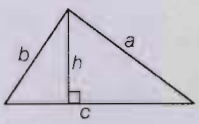
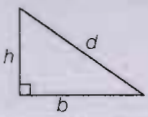
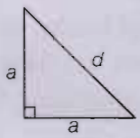
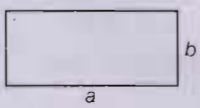
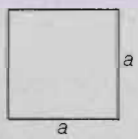
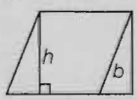
अध्याय

19

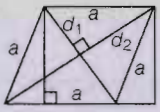
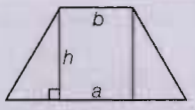
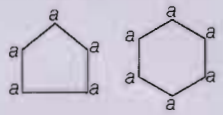
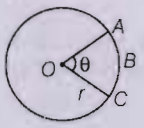
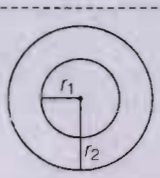
क्षेत्रफल एवं परिमाप

Area and Perimeter

किसी समतल आकृति (2D) द्वारा घेरे जाने वाले स्थान की मात्रा को उसका 'क्षेत्रफल' तथा आकृति की सभी भुजाओं के योगफल को उसका 'परिमाप' कहते हैं। प्रतियोगी परीक्षाओं में विभिन्न प्रकार के त्रिभुज, चतुर्भुज तथा वृत्त के क्षेत्रफल तथा परिमाप पर आधारित प्रश्न पूछे जाते हैं। इनमें से प्रमुख आकृतियों का संक्षिप्त परिचय निम्नलिखित है

नाम	आकृति	**परिमाप** (इकाई में)	**क्षेत्रफल** (वर्ग इकाई में)	**नामांकन**
त्रिभुज		$a + b + c$ या $2s$	$\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ या $\frac{1}{2}ch$	a, b, c भुजाएँ हैं h = ऊँचाई, अर्द्ध-परिमाप $s = \frac{a+b+c}{2}$
समकोण त्रिभुज		$b + h + d$	$\frac{1}{2}bh$	$d = \sqrt{b^2 + h^2}$ (कर्ण)
समद्विबाहु समकोण त्रिभुज		$2a + d$	$\frac{1}{2}a^2$	$d = a\sqrt{2}$ (कर्ण)
समबाहु त्रिभुज		$3a$	$\frac{1}{2}ah$ या $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$	$h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$ (ऊँचाई)
आयत		$2(a + b)$	ab	आयत का विकर्ण = $\sqrt{a^2 + b^2}$ a = लम्बाई b = चौड़ाई
वर्ग		$4a$	a^2 या $\frac{1}{2}d^2$	वर्ग का विकर्ण (d) = $a\sqrt{2}$ a = भुजा
समान्तर चतुर्भुज		$2(a + b)$	ah	a = भुजा b = भुजा h = समान्तर भुजाओं a और a के बीच की दूरी

www.classroom.com

नाम	आकृति	परिमाप (इकाई में)	क्षेत्रफल (वर्ग इकाई में)	नामांकन
समचतुर्भुज		$4a$	$\frac{1}{2}d_1 d_2$	$4a = d_1^2 + d_2^2$ a = भुजा d_1, d_2 विकर्ण हैं
समलम्ब		–	$\frac{1}{2}(a+b)h$	a, b = समान्तर भुजाएँ h = उनके बीच की दूरी
समबहुभुज समपंचभुज समषट्भुज		$5a$ $6a$	$5\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ $6\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$	a = भुजा
वृत्त		परिधि $= 2\pi r$	वृत्त का क्षेत्रफल $= \pi r^2$ त्रिज्यखण्ड $ABCO$ का क्षेत्रफल $= \frac{\pi r^2 \theta}{360°}$	r = त्रिज्या $2r$ = व्यास θ = त्रिज्यखण्ड का कोण चाप $\overset{\frown}{AC}$ की लम्बाई $= \frac{\pi r \theta}{180°}$
वृत्ताकार वलय		परिधियों का अन्तर $= 2\pi(r_2 - r_1)$	$\pi(r_2^2 - r_1^2)$	r_2 = बड़े वृत्त की त्रिज्या r_1 = छोटे वृत्त की त्रिज्या

महत्त्वपूर्ण तथ्य एवं सूत्र

- यदि आयत व वर्ग का परिमाप समान हो, तो सदैव वर्ग का क्षेत्रफल आयत के क्षेत्रफल से अधिक होता है।
- यदि दो वर्गों के क्षेत्रफलों में $A_1 : A_2$ का अनुपात हो, तो उनके परिमापों में $\sqrt{A_1} : \sqrt{A_2}$ का अनुपात होता है।
- समान्तर चतुर्भुज का प्रत्येक विकर्ण चतुर्भुज को दो समान क्षेत्रफल के त्रिभुजों में विभाजित करता है।
- समचतुर्भुज के विकर्ण एक-दूसरे को समकोण पर समद्विभाजित करते हैं।

