

جوابات

مشق 1.1

1. (i) ، (iv) ، (v) ، (vi) ، (vii) اور (viii) سیٹ ہیں۔

2. (i) $\in$ (ii) $\notin$ (iii) $\notin$ (iv) $\in$ (v) $\in$ (vi) $\notin$

3. (i) $A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ (ii) $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

(iii) $C = \{17, 26, 35, 44, 53, 62, 71, 80\}$ (iv) $D = \{2, 3, 5\}$

(v) $E = \{T, R, I, G, O, N, M, E, Y\}$ (vi) $F = \{B, E, T, R\}$

4. (i) $\{x : x = 3n \text{ اور } 1 \leq n \leq 4\}$ (ii) $\{x : x = 2^n \text{ اور } 1 \leq n \leq 5\}$

(iii) $\{x : x = 5^n \text{ اور } 1 \leq n \leq 4\}$ (iv) $\{x : \text{ایک جنت طبعی عود ہے: } x\}$

(v) $\{x : x = n^2 \text{ اور } 1 \leq n \leq 10\}$

5. (i) $A = \{1, 3, 5, \dots\}$ (ii) $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

(iii) $C = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ (iv) $D = \{L, O, Y, A\}$

(v) $E = \{\text{فروری، اپریل، جون، ستمبر، نومبر}\}$

(iv) $F = \{b, c, d, f, g, h, j\}$

6. (i) $\leftrightarrow$ (c) (ii) $\leftrightarrow$ (a) (iii) $\leftrightarrow$ (d) (iv) $\leftrightarrow$ (b)

مشق 1.2

1. (i), (iii), (v)
2. (i) محدود (ii) لامحدود (iii) محدود (iv) لامحدود (v) محدود
3. (i) لامحدود (ii) محدود (iii) لامحدود (iv) محدود (v) لامحدود
4. (i) ہاں (ii) نہیں (iii) ہاں (iv) نہیں
5. (i) نہیں (ii) ہاں
6. $E=G, B=D$

مشق 1.3

1. (i) $\subset$ (ii) $\not\subset$ (iii) $\subset$ (iv) $\not\subset$ (v) $\not\subset$ (vi) $\subset$
2. (i) غلط (ii) صحیح (iii) غلط (iv) صحیح (v) غلط (vi) صحیح
3. (i), (v), (vii), (viii), (ix), (xi)
4. (i) ϕ {a} (ii) ϕ , {a}, {b}, {a, b}
5. 1
6. (i) $[-4, 6]$ (ii) $[-12, -10]$ (iii) $[0, 7)$ (vi) $[3, 4]$
7. (i) $\{x : x \in \mathbb{R}, -3 < x < 0\}$ (ii) $\{x : x \in \mathbb{R}, 6 \leq x \leq 12\}$
9. (iii) $\{x : x \in \mathbb{R}, 6 < x \leq 12\}$ (iv) $\{x \in \mathbb{R} : -23 \leq x < 5\}$ (iii)

مشق 1.4

1. (i) $X \cup Y = \{1, 2, 3, 5\}$ (ii) $A \cup B = \{a, b, c, e, i, o, u\}$
- (iii) $A \cup B = \{x : x = 1, 2, 4, 5 \text{ or a multiple of } 3\}$
- (iv) $A \cup B = \{x : 1 < x < 10, x \in \mathbb{N}\}$ (v) $A \cup B = \{1, 2, 3\}$

2. ہاں، $A \cup B = \{a, b, c\}$ B.3
4. (i) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ (ii) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ (iii) $\{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
 (iv) $\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ (v) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
 (vi) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ (vii) $\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
5. (i) $X \cap Y = \{1, 3\}$ (ii) $A \cap B = \{a\}$ (iii) $\{3\}$
6. (i) $\{7, 9, 11\}$ (ii) $\{11, 13\}$ (iii) ϕ (iv) $\{11\}$
 (v) ϕ (vi) $\{7, 9, 11\}$ (vii) ϕ (viii) $\{7, 9, 11\}$
 (ix) $\{7, 9, 11\}$ (x) $\{7, 9, 11, 15\}$
7. (i) B (ii) C (iii) D (iv) ϕ (v) $\{2\}$
8. (vi) $\{x \text{ ایک طاق مرد عدد ہے: } x\}$ (iii).
9. (i) $\{3, 6, 9, 15, 18, 21\}$ (ii) $\{3, 9, 15, 18, 21\}$ (iii) $\{3, 6, 9, 12, 18, 21\}$
 (iv) $\{4, 8, 16, 20\}$ (v) $\{2, 4, 8, 10, 14, 16\}$ (vi) $\{5, 10, 20\}$
 (vii) $\{20\}$ (viii) $\{4, 8, 12, 16\}$ (ix) $\{2, 6, 10, 14\}$
 (x) $\{5, 10, 15\}$ (xi) $\{2, 4, 6, 8, 12, 14, 16\}$ (xii) $\{5, 15, 20\}$
10. (i) $\{a, c\}$ (ii) $\{f, g\}$ (iii) $\{b, d\}$
11. غیرناطق اعداد کا سیٹ 12. (i) F (ii) F (iii) T (iv) T

مشق 1.5

1. (i) $\{5, 6, 7, 8, 9\}$ (ii) $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ (iii) $\{7, 8, 9\}$
 (iv) $\{5, 7, 9\}$ (v) $\{1, 2, 3, 4\}$ (vi) $\{1, 3, 4, 5, 6, 7, 9\}$
2. (i) $\{d, e, f, g, h\}$ (ii) $\{a, b, c, h\}$ (iii) $\{b, d, f, h\}$
 (iv) $\{b, c, d, e\}$

