3/2}}$$ જેટલું છે.

(a) દર્શાવો કે ગૂંચળાના કેન્દ્ર પાસે આ સમીકરણ જાણીતા સમીકરણ જેવું બને છે.

(b) બે સમાંતર, એક અક્ષ પર આવેલા સમાન ત્રિજ્યા Rના ગૂંચળા વિચારો, જેમના આંટાની સંખ્યા N છે, તથા એક સમાન દિશામાં સમાન વિદ્યુતપ્રવાહ ધરાવે છે, અને તેમની વચ્ચેનું અંતર પણ R છે. દર્શાવો કે બે ગૂંચળાના મધ્યમાં, તેમની અક્ષ પર આવેલા બિંદુની આસપાસ Rની સરખામણીમાં નાના અંતર સુધી ચુંબકીયક્ષેત્ર નિયમિત હશે, જે લગભગ

$$B = 0.72\,\frac{\mu_0 N I}{R}$$, વડે દર્શાવી શકાય.

[અમુક નાના અંતર સુધી નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરી શકતી આ ગોઠવણીને હેલ્મહોલ્ટ્ઝ ગૂંચળા કહે છે.]

4.17 25 cm આંતરિક ત્રિજ્યા અને 26 cm બહારની ત્રિજ્યા ધરાવતા એક ટૉરોઈડના Core (ગર્ભ-જે ફેરોમેગ્નેટીક નથી)ની આસપાસ તારના 3500 આંટા વીંટાળેલા છે. જો તાર માંથી 11 A વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર થતો હોય, તો

(a) ટૉરોઈડની બહાર,

(b) ટૉરોઈડના Coreની અંદર, અને

(c) ટૉરોઈડ વડે ઘેરાયેલી ખાલી જગ્યામાં, ચુંબકીયક્ષેત્ર કેટલું હશે ?

4.18 આપેલા પ્રશ્નોના જવાબ આપો :

(a) એક ચેમ્બરમાં એવુ ચુંબકીયક્ષેત્ર પ્રસ્થાપિત કરેલ છે કે જે જુદા જુદા બિંદુએ જુદુ હોય પરંતુ તેની દિશા એક જ હોય (પૂર્વથી પશ્ચિમ). એક વિદ્યુતભારિત કણ આ ચેમ્બરમાં દાખલ થાય છે અને આવર્તન અનુભવ્યા વગર અચળ ઝડપે સુરેખ માર્ગે પસાર થાય છે. આ કણના પ્રારંભિક વેગ વિશે તમે શું કહેશો ?

(b) તીવ્ર અને અનિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્ર ધરાવતા વાતાવરણમાં ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂલ્ય અને દિશા જુદા જુદા બિંદુએ જુદા જુદા છે, તેમાં એક વિદ્યુતભારિત કણ દાખલ થાય છે અને જટિલ માર્ગે બહાર આવે છે. જો તેણે આ વાતાવરણ સાથે કોઈ પણ અથડામણ ન અનુભવી હોય તો શું તેની અંતિમ ઝડપ, તેની પ્રારંભિક ઝડપ જેટલી હશે ?

(c) પશ્ચિમથી પૂર્વ તરફ ગતિ કરતો એક ઈલેક્ટ્રૉન ઉત્તરથી દક્ષિણ દિશામાં નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્ર ધરાવતી ચેમ્બરમાં દાખલ થાય છે. નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્રને કઈ દિશામાં લગાડવું જોઈએ કે જેથી ઈલેક્ટ્રૉન કોઈ પણ કોણાવર્તન અનુભવ્યા વગર સીધી રેખામાં ગતિ કરે ?

4.19 કૅથોડ ગરમ થવાથી ઉત્સર્જાયેલ એક ઈલેક્ટ્રૉન, 2.0 kV વિદ્યુત સ્થિતિમાન તફાવત વડે પ્રવેગિત થઈને, 0.15 T જેટલા નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્રના વિસ્તારમાં દાખલ થાય છે. જો આ ક્ષેત્ર,

(a) પ્રારંભિક વેગને લંબ રૂપે હોય,

(b) પ્રારંભિક વેગ સાથે 30° કોણ બનાવતું હોય, તો ઈલેક્ટ્રૉનના ગતિ પથની ગણતરી કરો.