साधित उदाहरण

1. किसी तार को एक समबाहु त्रिभुज के आकार में मोड़ने पर $121\sqrt{3}$ सेमी^{2} क्षेत्रफल वाला घेरा बनता है। यदि उसी तार को एक वृत्त के आकार में पुनः मोड़ा जाए, तो इसकी त्रिज्या होगी ($\pi = \frac{22}{7}$ लीजिए)

(1) 21.75 सेमी (2) 15.75 सेमी
(3) 10.5 सेमी (4) 9.5 सेमी
(5) 7 सेमी

हल (3) समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{\sqrt{3}}{4} \times$ भुजा^{2}

$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{4} \times$ भुजा$^2 = 121\sqrt{3}$

$\Rightarrow$ भुजा$^2 = 121 \times 4 = 484$

$\therefore$ भुजा $= \sqrt{484} = 22$ सेमी

तार की लम्बाई $= 22 \times 3 = 66$ सेमी

वृत्त के आकार में मोड़ने पर, $2\pi r = 66$,

जहाँ r = वृत्त की त्रिज्या

$\Rightarrow r = \frac{66}{2\pi} = \frac{66 \times 7}{2 \times 22} = 10.5$ सेमी

2. एक वृत्ताकार प्लॉट का क्षेत्रफल एक आयताकार प्लॉट के क्षेत्रफल से दोगुना है। आयताकार प्लॉट का क्षेत्रफल 11088 वर्ग मी है, तो वृत्ताकार प्लॉट की परिमिति कितनी है?

(1) 484 मी (2) 572 मी (3) 528 मी (4) 440 मी
(5) 373 मी

हल (3) $\pi r^2 = 2 \times 11088 \Rightarrow \frac{22}{7} \times r^2 = 2 \times 11088$

$\Rightarrow r^2 = \frac{2 \times 11088 \times 7}{22} = 7056 \quad \therefore r = \sqrt{7056} = 84$ मी

$\therefore$ परिधि $= 2\pi r = 2 \times \frac{22}{7} \times 84 = 528$ मी

3. यदि किसी आयताकार मैदान की लम्बाई और चौड़ाई में वृद्धि की जाती है, तो उसका क्षेत्रफल 50% बढ़ जाता है। यदि लम्बाई में 20% की वृद्धि हुई थी, तो चौड़ाई में कितने प्रतिशत की वृद्धि हुई थी?

(1) 30 (2) 25 (3) 20 (4) 28
(5) 19

हल (2) क्षेत्रफल में प्रभावी प्रतिशत वृद्धि $= \left(x + y + \frac{xy}{100}\right)\%$

$\Rightarrow 50 = 20 + y + \frac{20 \times y}{100} \Rightarrow 50 - 20 = y + \frac{y}{5} \Rightarrow 30 = \frac{6y}{5} = 25\%$

4. एक आयताकार प्लॉट की लम्बाई उसकी चौड़ाई से $4\frac{1}{2}$ गुना है। यदि प्लॉट का क्षेत्रफल 200 वर्ग मी हो, तो बताएँ कि उसकी लम्बाई कितनी है?
(1) 25 मी (2) 20 मी (3) 62 मी (4) 30 मी
(5) 35 मी

हल *(4)* माना आयताकार प्लॉट की लम्बाई $\frac{9x}{2}$ मी तथा चौड़ाई x मी है। तब
प्रश्नानुसार, $\frac{9x}{2} \times x = 200 \Rightarrow x^2 = \frac{400}{9} \therefore x = \frac{20}{3}$ मी
अभीष्ट लम्बाई $= \frac{9}{2} \times \frac{20}{3} = 3 \times 10 = 30$ मी

5. एक आयत की परिधि 60 मी है। यदि उसकी लम्बाई उसकी चौड़ाई से दोगुनी हो, तो बताएँ उसका क्षेत्रफल कितना होगा?
(1) 160 मी^{2} (2) 180 मी^{2} (3) 200 मी^{2} (4) 100 मी^{2}
(5) 190 मी^{2}

हल *(3)* माना आयत की लम्बाई $2x$ मी तथा चौड़ाई x मी है। तब प्रश्नानुसार,
$2(2x + x) = 60 \Rightarrow 3x = 30$
$\therefore \quad x = 10$
आयत का क्षेत्रफल $= 2x \times x$
$= 2x^2$
$= 2 \times (10)^2 = 200$ मी^{2}