3. (i) $\{x : \text{ایک طاق طبعی عدد ہے} : x\}$
 (ii) $\{x : \text{ایک جفت طبعی عدد ہے} : x\}$
 (iii) $\{3, x\}$ کا ضرب نہیں ہے اور $x \in \mathbb{N}$
 (iv) $\{x : \text{ایک مثبت مرکب عدد ہے اور } x=1\}$
 (v) $\{x : \text{ایک مثبت صحیح عدد ہے جو 3 سے تقسیم نہیں ہوتا یا 5 سے تقسیم نہیں ہوتا} : x\}$
 (vi) $\{x : \text{ایک مکمل مربع نہیں ہے اور } x \in \mathbb{N}\}$
 (vii) $\{x : \text{ایک مکمل کعب نہیں ہے اور } x \in \mathbb{N}\}$
 (ix) $\{x : x \in \mathbb{N} \text{ اور } x=2\}$
 (viii) $\{x : x \in \mathbb{N} \text{ اور } x=3\}$
 (xi) $\{x : x \in \mathbb{N} \text{ اور } x > \frac{9}{2}\}$
 (x) $\{x : x \in \mathbb{N} \text{ اور } x < 7\}$

6. تمام مساوی ضلعی مثلث کا سیٹ ہے

7. U (i) A (ii) ϕ (iii) ϕ (iv)

مشق 1.6

1. 2 2. 5 3. 50 4. 42
 5. 30 6. 19 7. 25, 35 8. 60

متفرق مشق باب 1 پر

1. $D \subset C, D \subset B, D \subset A, B \subset C, A \subset C, A \subset B$
 2. (i) غلط (ii) غلط (iii) صحیح (iv) غلط (v) غلط (vi) صحیح
 7. غلط 12. ہم $A = \{1, 2\}, B = \{1, 3\}, C = \{2, 3\}$ لے سکتے ہیں
 13. 325 14. 125 15. 52, 30 16. 11

مشق 2.1

1. $x = 2$ اور $y = 1$
 2. $A \times B$ میں عناصر کی تعداد 9 ہے

$$\mathbf{G} \times \mathbf{H} = \{(7, 5), (7, 4), (7, 2), (8, 5), (8, 4), (8, 2)\} \quad .3$$

$$\mathbf{H} \times \mathbf{G} = \{(5, 7), (5, 8), (4, 7), (4, 8), (2, 7), (2, 8)\}$$

$$\mathbf{P} \times \mathbf{Q} = \{(m, n), (m, m), (n, n), (n, m)\} \quad \text{غلط (i)} \quad .4$$

$$y \in \mathbf{B} \text{ اور } x \in \mathbf{A} \quad \text{غلط (ii)} \quad \mathbf{A} \times \mathbf{B} \text{ مرتب جوڑے } (x, y) \text{ کا غیر حالی سیٹ ہے}$$

$$\text{صحیح (iii)}$$

$$\mathbf{A} \times \mathbf{A} = \{(-1, -1), (-1, 1), (1, -1), (1, 1)\} \quad .5$$

$$\mathbf{A} \times \mathbf{A} \times \mathbf{A} = \{(-1, -1, -1), (-1, -1, 1), (-1, 1, -1), (-1, 1, 1), (1, -1, -1), (1, -1, 1), (1, 1, -1), (1, 1, 1)\}$$

$$\mathbf{A} = \{a, b\}, \mathbf{B} = \{x, y\} \quad .6$$

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \{(1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4)\} \quad .8$$

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} \text{ کے } 2^4 = 16 \text{ ماتحت سیٹ ہوں گے۔}$$

$$\mathbf{B} = \{1, 2\} \text{ اور } \mathbf{A} = \{x, y, z\} \quad .9$$

$$\mathbf{A} \times \mathbf{A} \text{ کے باقی ارکان ہیں } \mathbf{A} = \{-1, 0, 1\} \quad .10$$

$$(-1, -1), (-1, 1), (0, -1), (0, 0), (1, -1), (1, 0), (1, 1)$$

مشق 2.2

$$\mathbf{R} = \{(1, 3), (2, 6), (3, 9), (4, 12)\} \quad .1$$

$$\mathbf{R} \text{ کا علاقہ } \{1, 2, 3, 4\}$$

$$\mathbf{R} \text{ کی سمت } \{3, 6, 9, 12\}$$

$$\mathbf{R} \text{ کا ہم علاقہ } \{1, 2, \dots, 14\}$$

$$\mathbf{R} = \{(1, 6), (2, 7), (3, 8)\} \quad .2$$

$$R \text{ کا علاقہ} = \{1, 2, 3\}$$

$$R \text{ کی وسعت} = \{6, 7, 8\}$$

$$R = \{(1, 4), (1, 6), (2, 9), (3, 4), (3, 6), (5, 4), (5, 6)\} \quad .3$$

$$R = \{(x, y) : y = x - 2 \text{ for } x = 5, 6, 7\} \quad (i) \quad .4$$

$$R = \{(5, 3), (6, 4), (7, 5)\} \quad (ii) \quad R \text{ کا علاقہ} = \{5, 6, 7\}, R \text{ کی وسعت} = \{3, 4, 5\} \quad .$$

$$R = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 6), (2, 4), (2, 6), (2, 2), (4, 4), (6, 6)\} \quad (i) \quad .5$$

$$(3, 3), (3, 6)\}$$

$$R \text{ کا علاقہ} = \{1, 2, 3, 4, 6\} \quad (ii)$$

$$R \text{ کی وسعت} = \{1, 2, 3, 4, 6\} \quad (ii)$$

$$R = \{(2, 8), (3, 27), (5, 125), (7, 343)\} \quad .7 \quad R \text{ کا علاقہ} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$R \text{ کی وسعت} = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$A \text{ سے } B \text{ میں رشتوں کی تعداد} = 2^6 \quad .8$$

$$R \text{ کا علاقہ} = Z \quad R \text{ کی وسعت} = Z \quad .9$$

مشق 2.3

$$(i) \text{ ہاں، علاقہ (Domain)} = \{2, 5, 8, 11, 14, 17\}, \text{ وسعت} = \{1\} \quad .1$$