4.20 હેલ્મહોલ્ટ્ઝ ગૂંચળાઓ (સ્વાધ્યાય 4.16માં દર્શાવેલ)ની મદદથી નાના વિસ્તારમાં 0.75 T મૂલ્યનું નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરવામાં આવ્યું છે. આ જ વિસ્તારમાં, ગૂંચળાઓની સામાન્ય અક્ષને લંબ રૂપે નિયમિત સ્થિર વિદ્યુતક્ષેત્ર જાળવી રાખવામાં આવે છે. 15 kV વડે પ્રવેગિત થયેલ (એક જ પ્રકારના) વિદ્યુતભારિત કણોની એક સાંકડી કિરણાવલી આ વિસ્તારમાં બંને ગૂંચળાઓની અક્ષ તથા સ્થિર વિદ્યુતક્ષેત્ર બંનેને લંબરૂપે દાખલ થાય છે. જો $9.0 \times 10^{-5}\ Vm^{-1}$ જેટલા સ્થિર વિદ્યુતક્ષેત્રમાં આ કિરણાવલી આવર્તન ન અનુભવે તો વિચારો કે આ કિરણાવલી શાની બનેલી હશે ? શા માટે જવાબ અજોડ નથી ?

4.21 0.45 m લંબાઈ અને 60 g દળનો એક સીધો વાહક સળીયો તેના છેડે બાંધેલા બે તાર વડે સમક્ષિતિજ લટકાવેલો છે. આ તારોમાં થઈને સળીયામાં 5.0 A જેટલો વિદ્યુતપ્રવાહ વહે છે.

(a) આ વાહક સળીયાને લંબરૂપે કેટલું ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરવું જોઈએ કે જેથી (લટકાવેલ) તારોમાં તણાવ (Tension) શૂન્ય થાય ?

(b) જો ચુંબકીયક્ષેત્ર એમ જ રહેવા દઈને વિદ્યુતપ્રવાહની દિશા ઉલટાવવામાં આવે તો તારોમાં કુલ ટેન્શન (તણાવ) કેટલું હશે ? (તારોનું દળ અવગણો). $g = 9.8\ m\,s^{-2}$.

4.22 કારની બૅટરીને તેને ચાલુ કરતી મોટર સાથે જોડતા તાર 300 A વિદ્યુતપ્રવાહ વહન કરે છે (થોડાક સમય માટે). આ તાર 70 cm લાંબા હોય અને તેમની વચ્ચેનું અંતર 1.5 cm હોય તો એકમ લંબાઈ દીઠ આ તારો વચ્ચે લાગતું બળ કેટલું હશે ? આ બળ આકર્ષી કે અપાકર્ષી હશે ?

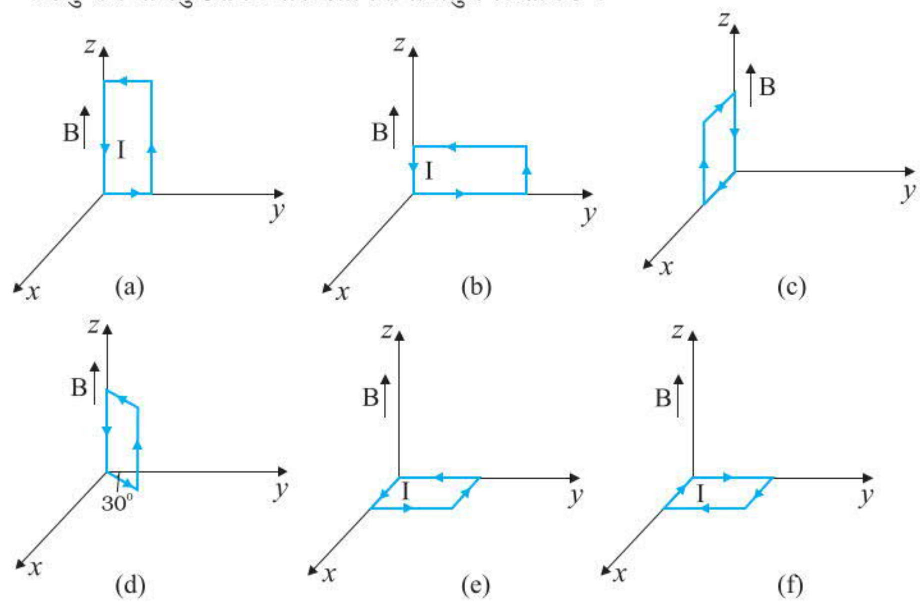
4.23 10.0 cm ત્રિજ્યાના નળાકાર વિસ્તારમાં 1.5 T જેટલું નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્ર છે જેની દિશા તેની અક્ષને સમાંતર પૂર્વથી પશ્ચિમ તરફ છે. 7.0 A વિદ્યુતપ્રવાહ ધારીત એક તાર આ વિસ્તારમાંથી ઉત્તરથી દક્ષિણ તરફ પસાર થાય છે. જો