अभ्यास प्रश्न

1. एक त्रिभुज की तीनों भुजाओं की लम्बाई क्रमशः 12 सेमी, 8 सेमी तथा 6 सेमी है। सबसे बड़ी भुजा के सामने के शीर्ष से खींची गई माध्यिका की लम्बाई होगी
(1) $\sqrt{14}$ सेमी (2) $\sqrt{10}$ सेमी (3) $15\sqrt{2}$ सेमी
(4) $\sqrt{20}$ सेमी (5) $\sqrt{25}$ सेमी

2. यदि किसी त्रिभुज का क्षेत्रफल 1176 सेमी^{2} है। आधार और सम्बन्धित ऊँचाई का अनुपात 3 : 4 है। त्रिभुज की ऊँचाई होगी
(1) 42 सेमी (2) 52 सेमी (3) 54 सेमी
(4) 56 सेमी (5) 65 सेमी

3. एक त्रिभुज का परिमाप 180 सेमी तथा भुजाएँ 5 : 6 : 7 के अनुपात में हैं। त्रिभुज का क्षेत्रफल है
(1) $600\sqrt{6}$ सेमी^{2} (2) 1500 सेमी^{2} (3) 3000 सेमी^{2}
(4) $5000\sqrt{7}$ सेमी^{2} (5) 500 सेमी^{2}

4. एक समकोण त्रिभुज का कर्ण 15 सेमी तथा परिमाप 36 सेमी है, तो त्रिभुज का क्षेत्रफल होगा
(1) 34 सेमी^{2} (2) 35 सेमी^{2} (3) 54 सेमी^{2}
(4) 74 सेमी^{2} (5) 45 सेमी^{2}

5. एक समबाहु त्रिभुज की प्रत्येक भुजा $2\sqrt{3}$ सेमी है। इसकी ऊँचाई है
(1) 3 सेमी (2) $\sqrt{3}$ सेमी (3) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ सेमी
(4) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ सेमी (5) $\frac{3}{4}$ सेमी

6. एक आयताकार बाग की एक भुजा 15 सेमी तथा इसके विकर्ण की लम्बाई 20 सेमी है, तो आयताकार बाग का क्षेत्रफल है
(1) $50\sqrt{7}$ सेमी^{2} (2) $100\sqrt{7}$ सेमी^{2} (3) $75\sqrt{7}$ सेमी^{2}
(4) $70\sqrt{5}$ सेमी^{2} (5) $60\sqrt{5}$ सेमी^{2}

7. एक वर्ग व आयत का परिमाप बराबर है। यदि आयत का परिमाप 128 सेमी हो तथा आयत की चौड़ाई उसकी लम्बाई की एक-तिहाई हो, तो वर्ग का क्षेत्रफल है
(1) 1024 सेमी^{2} (2) 1124 सेमी^{2} (3) 1204 सेमी^{2}
(4) 1214 सेमी^{2} (5) 224 सेमी^{2}

8. एक आयताकार मैदान 161 मी लम्बा तथा 136 मी चौड़ा है। इस मैदान के चारों ओर एक मार्ग बना है। मार्ग का कुल क्षेत्रफल 1204 मी^{2} है। मार्ग की चौड़ाई है
(1) 1 मी (2) 5 मी (3) 4.5 मी
(4) 5.5 मी (5) 2 मी

9. एक 5.44 मी लम्बे तथा 3.74 मी चौड़े कमरे के फर्श पर वर्गाकार टाइलें लगनी हैं। इसके लिए कम से कम आवश्यक टाइलों की संख्या है
(1) 176 (2) 184 (3) 162
(4) 192 (5) 172

10. एक कमरे की ऊँचाई तथा इसके अर्द्धपरिमाप का अनुपात 2 : 5 है। दरवाजों व खिड़कियों के क्षेत्रफल 15 मी^{2} को छोड़कर चार दीवारों पर 50 सेमी चौड़ा कागज, ₹ 2 प्रति मी की दर से लगाने का कुल खर्च ₹ 260 है। इस कमरे की ऊँचाई है
(1) 2.6 मी (2) 3.9 मी (3) 4 मी
(4) 4.2 मी (5) 4.6 मी

11. एक पहिये का व्यास 1.26 मी है। 500 चक्करों में पहिए द्वारा तय की गई दूरी है
(1) 2530 मी (2) 1980 मी (3) 1492 मी
(4) 2880 मी (5) 300 मी

12. किसी वृत्त की त्रिज्या में 30% कमी करने पर इसके क्षेत्रफल में प्रतिशत कमी होगी
(1) 30% (2) 60% (3) 45%
(4) 50% (5) इनमें से कोई नहीं

13. एक ही माप (1 सेमी त्रिज्या वाले) के तीन सिक्के एक मेज पर इस प्रकार रखे गए हैं कि वे एक-दूसरे को स्पर्श करते हैं। सिक्कों द्वारा उनके बीच घेरे गए क्षेत्र का क्षेत्रफल होगा
(1) $\left(\frac{\pi}{2} - \sqrt{3}\right)$ सेमी^{2} (2) $\left(2\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}\right)$ सेमी^{2}
(3) $\left(3\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}\right)$ सेमी^{2} (4) $\left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}\right)$ सेमी^{2}
(5) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{2}\right)$ सेमी^{2}