$$(ii) \text{ ہاں، علاقہ (Domain)} = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}, \text{ وسعت} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$(iii) \text{ نہیں۔}$$

$$(i) \text{ علاقہ} = R, \text{ وسعت} = (-\infty, 0] \quad .2$$

$$(ii) \text{ فنکشن کا علاقہ} = \{x : -3 \leq x \leq 3\}$$

$$(iii) \text{ فنکشن کی وسعت} = \{x : 0 \leq x \leq 3\}$$

$$f(-3) = -11 \quad (iii) \quad f(7) = 9 \quad (ii) \quad f(0) = -5 \quad .3$$

$$100 \text{ (iv)} \quad t(-10) = 14 \text{ (iii)} \quad t(28) - \frac{412}{5} \text{ (ii)} \quad t(0) = 32 \text{ (i)} \quad .4$$

$$R = \text{وسعت (iii)} \quad [2, \infty) - \text{وسعت (ii)} \quad (-\infty, 2) = \text{وسعت (i)} \quad .5$$

سبق 2 پر مشتمل متفرق مشق

$$2.1 \quad .2 \quad .3 \quad \text{تفاعل کا علاقہ وہ تمام حقیقی اعداد کا سیٹ ہے جس میں 2 اور 6 شامل نہیں ہیں۔}$$

$$[1, \infty) , \text{وسعت} - [0, \infty) \quad .4$$

$$.5 \quad \text{علاقہ} = R, \text{وسعت} = \text{غیر منفی حقیقی اعداد}$$

$$.6 \quad \text{وسعت} = \text{کوئی بھی مثبت حقیقی مثبت حقیقی عدد } x \text{ تاکہ } 0 \leq x < 1$$

$$.7 \quad (f+g)x = 3x - 2 \quad .8 \quad a = 2, b = -1 \quad .9 \quad \text{(i) نہیں (ii) نہیں (iii) نہیں}$$

$$(f-g)x = -x + 4$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)x = \frac{x+1}{2x-3}, \quad x \neq \frac{3}{2}$$

$$.10 \quad \text{(i) ہاں (ii) نہیں} \quad .11 \quad \text{نہیں} \quad .12 \quad \text{نہیں کی وسعت } \{3, 5, 11, 13\}$$

مشق 3.1

$$\frac{26\pi}{9} \text{ (iv)} \quad \frac{4\pi}{3} \text{ (iii)} \quad \frac{19\pi}{72} \text{ (ii)} \quad \frac{5\pi}{36} \text{ (i)} \quad .1$$

$$210^0 \text{ (iv)} \quad 300^0 \text{ (iii)} \quad -229^0 5' 29'' \text{ (ii)} \quad 39^0 22' 30'' \text{ (i)} \quad .2$$

$$5:4 \quad .6 \quad \frac{20\pi}{3} \quad .5 \quad 12^0 36 \quad .4 \quad 12\pi \quad .3$$

$$\frac{7}{25} \text{ (iii)} \quad \frac{1}{5} \text{ (ii)} \quad \frac{2}{15} \text{ (i)} \quad .7$$

مشق 3.2

$$\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \csc x = \frac{2}{\sqrt{3}}, \sec x = -2, \tan x = \sqrt{3}, \cot x = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad .1$$

$$\operatorname{cosec} x = \frac{5}{3}, \cos x = -\frac{4}{5}, \sec x = -\frac{5}{4}, \tan x = -\frac{3}{4}, \cot x = -\frac{4}{3} \quad .2$$

$$\sin x = -\frac{4}{5}, \operatorname{cosec} x = \frac{5}{4}, \cos x = -\frac{3}{5}, \sec x = -\frac{5}{3}, \tan x = \frac{4}{3} \quad .3$$

$$\sin x = -\frac{12}{13}, \operatorname{cosec} x = \frac{13}{12}, \cos x = \frac{5}{13}, \tan x = -\frac{12}{5}, \cot x = -\frac{5}{12} \quad .4$$

$$\sin x = \frac{5}{13}, \operatorname{cosec} x = \frac{13}{5}, \cos x = -\frac{12}{13}, \sec x = -\frac{13}{12}, \cot x = -\frac{12}{5} \quad .5$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad .9 \quad \sqrt{3} \quad .8 \quad 2 \quad .7 \quad \frac{1}{\sqrt{2}} \quad .6$$

مشق 3.3

$$\sqrt{3} \quad (\text{ii}) \quad \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}} \quad (\text{i}) \quad .5$$

مشق 3.4

$$\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}, 2n\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad .2 \quad \frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, n\pi + \frac{\pi}{3}, n \in \mathbb{Z} \quad .1$$

$$\frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}, n\pi + (-1)^n \frac{7\pi}{6}, n \in \mathbb{Z} \quad .4 \quad \frac{5\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}, n\pi + \frac{5\pi}{6}, n \in \mathbb{Z} \quad .3$$

$$x = n\pi + (-1)^n \frac{7\pi}{6} \text{ or } (2n+1) \frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{Z} \quad .6 \quad x = \frac{n\pi}{3} \text{ or } x = n\pi, n \in \mathbb{Z} \quad .5$$

$$x = n\pi + (-1)^n \frac{7\pi}{6} \text{ or } (2n+1) \frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{Z} \quad .7$$

$$x - \frac{n\pi}{3}, \text{ or } n\pi \pm \frac{\pi}{3}, n \in \mathbb{Z} \quad .9 \quad x - \frac{n\pi}{2}, \text{ or } \frac{n\pi}{2} + \frac{3\pi}{8}, n \in \mathbb{Z} \quad .8$$

متفرق مشق باب 3 پر مشتمل

$$2, \frac{\sqrt{5}}{5}, \frac{2\sqrt{5}}{5} \quad .8$$

$$.9 \quad \frac{\sqrt{6}}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{3}, -\sqrt{2}$$

$$.10 \quad \frac{\sqrt{8+2\sqrt{15}}}{4}, \frac{\sqrt{8-2\sqrt{15}}}{4}, 4+\sqrt{15}$$