(a) તાર આ અક્ષને છેદે,

(b) તારને ઉત્તર-દક્ષિણની જગ્યાએ ઉત્તરપૂર્વ-દક્ષિણ પશ્ચિમ દિશા તરફ ફેરવવામાં આવે (લઈ જવામાં આવે),

(c) ઉત્તર-દક્ષિણ દિશામાં રહેલા તારને અક્ષથી 6.0 cm જેટલો નીચે લેવામાં આવે, તો આ પરિસ્થિતિઓમાં તાર પર લાગતા (ચુંબકીય) બળનું મૂલ્ય અને દિશા શું હશે ?

4.24 3000 G જેટલું નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્ર ધન z-અક્ષની દિશામાં ઉત્પન્ન કરેલું છે. 10 cm અને 5 cm બાજુઓ વાળા એક લંબચોરસ ગૂંચળામાંથી 12 A વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર થાય છે. આકૃતિ 4.28માં દર્શાવેલ જુદા જુદા કિસ્સાઓમાં ગૂંચળા પર લાગતું ટૉર્ક કેટલું હશે ? દરેક કિસ્સામાં કેટલું બળ લાગતું હશે ? કયો કિસ્સો સ્થાયી સંતુલન દર્શાવે છે ?



આકૃતિ 4.28

4.25 20 આંટા અને 10 cm ત્રિજ્યા ધરાવતું એક વર્તુળાકાર ગૂંચળું, તેનું સમતલ 0.10 Tના નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્રને લંબરૂપે રહે તે રીતે મુકેલું છે. જો ગૂંચળામાં 5.0 A વિદ્યુતપ્રવાહ વહેતો હોય, તો

(a) ગૂંચળા પરનું કુલ ટૉર્ક,

(b) ગૂંચળા પરનું કુલ બળ,

(c) ચુંબકીયક્ષેત્રના કારણે ગૂંચળાના તારમાંના દરેક ઇલેક્ટ્રૉન પર લાગતું સરેરાશ બળ કેટલું હશે ?

(ગૂંચળું તાંબાના તારમાંથી બનેલું છે, જેના આડછેદનું ક્ષેત્રફળ 10^{-5} m^2 છે, અને તાંબા માટે મુક્ત ઇલેક્ટ્રૉન ઘનતા 6×10^{29} m^{-3} જેટલી આપેલ છે.)

4.26 60 cm લંબાઈ અને 4.0 cm ત્રિજ્યા ધરાવતા સૉલેનોઈડમાં દરેક 300 આંટાના હોય તેવા 3 સ્તર વિંટાળ્યા છે. 2.5 g દળ અને 2.0 cm લંબાઈનો એક તાર સૉલેનોઈડમાં (તેના કેન્દ્ર પાસે) અક્ષને લંબરૂપે રહેલો છે; તાર અને સૉલેનોઈડની અક્ષ બંને સમક્ષિતિજ સમતલમાં છે. આ તારને અક્ષને સમાંતર બે છેડાઓ વડે બાહ્ય બૅટરી સાથે જોડેલો છે, જેથી તારમાં 6.0 A વિદ્યુતપ્રવાહ વહે છે. સૉલેનોઈડના આંટાઓમાંથી કેટલા મૂલ્યનો પ્રવાહ (વહનની યોગ્ય દિશા સાથે) વહન થવો જોઈએ કે જે તારના વજનને સમતોલે ? $g = 9.8\,m\,s^{-2}$.

4.27 ગૅલ્વેનોમીટરના ગૂંચળાનો અવરોધ 12 Ω છે અને 3 mA વિદ્યુતપ્રવાહ માટે તે પૂર્ણ સ્કેલનું આવર્તન દર્શાવે છે. આ મીટરને 0થી 18 Vની અવધિના વોલ્ટમીટરમાં તમે કેવી રીતે રૂપાંતરીત કરશો ?

4.28 ગૅલ્વેનોમીટરના ગૂંચળાનો અવરોધ 15 Ω છે અને 4 mA વિદ્યુતપ્રવાહ માટે તે પૂર્ણ સ્કેલનું આવર્તન દર્શાવે છે. તેને 0 થી 6 A અવધિના ઍમીટરમાં તમે કેવી રીતે રૂપાંતરિત કરશો ?