14. दो त्रिभुजों के आधारों का अनुपात $x : y$ है तथा उनके क्षेत्रफलों का अनुपात $a : b$ है। तब उनके संगत शीर्ष लम्बों का अनुपात होगा
(1) $\frac{a}{x} : \frac{b}{y}$ (2) $ax : by$ (3) $\frac{a}{y} : bx$
(4) $\frac{x}{a} : \frac{b}{y}$ (5) $ay : \frac{b}{x}$

15. $2\sqrt{3}$ सेमी भुजा वाले समषष्ठभुज का क्षेत्रफल होगा
(1) $18\sqrt{3}$ सेमी^{2} (2) $12\sqrt{3}$ सेमी^{2} (3) $36\sqrt{3}$ सेमी^{2}
(4) $27\sqrt{3}$ सेमी^{2} (5) $25\sqrt{3}$ सेमी^{2}

16. समलम्ब आकार के एक क्षेत्र का क्षेत्रफल 1440 मी^{2} है। समान्तर भुजाओं के बीच की लम्बवत् दूरी 24 मी है। यदि समान्तर भुजाओं का अनुपात 5:3 हो, तो बड़ी समान्तर भुजा की लम्बाई होगी
(1) 75 मी (2) 45 मी (3) 120 मी
(4) 60 मी (5) 80 मी

17. 120 सेमी परिमाप वाले वर्ग के अन्तर्गत खींचे गए सबसे बड़े वृत्त का क्षेत्रफल होगा
(1) $\frac{28}{7} \times (15)^2$ सेमी^{2} (2) $\frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{2}\right)^2$ सेमी^{2}
(3) $\frac{22}{7} \times \left(\frac{15}{2}\right)^2$ सेमी^{2} (4) $\frac{22}{7} \times \left(\frac{9}{2}\right)^2$ सेमी^{2}
(5) $\frac{22}{7}(15)^2$ सेमी^{2}

18. एक समबाहु त्रिभुज के अन्त:भाग में स्थित किसी बिन्दु से त्रिभुज की भुजाओं पर डाले गए लम्बों की क्रमश: लम्बाइयाँ p_1, p_2 तथा p_3 हैं। त्रिभुज की प्रत्येक भुजा की लम्बाई होगी
(1) $\frac{2}{\sqrt{3}}(p_1 + p_2 + p_3)$ (2) $\frac{1}{3}(p_1 + p_2 + p_3)$
(3) $\frac{1}{\sqrt{3}}(p_1 + p_2 + p_3)$ (4) $\frac{4}{\sqrt{3}}(p_1 + p_2 + p_3)$
(5) $\frac{4}{3}(p_1 + p_2 + p_3)$

19. किसी वृत्ताकार मार्ग की बाह्य तथा आन्तरिक परिधियों का अनुपात 23:22 है। यदि मार्ग की चौड़ाई 5 मी है, तो आन्तरिक वृत्त का व्यास होगा
(1) 110 मी (2) 55 मी (3) 220 मी
(4) 230 मी (5) 240 मी

20. 28 सेमी की भुजा वाले वर्ग के भीतर बनाए जा सकने वाले सबसे बड़े वृत्त का क्षेत्रफल क्या होगा?
(1) 17248 सेमी^{2} (2) 784 सेमी^{2} (3) 8624 सेमी^{2}
(4) 616 सेमी^{2} (5) 1024 सेमी^{2}

21. यदि एक वृत्त की परिधि 4π से 8π कर दी जाए, तो उसके क्षेत्रफल में कितना परिवर्तन हो जाएगा ?
(1) दो गुना (2) तीन गुना (3) चार गुना
(4) आधा (5) कोई परिवर्तन नही होगा

22. किसी आयताकार मेज की ऊपरी सतह का परिमाप 28 मी है और उसका क्षेत्रफल 48 मी^{2} है। उस मेज की कर्णवत् लम्बाई है
(1) 5 मी (2) 10 मी (3) 12 मी
(4) 12.5 मी (5) 13 मी

23. ABC एक त्रिभुज है, जिसका आधार AB है। AB पर एक बिन्दु D इस प्रकार है कि $AB = 5$ और $DB = 3$ हो, तो ΔADC के क्षेत्रफल का ΔABC के क्षेत्रफल से अनुपात होगा
(1) $\frac{3}{2}$ (2) $\frac{2}{3}$ (3) $\frac{3}{5}$
(4) $\frac{2}{5}$ (5) $\frac{5}{3}$