مشق 5.1

$$.1 \quad 3 \quad .2 \quad 0 \quad .3 \quad i \quad .4 \quad 14 + 28i$$

$$.5 \quad 2 - 7i \quad .6 \quad -\frac{19}{5} - \frac{21i}{10} \quad .7 \quad \frac{17}{3} + i\frac{5}{3} \quad .8 \quad -4$$

$$.9 \quad -\frac{242}{27} - 26i \quad .10 \quad -\frac{22}{3} - i\frac{107}{27} \quad .11 \quad \frac{4}{25} + i\frac{3}{25}$$

$$.12 \quad \frac{\sqrt{5}}{14} - i\frac{3}{14} \quad .13 \quad i \quad .14 \quad \frac{7\sqrt{2}}{2}i$$

مشق 5.2

$$.1 \quad 2, \frac{-2\pi}{3} \quad .2 \quad 2, \frac{5\pi}{6} \quad .3 \quad \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$$

$$.4 \quad \sqrt{2} \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right) \quad .5 \quad \sqrt{2} \left(\cos \frac{-3\pi}{4} + i \sin \frac{-3\pi}{4} \right)$$

$$.6 \quad 3(\cos \pi + i \sin \pi) \quad .7 \quad 2 \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right) \quad .8 \quad \cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2}$$

مشق 5.3

$$.1 \quad \pm \sqrt{3}i \quad .2 \quad \frac{-1 \pm \sqrt{7}i}{4} \quad .3 \quad \frac{-3 \pm 3\sqrt{3}i}{2}$$

$$.4 \quad \frac{1 \pm \sqrt{7}i}{2} \quad .5 \quad \frac{-3 \pm \sqrt{11}i}{2} \quad .6 \quad \frac{1 \pm \sqrt{7}i}{2}$$

$$.7 \quad \frac{-1 \pm \sqrt{7}i}{2\sqrt{2}} \quad .8 \quad \frac{\sqrt{2} \pm \sqrt{34}i}{2\sqrt{3}} \quad .9 \quad \frac{-1 \pm \sqrt{(4-\sqrt{2})}i}{2}$$

$$.10 \quad \frac{-1 \pm \sqrt{7}i}{2\sqrt{2}}$$

متفرق مشق باب 5 پر مشتمل

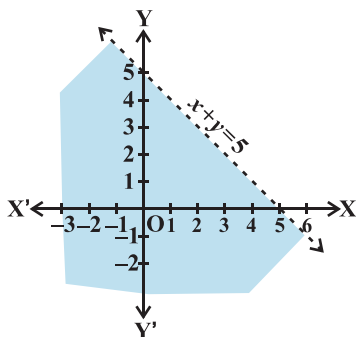
1. $2 - 2i$ 3. $\frac{307+599i}{442}$
5. $\sqrt{2} \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right)$ (i) $\sqrt{2} \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right)$ (ii)
6. $\frac{2}{3} \pm \frac{4}{3}i$ 7. $1 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}i$ 8. $\frac{5}{27} \pm \frac{\sqrt{2}}{27}i$ 9. $\frac{14}{21} \pm \frac{\sqrt{14}}{21}i$
10. $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ 11. $\frac{-2}{5}$ (i) 12. 0 (ii) 13. $\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{3\pi}{4}$
14. $x = 3, y = -3$ 15. 2 17. 1 18. 0 20. 4

مشق 6.1

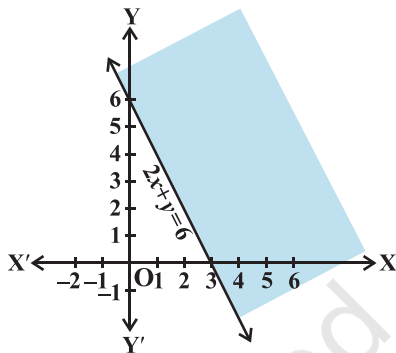
1. $\{1, 2, 3, 4\}$ (i) $\{\dots - 3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$ (ii)
2. کوئی حل نہیں ہے۔ (i) $\{\dots - 4, -3\}$ (ii)
3. $\{\dots - 2, -1, 0, 1\}$ (i) $(-\infty, 2)$ (ii)
4. $\{-1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$ (i) $(-2, \infty)$ (ii)
5. $(-2, \infty)$ 6. $(-\infty, -3)$ 7. $(-\infty, -3]$ 8. $(-\infty, 4]$
9. $(-\infty, 6)$ 10. $(-\infty, -6)$ 11. $(-\infty, 2]$ 12. $(-\infty, 120]$
13. $(4, \infty)$ 14. $(-\infty, 2]$ 15. $(4, \infty)$ 16. $(-\infty, 2]$
17. $x < 3$ 18. $x \geq -1$ 19. $x > -1$ 20. $x < -\frac{2}{7}$
21. 35 یا 35 سے زیادہ 22. 82 یا 82 سے زیادہ
23. $(5, 9), (5, 7)$ 24. $(10, 12), (8, 10), (6, 8)$
25. 9 سینٹی میٹر 26. 8 یا 8 سے زیادہ لیکن 22 سے کم

مشق 6.2

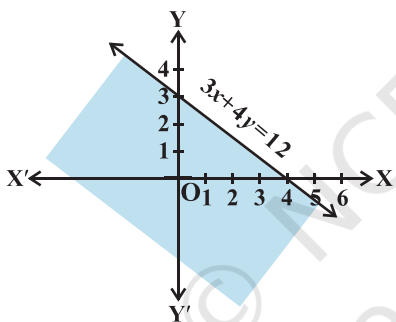
1.



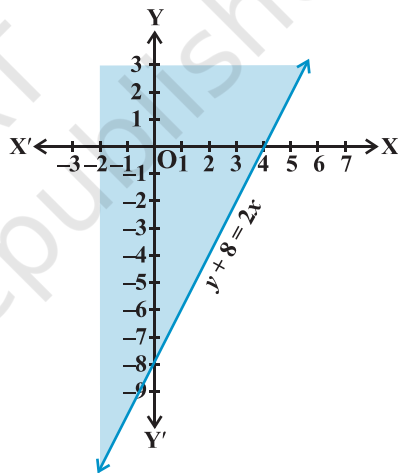
2.



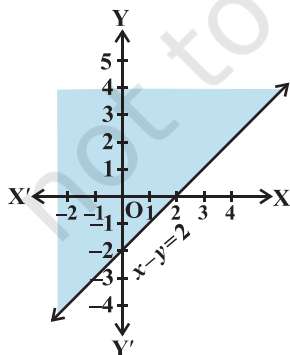
3.



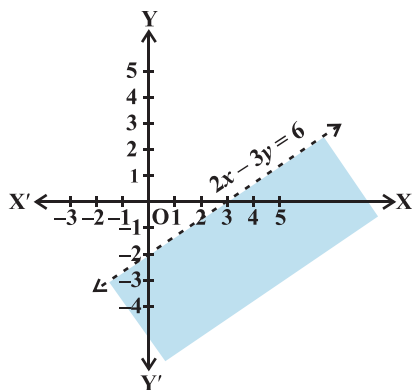
4.



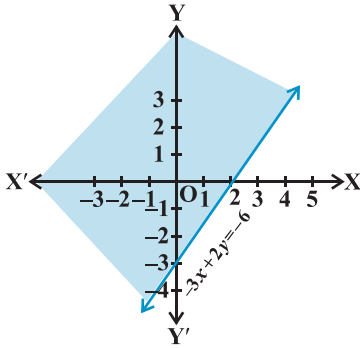
5.



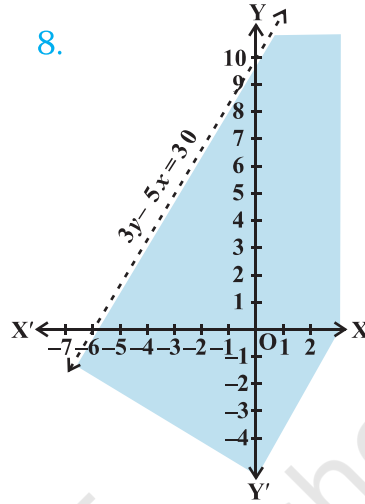
6.



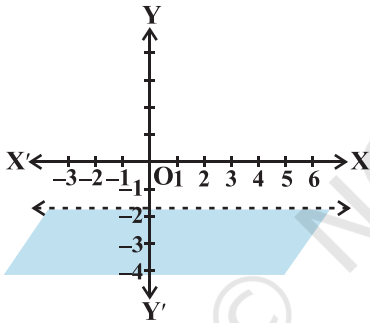
7.



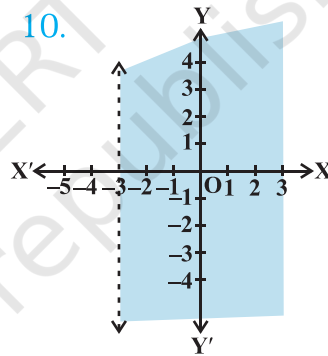
8.



9.

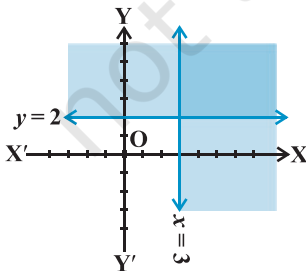


10.

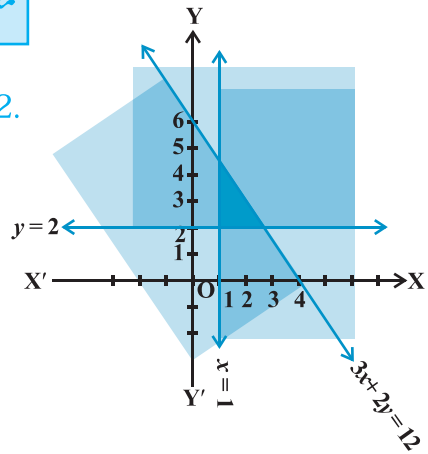


مشق 6.3

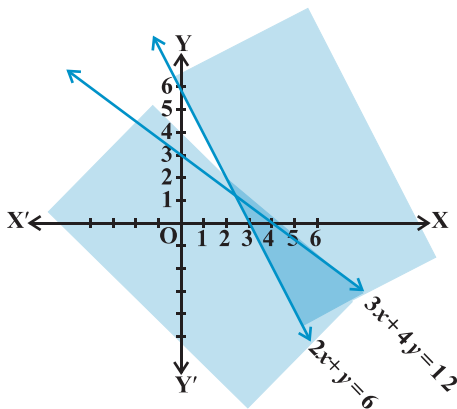
1.



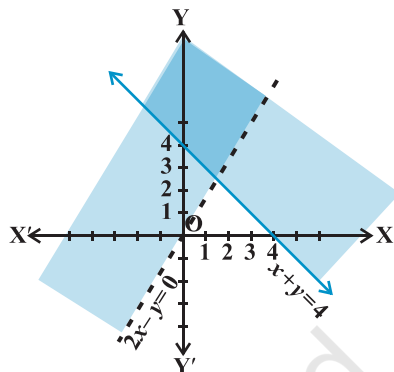
2.



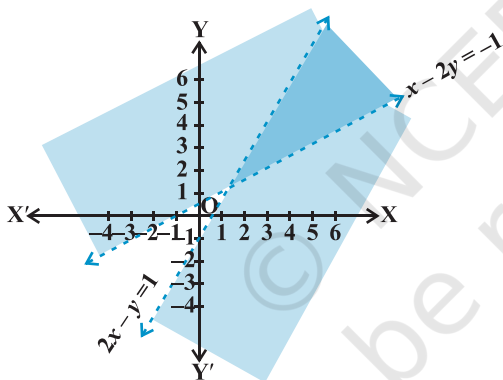
3.