24. एक प्लॉट की लम्बाई उसकी चौड़ाई की पाँच गुनी है। उस प्लॉट में एक खेल का मैदान भी है। जिसकी माप 245 मी^{2} है और जो पूरे प्लॉट का आधा है। प्लॉट की लम्बाई है
(1) $35\sqrt{2}$ मी (2) $175\sqrt{2}$ मी (3) 490 मी
(4) $5\sqrt{2}$ मी (5) $20\sqrt{2}$ मी

25. 44 सेमी परिमाप वाले एक वर्ग व 44 सेमी परिधि वाले एक वृत्त में किसका क्षेत्रफल अधिक है और कितना ?
(1) वर्ग, 33 सेमी^{2} (2) वृत्त, 33 सेमी^{2}
(3) दोनों का क्षेत्रफल बराबर है (4) वर्ग, 495 सेमी^{2}
(5) वृत्त, 495 सेमी^{2}

26. किसी वृत्ताकार पार्क के चारों ओर एक समान चौड़ाई का एक पथ बना हुआ है। इस वृत्ताकार पथ की आन्तरिक तथा बाह्य परिधियों का अन्तर 132 मी है। उसकी चौड़ाई है
(1) 22 मी (2) 20 मी (3) 21 मी
(4) 24 मी (5) 29 मी

27. किसी समचतुर्भुज का परिमाप 40 मी है और उसकी ऊँचाई 5 मी है। इसका क्षेत्रफल है
(1) 60 मी^{2} (2) 50 मी^{2} (3) 45 मी^{2}
(4) 55 मी^{2} (5) 33 मी^{2}

28. 21 सेमी भुजा वाले एक वर्ग के अन्दर खींचे जा सकने वाले बड़े से बड़े वृत्त का क्षेत्रफल है
(1) 344.5 सेमी^{2} (2) 364.5 सेमी^{2} (3) 346.5 सेमी^{2}
(4) 366.5 सेमी^{2} (5) 394.6 सेमी^{2}

29. किसी वर्ग का परिमाप वही है जो एक ऐसे आयत का है जिसकी लम्बाई 48 मी है और चौड़ाई की तीन गुनी है। वर्ग का क्षेत्रफल है
(1) 1000 मी^{2} (2) 1024 मी^{2} (3) 1600 मी^{2}
(4) 1042 मी^{2} (5) 1092 मी^{2}

30. किसी समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल $400\sqrt{3}$ मी^{2} है। इसका परिमाप है
(1) 120 मी (2) 150 मी (3) 90 मी
(4) 135 मी (5) 124 मी

31. A किसी आयताकार मैदान के विकर्ण के अनुदिश 52 मी/मिनट की चाल से चलकर 15 सेकण्ड में पार कर जाता है। B इस मैदान की भुजाओं के अनुदिश 68 मी/मिनट की चाल से चलकर 15 सेकण्ड में ही पार करता है। इस मैदान का क्षेत्रफल है
(1) 30 मी^{2} (2) 40 मी^{2} (3) 50 मी^{2}
(4) 60 मी^{2} (5) 42 मी^{2}

32. किसी पहिए का व्यास 3 मी है। यह पहिया 1 मिनट में 28 चक्कर लगाता है। 5.280 किमी की दूरी चलने में यह पहिया लगभग निम्न समय लेगा
(1) 10 मिनट (2) 20 मिनट (3) 30 मिनट
(4) 40 मिनट (5) 50 मिनट

33. किसी समबाहु त्रिभुज के अभ्यन्तर के किसी बिन्दु से तीनों भुजाओं की लाम्बिक दूरियाँ $\sqrt{3}$ सेमी, $2\sqrt{3}$ सेमी तथा $5\sqrt{3}$ सेमी हैं। इस त्रिभुज का परिमाप है
(1) 64 सेमी (2) 32 सेमी (3) 48 सेमी
(4) 24 सेमी (5) 36 सेमी

34. एक पहिया 22 किमी 26 डेकामी की दूरी तय करने में 113 चक्कर लगाता है, पहिए का व्यास है
(1) $4\frac{4}{13}$ मी (2) $6\frac{4}{11}$ मी (3) $12\frac{4}{11}$ मी
(4) $12\frac{8}{11}$ मी (5) $11\frac{5}{13}$ मी

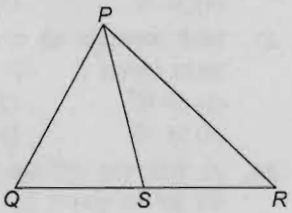
35. दो भिन्न-भिन्न लम्बाइयों के रेखाखण्डों पर खींचे गए वर्गों के क्षेत्रफलों का अन्तर 32 सेमी^{2} है। बड़े रेखाखण्ड की लम्बाई, यदि एक रेखाखण्ड दूसरे रेखाखण्ड से 2 सेमी बड़ा है, है
(1) 7 सेमी (2) 9 सेमी (3) 11 सेमी
(4) 16 सेमी (5) 14 सेमी