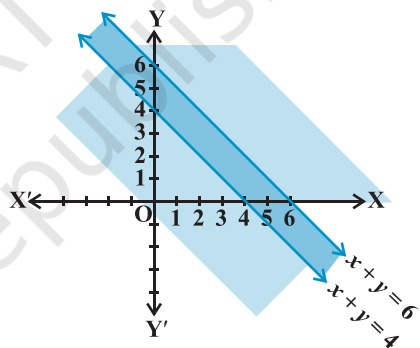
4.



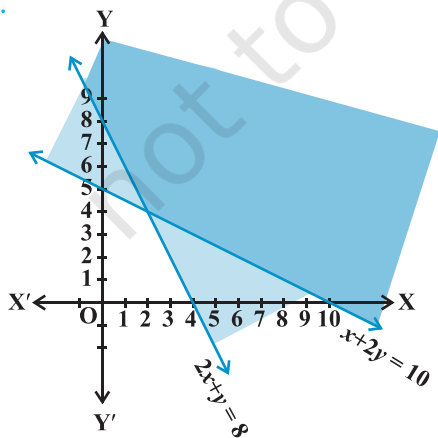
5.



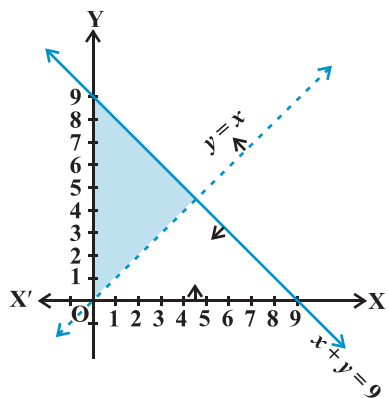
6.



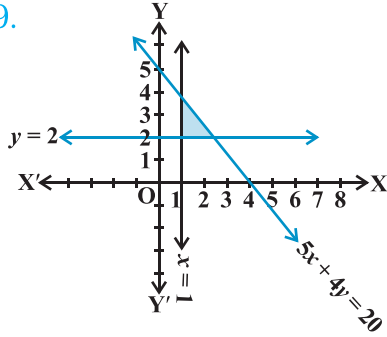
7.



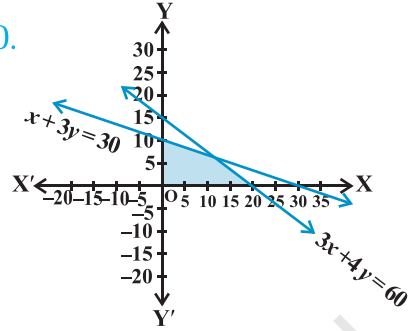
8.



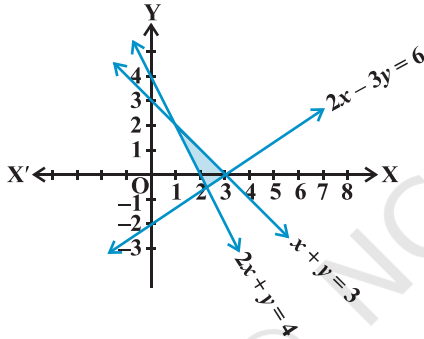
9.



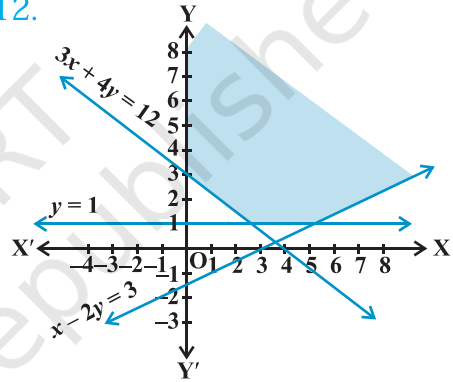
10.



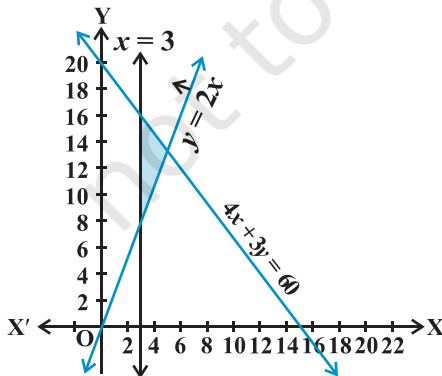
11.



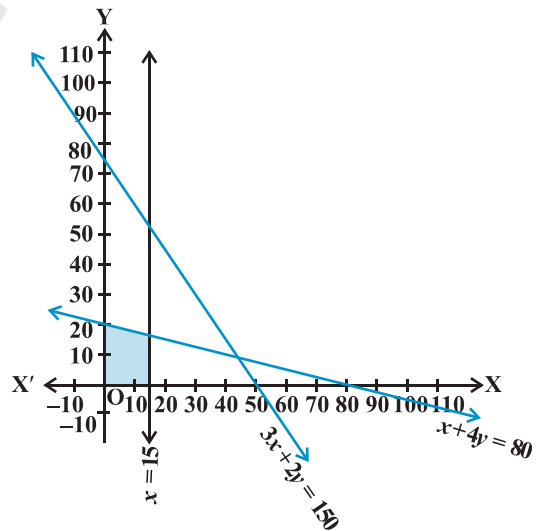
12.



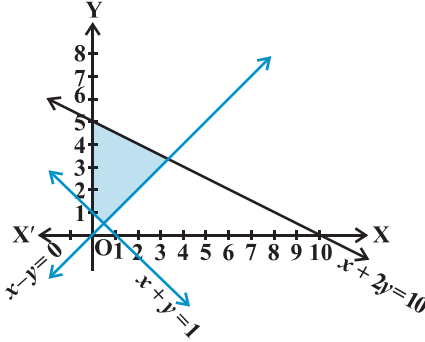
13.



14.



15.



باب 6 پر مشتمل متفرق مشق

1. $[2, 3]$ 2. $(0, 1]$ 3. $[-4, 2]$ 4. $(-23, 2)$

5. $\left[-\frac{80}{3}, -\frac{10}{3}\right]$ 6. $\left[1, \frac{11}{3}\right]$

7. $(-5, 5)$ 8. $(-1, 7)$ 9. $(5, \infty)$ 10. $[-7, 11]$

11. $[-7, 11]$ 12. $(-5, 5)$ 13. $(-1, 7)$ 14. $(5, \infty)$

15. $[-7, 11]$ 16. $(-5, 5)$ 17. $(-1, 7)$ 18. $(5, \infty)$

19. $[-7, 11]$ 20. $(-5, 5)$ 21. $(-1, 7)$ 22. $(5, \infty)$

23. 20°C اور 25°C کے درمیان

24. 320 لیٹر سے زیادہ لیکن 1280 لیٹر سے کم

25. 562.5 لیٹر سے زیادہ لیکن 900 لیٹر سے کم

26. کم سے کم 9.6 لیکن 16.8 سے زیادہ

مشق: 7.1

1. (i) 125, (ii) 60 2. 108 3. 5040 4. 336

5. 8 6. 20

مشق 7.2

1. 40320(i)، 18(ii)، 30، نہیں 3. 28 4. 64
5. 30(i)، 15120(ii)

مشق 7.3

1. 504 2. 4536 3. 60 4. 48، 120
5. 56 6. 9 7. 3(i)، 4(ii)، 40320 8.
9. 360(i)، 720(ii)، 240(iii)، 33810 10.
11. 1814400(i)، 2419200(ii)، 25401600(iii)

مشق 7.4

1. 45 2. 5(i)، 6(ii) 3. 210 4. 40
5. 2000 6. 778320 7. 3960 8. 200

سبق 7 پر مشتمل متفرق مشق

1. 3600 2. 1440 3. 504(i)، 588(ii)، 1632(iii)
4. 907200 5. 120 6. 50400 7. 420
8. ${}^4C_1 \times {}^{48}C_4$ 9. 2880 10. ${}^{22}C_7 \times {}^{22}C_{10}$ 11. 151200

مشق 8.1

1. $1 - 10x + 40x^2 - 80x^3 + 80x^4 - 32x^5$
2. $\frac{32}{x^5} - \frac{40}{x^3} + \frac{20}{x} - 5x + \frac{5}{8}x^3 - \frac{x^5}{32}$
3. $64x^6 - 576x^5 + 2160x^4 - 4320x^3 + 4860x^2 - 2916x + 729$

$$\frac{x^5}{243} + \frac{5x^2}{81} + \frac{10}{27}x + \frac{10}{9x} + \frac{5}{3x^3} + \frac{1}{x^5} \quad .4$$

$$x^6 + 6x^4 + 15x^2 + 20 + \frac{15}{x^2} + \frac{6}{x^4} + \frac{1}{x^6} \quad .5$$

$$104060401 \quad .8$$

$$11040808032 \quad .7$$

$$884736 \quad .6$$

$$8(a^3b + ab^3); 40\sqrt{6} \quad .11$$

$$(1.1)^{10000} > 1000 \quad .10$$

$$9509900499 \quad .9$$

$$2(x^6 + 15x^4 + 15x^2 + 1), 198 \quad .12$$

مشق 8.2

$$(-1)^r {}^6C_r \cdot x^{12-2r} \cdot y^r \quad .3$$

$$-101376 \quad .2$$

$$1512 \quad .1$$

$$18564 \quad .6$$

$$-1760 x^9 y^3 \quad .5 \quad (-1)^r {}^{12}C_r \cdot x^{24-r} \cdot y^r \quad .4$$

$$n = 7; r = 3 \quad .10$$

$$61236 x^5 y^5 \quad .8$$

$$\frac{-105}{8} x^9; \frac{35}{48} x^{12} \quad .7$$

$$m = 4 \quad .12$$

سبق 8 پر مشتمل متفرق مشق

$$a = \frac{9}{7} \quad .3$$

$$n = 7, 14 \quad .2$$

$$a = 3; b = 5; n = 6 \quad .1$$

$$2a^8 + 12a^6 - 10a^4 - 4a^2 + 2 \quad .6$$

$$396\sqrt{6} \quad .5$$

$$n = 10 \quad .8$$

$$0.9510 \quad .7$$

$$\frac{16}{x} + \frac{8}{x^2} - \frac{32}{x^3} + \frac{16}{x^4} - 4x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{2} + \frac{x^4}{16} - 5 \quad .9$$

$$27x^6 - 54ax^5 + 117a^2x^4 - 116a^3x^3 + 117a^4x^2 - 54a^5x + 27a^6 \quad .10$$

مشق 9.1

$$32, 16, 8, 4, 2 \quad .3$$

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6} \quad .2$$

$$3, 8, 15, 24, 35 \quad .1$$

25, -125, 625, -3125, 15625 .5 $\frac{7}{6}$ اور $\frac{5}{6}$ ، $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{6}$ ، $-\frac{1}{6}$.4

$\frac{49}{128}$.8 65, 93 .7 $\frac{75}{2}$ اور 21، $\frac{21}{2}$ ، $\frac{9}{2}$ ، $\frac{3}{2}$.6

$\frac{360}{23}$.10 729 .9

3, 11, 35, 107, 323; $3+11+35+107+323+$.11

$-1, \frac{-1}{2}, \frac{-1}{6}, \frac{-1}{24}, \frac{-1}{120}; -1 + \left(\frac{-1}{2}\right) + \left(\frac{-1}{6}\right) + \left(\frac{-1}{24}\right) + \left(\frac{-1}{120}\right) + \dots$.12