उत्तरमाला

1. (1)	**2.** (4)	**3.** (1)	**4.** (3)	**5.** (1)	**6.** (3)	**7.** (1)	**8.** (5)	**9.** (1)	**10.** (3)
11. (2)	**12.** (5)	**13.** (4)	**14.** (1)	**15.** (1)	**16.** (1)	**17.** (5)	**18.** (1)	**19.** (3)	**20.** (4)
21. (2)	**22.** (2)	**23.** (4)	**24.** (1)	**25.** (2)	**26.** (3)	**27.** (2)	**28.** (3)	**29.** (2)	**30.** (1)
31. (4)	**32.** (2)	**33.** (3)	**34.** (2)	**35.** (2)					

संकेत एवं हल

1. चित्र में, $PQ = 6$ सेमी, $PR = 8$ सेमी



तथा $QR = 12$ सेमी

$QS = \frac{QR}{2} = 6$ सेमी

हम जानते हैं कि

$PQ^2 + PR^2 = 2(QS^2 + PS^2)$

$\therefore \quad 36 + 64 = 2(36 + PS^2)$

$\Rightarrow \quad PS^2 = 50 - 36 = 14$

$\Rightarrow \quad PS = \sqrt{14}$ सेमी

2. माना त्रिभुज का आधार $= 3x$

तथा त्रिभुज की ऊँचाई $= 4x$

त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times$ आधार $\times$ ऊँचाई

$\therefore \quad 1176 = \frac{1}{2} \times 3x \times 4x$

$\Rightarrow \quad x^2 = \frac{1176 \times 2}{12} \Rightarrow x = 14$

$\therefore$ त्रिभुज की ऊँचाई $= 4 \times 14 = 56$ सेमी

3. माना $a = 5x, b = 6x$ तथा $c = 7x$

$\therefore \quad 180 = 5x + 6x + 7x \Rightarrow x = 10$

अत: $a = 50, \ b = 60, c = 70$

$$s = \frac{50 + 60 + 70}{2} = 90$$

$\therefore$ त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{90 \times 40 \times 30 \times 20} = 600\sqrt{6}$ सेमी^{2}

4. माना समकोण त्रिभुज का आधार x तथा लम्ब y है।

$\therefore \quad x^2 + y^2 = 225$ ...(i)

तथा $x + y + 15 = 36$

$x + y = 21$ ...(ii)

समी (ii) के दोनों पक्षों का वर्ग करने पर,

$(x + y)^2 = 441$

$\Rightarrow \quad x^2 + y^2 + 2xy = 441$

$\Rightarrow \quad 225 + 2xy = 441$ [समी (i) से]

$\Rightarrow \quad 2xy = 441 - 225$

$\Rightarrow \quad xy = \frac{216}{2} = 108$

समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} xy = 54$ सेमी^{2}

5. दिया है, $a = 2\sqrt{3}$

$\therefore$ समबाहु त्रिभुज की ऊँचाई, $h = \frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2\sqrt{3} = 3$ सेमी

6. माना आयताकार बाग की लम्बाई $= a = 15$ सेमी

तथा चौड़ाई $= b$ सेमी $\therefore$ विकर्ण $= \sqrt{a^2 + b^2}$

$\Rightarrow \quad 400 = 225 + b^2 \Rightarrow b = \sqrt{175} = 5\sqrt{7}$

$\therefore$ बाग का क्षेत्रफल $= a \times b = 15 \times 5\sqrt{7} = 75\sqrt{7}$ मी^{2}

7. माना वर्ग की भुजा $= x$ सेमी

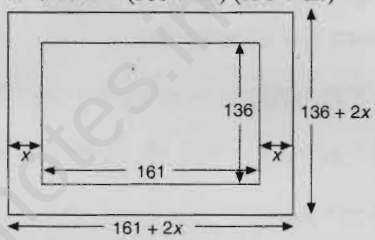
$\therefore \quad 4x = 128 \Rightarrow x = 32$ सेमी

$\therefore$ वर्ग का क्षेत्रफल $= x^2 = (32)^2 = 1024$ सेमी^{2}

8. मैदान का क्षेत्रफल $= 161 \times 136 = 21896$ सेमी^{2}

मार्ग सहित मैदान का क्षेत्रफल $= (161 + 2x)(136 + 2x)$

$\therefore$ मार्ग का क्षेत्रफल $= (161 + 2x)(136 + 2x) - 21896$



$\Rightarrow \quad 1204 = (161 + 2x)(136 + 2x) - 21896$

$\Rightarrow \quad x = 2$ मी

11. पहिये का व्यास $= 1.26$ मी

पहिये की परिधि $= \pi \times$ व्यास $= \frac{22}{7} \times 1.26 = 3.96$ मी

500 चक्करों में पहिये द्वारा तय की गई दूरी $= 3.96 \times 500 = 1980$ मी

12. माना वृत्त की त्रिज्या $= r$

$\therefore$ वृत्त का क्षेत्रफल $= \pi r^2$

वृत्त की नई त्रिज्या $= \frac{70r}{100} = \frac{7r}{10}$

वृत्त का नया क्षेत्रफल $= \frac{49\pi r^2}{100}$

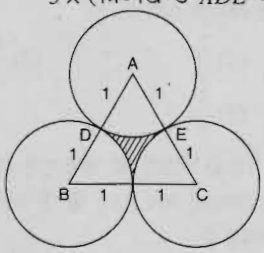
वृत्त के क्षेत्रफल में कमी $= \pi r^2 - \frac{49\pi r^2}{100} = \frac{51\pi r^2}{100}$

$\therefore \quad$ प्रतिशत कमी $= \frac{\frac{51\pi r^2}{100}}{\pi r^2} \times 100\% = 51\%$

13. ΔABC का क्षेत्रफल $= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4$ सेमी^{2} $= \sqrt{3}$ सेमी^{2}

रेखांकित भाग का क्षेत्रफल $= \Delta ABC$ का क्षेत्रफल

$- 3 \times$ (त्रिज्यखण्ड ADE का क्षेत्रफल)



$= \sqrt{3} - \frac{3 \times \pi (1)^2 \times 60^\circ}{360^\circ} = \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}\right)$ सेमी^{2}

14. माना त्रिभुजों के शीर्षलम्ब क्रमशः h_1 व h_2 हैं।

$$\therefore \quad \frac{a}{b} = \left(\frac{x}{y}\right)\left(\frac{h_1}{h_2}\right) \Rightarrow \frac{h_1}{h_2} = \frac{ay}{bx}$$

$$\Rightarrow \quad h_1 : h_2 = ay : bx = \frac{a}{x} : \frac{b}{y}$$

15. समषष्ठभुज का क्षेत्रफल $= 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times (2\sqrt{3})^2$

$$= 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4 \times 3 = 18\sqrt{3} \text{ सेमी}^2$$

16. माना भुजाएँ $5x$ तथा $3x$ हैं।

$$\therefore \quad 1440 = \frac{1}{2}(5x + 3x) \times 24$$

$$\Rightarrow \quad 8x = \frac{1440 \times 2}{24} \Rightarrow x = 15$$

∴ समलम्ब की बड़ी भुजा की लम्बाई $= 5 \times 15 = 75$ मी

17. वर्ग का परिमाप $= 120$ सेमी

वर्ग की भुजा $= 30$ सेमी

वर्ग के अन्तर्गत खींचे गए सबसे बड़े वृत्त का क्षेत्रफल

$$= \frac{\pi a^2}{4} = \frac{\pi \times 30 \times 30}{4} = \frac{22}{7} \times (15)^2 \text{ सेमी}^2$$

19. माना बाह्य तथा आन्तरिक परिधियाँ क्रमशः $23x$ तथा $22x$ हैं।

$$\therefore \quad 2\pi R - 2\pi r = 23x - 22x$$

$$\Rightarrow \quad 2\pi (R - r) = x$$

$$\Rightarrow \quad 2\pi \times 5 = x = 10\pi \quad (\because R - r = 5)$$

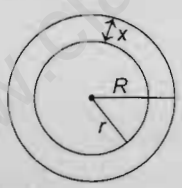
∴ वृत्ताकार मार्ग की आन्तरिक परिधि $= 220\pi$

$$\Rightarrow \quad 2\pi r = 220\pi \Rightarrow r = 110$$

∴ आन्तरिक वृत्त का व्यास $= 2 \times 110 = 220$ मी

20. अभीष्ट क्षेत्रफल $= \frac{\pi \times (28)^2}{4} = \frac{22}{7} \times \frac{28 \times 28}{4} = 616 \text{ सेमी}^2$

21. वृत्त की पहली परिधि $= 4\pi$



$$\therefore \text{ वृत्त की पहली त्रिज्या} = \frac{4\pi}{2\pi} = 2 \text{ इकाई}$$

$$\Rightarrow \text{ वृत्त का क्षेत्रफल} = \pi r^2 = 4\pi \text{ वर्ग इकाई}$$

$$\text{वृत्त की नई त्रिज्या} = \frac{8\pi}{2\pi} = 4 \text{ इकाई}$$

⇒ वृत्त का नया क्षेत्रफल $= \pi \times 16 = 16\pi$ वर्ग इकाई

वृत्त के क्षेत्रफल में परिवर्तन $= 16\pi - 4\pi = 12\pi$

$$\therefore \quad \text{अभीष्ट परिवर्तन} = \frac{12\pi}{4\pi} = 3 \text{ गुना}$$

22. मेज की परिमाप $= 28$

$$\Rightarrow \quad 2(x + y) = 28$$

$$\Rightarrow \quad x + y = 14 \quad \text{...(i)}$$

मेज की सतह का क्षेत्रफल $= 48$

$$\Rightarrow \quad xy = 48 \quad \text{...(ii)}$$

$$\therefore \quad (x - y) = \sqrt{(x + y)^2 - 4xy} = 2 \quad \text{...(iii)}$$

समी (i) व (iii) से, $x = 8, y = 6$

∴ मेज की कर्णवत् लम्बाई $= \sqrt{x^2 + y^2}$

$$= \sqrt{64 + 36} = 10 \text{ मी}$$

24. प्लॉट का क्षेत्रफल $= 2 \times$ खेल के मैदान का क्षेत्रफल

$$= 2 \times 245 = 490 \text{ मी}^2$$

माना प्लॉट की चौड़ाई $= x$ मी

तथा प्लॉट की लम्बाई $= 5x$ मी

$$\therefore \quad 490 = 5x \times x \Rightarrow x = 7\sqrt{2}$$

∴ प्लॉट की लम्बाई $= 5x = 35\sqrt{2}$ मी

26. प्रश्नानुसार, $2\pi R - 2\pi r = 132$

$$\Rightarrow \quad R - r = \frac{132 \times 7}{2 \times 22} = 21 \therefore x = 21 \text{ मी}$$

27. समचतुर्भुज की भुजा $= \frac{40}{4} = 10$ मी

समचतुर्भुज की ऊँचाई $= 5$ मी

∴ समचतुर्भुज का क्षेत्रफल $= 10 \times 5 = 50 \text{ मी}^2$

29. आयत की लम्बाई $= 48$ मी

∴ आयत की चौड़ाई $= 16$ मी

आयत की परिमाप $= 2(48 + 16) = 128$ मी

∴ वर्ग की परिमाप $= 128$ मी

∴ वर्ग की भुजा $= 32$ मी

⇒ वर्ग का क्षेत्रफल $= (32)^2 = 1024 \text{ मी}^2$

31. आयताकार मैदान का विकर्ण $= A$ द्वारा चली दूरी

$$= \frac{52}{60} \times 15 = 13 \text{ मी}$$

$$\therefore \quad a^2 + b^2 = 169 \quad \text{...(i)}$$

B द्वारा चली दूरी $= \frac{68}{60} \times 15 = 17$ मी

$$\therefore \quad a + b = 17 \quad \text{...(ii)}$$

$$\Rightarrow \quad (a + b)^2 = 289$$

$$\Rightarrow \quad a^2 + b^2 + 2ab = 289$$

$$\Rightarrow \quad 2ab = 289 - 169$$

$$\Rightarrow \quad ab = 60 \text{ मी}$$

$$\therefore \quad (a - b) = \sqrt{(a + b)^2 - 4ab}$$

$$= \sqrt{289 - 240} = \sqrt{49}$$

$$\Rightarrow \quad a - b = 7 \quad \text{...(iii)}$$

समी (ii) व (iii) से,

$$a = 12, b = 5$$

∴ आयताकार मैदान का क्षेत्रफल $= a \times b$

$$= 12 \times 5 = 60 \text{ मी}^2$$

32. पहिए द्वारा एक चक्कर में चली दूरी = पहिए की परिधि

$$= 3\pi = 9.42 \text{ मी}$$

28 चक्कर लगाने में चली दूरी $= 28 \times 9.42 = 263.76$ मी

263.76 मी दूरी चलने में लगा समय $= 1$ मिनट

5280 मी दूरी चलने में लगा समय $= \frac{5280}{263.76} = 20$ मिनट (लगभग)

33. त्रिभुज की भुजा $= \frac{2}{\sqrt{3}}(\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 5\sqrt{3})$

$$= \frac{2}{\sqrt{3}}(8\sqrt{3}) = 16 \text{ सेमी}$$

∴ समबाहु त्रिभुज का परिमाप $= 3 \times 16 = 48$ सेमी

35. माना पहले रेखाखण्ड की लम्बाई $= x$ सेमी

∴ दूसरे रेखाखण्ड की लम्बाई $= (x + 2)$ सेमी

प्रश्नानुसार,

$$(x + 2)^2 - x^2 = 32$$

$$\Rightarrow \quad (x + 2 - x)(x + 2 + x) = 32$$

$$\Rightarrow \quad (2x + 2) = 16 \Rightarrow 2x = 14$$

$$\Rightarrow \quad x = 7$$

∴ बड़े रेखाखण्ड की लम्बाई $= 7 + 2 = 9$ सेमी