$\frac{8}{5}$ اور $\frac{5}{3}$ ، $\frac{3}{2}$ ، 2، 1 .14 2, 2, 1, 0, -1; $2+2+1+0+(-1)+\dots$.13

مشق 9.2

4 .6 20 یا 5 .4 98450 .2 1002001 .1

0 .10 $\frac{179}{321}$.9 $2q$.8 $\frac{n}{2}(5n+7)$.7

1 .15 23 اور 20، 17، 14، 11 .14 27 .13

9 .18 245 روپے .17 14 .16

مشق 9.3

-2187 .4 3072 .2 $\frac{5}{2^{20}}$ ، $\frac{5}{2^n}$.1

$\frac{1}{6}[1-(0.1)^{20}]$.7 ± 1 .6 (c) 9^{th} ، (b) 12^{th} ، (a) 13^{th} .5

$\frac{x^3(1-x^{2n})}{1-x^2}$.10 $\frac{[1-(-a)^n]}{1+a}$.9 $\frac{\sqrt{7}}{2}(\sqrt{3}+1)\left(3^{\frac{n}{2}}-1\right)$.8

$\frac{2}{5}$ ، 1، $\frac{5}{2}$ یا $\frac{5}{2}$ ، 1، $\frac{2}{5}$ ارکان ہیں؛ $\frac{2}{5}$ یا $r = \frac{5}{2}$.12 $22 + \frac{3}{2}(3^{11}-1)$.11

2059 .15 $\frac{16}{7}; 2; \frac{16}{7}(2^n-1)$.14 4 .13

16. 496 **.20** rR **.21** $3, -6, 12, -24$ **.26** 9 اور 27
.27 $n = \frac{1}{2}$ **.30** $120, 480, 30(2^n)$ **.31** $500(1.1)^{10}$ روپے
.32 $x^2 - 16x + 25 = 0$

مشق 9.4

- .1** $\frac{n}{3}(n+1)(n+2)$ **.2** $\frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$
.3 $\frac{n}{6}(n+1)(3n^2 + 5n + 1)$ **.4** $\frac{n}{n+1}$ 2840 **.5**
.6 $3n(n+1)(n+3)$ **.7** $\frac{n(n+1)^2(n+2)}{12}$
.8 $\frac{n(n+1)}{12}(3n^2 + 23n + 34)$ **.9** $\frac{n}{6}(n+1)(2n+1) + 2(2^n - 1)$ **.10** $\frac{n}{3}(2n+1)(2n-1)$

سبق 9 پر مشتمل متفرق مشق

- .2** 5, 8, 11 **.4** 8729 **.5** 3050 **.6** 1210
.7 160; 6 8 4 **.9** ± 3 **.10** 8, 16, 32 **.11** 4 **.12** 11
.21 (i) $\frac{50}{81}(10^n - 1) - \frac{5n}{9}$ (ii) $\frac{2n}{3} - \frac{2}{27}(1 - 10^{-n})$ **.22** 1680
.23 $\frac{n}{3}(n^2 + 3n + 5)$ **.25** $\frac{n}{24}(2n^2 + 9n + 13)$
.27 16680 روپے **.28** 39100 روپے **.29** 43690 روپے
.30 20,000؛ 17000 روپے **.31** 5120 روپے **.32** 25 دن

مشق 10.1

1. $\frac{121}{2}$ مربع اکائی
2. $(\sqrt{3}a, 0)$ اور $(0, -a)$ ، $(0, a)$ یا $(-\sqrt{3}a, 0)$ اور $(0, -a)$ ، $(0, a)$
3. $|x_2 - x_1|$ (ii) ، $|y_2 - y_1|$ (i)
4. $\left(\frac{15}{2}, 0\right)$
5. $-\frac{1}{2}$
6. 135°
7. $-\sqrt{3}$
8. $x = 1$
9. 104.5° کروڑ
10. $\frac{1}{2}$ اور 1 یا 1 اور $\frac{1}{2}$ یا -1 اور -2 یا $-\frac{1}{2}$ اور -1
11. 104.5° کروڑ

مشق 10.2

1. $x = 0$ اور $y = 0$
2. $x - 2y + 10 = 0$
3. $y = mx$
4. $(\sqrt{3} + 1)x - (\sqrt{3} - 1)y = 4(\sqrt{3} - 1)$
5. $2x + y + 6 = 0$
6. $x - \sqrt{3}y + 2\sqrt{3} = 0$
7. $5x + 3y + 2 = 0$
8. $\sqrt{3}x + y = 10$
9. $3x - 4y + 8 = 0$
10. $5x - y + 20 = 0$
11. $(1 + n)x + 3(1 + n)y = n + 11$
12. $x + y = 5$
13. $2x + y - 6 = 0$ ، $x + 2y - 6 = 0$
14. $\sqrt{3}x + y + 2 = 0$ اور $\sqrt{3}x + y - 2 = 0$
15. $2x - 9y + 85 = 0$
16. $L = \frac{192}{90}(C - 20) + 124.942$
17. 1340 لیٹر
18. $2kx + hy = 3kh$
19. $2kx + hy = 3kh$

مشق 10.3

1. $y = -\frac{1}{7}x + 0, -\frac{1}{7}, 0$ (i) $y = -2x + \frac{5}{3}, -2, \frac{5}{3}$ (ii) $y = 0x + 0, 0, 0$ (iii)
2. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-2} = 1, \frac{3}{2}, -2$ (ii) $\frac{x}{4} + \frac{y}{6} = 1, 4, 6$ (i)

(iii) $y = -\frac{2}{3}$ intercept کے ساتھ y -axis اور x -axis کے ساتھ کوئی intercept نہیں ہے۔

3. (i) $x \cos 120^\circ + y \sin 120^\circ = 4$, $4, 120^\circ$ (ii) $x \cos 90^\circ + y \sin 90^\circ = 2$, $2, 90^\circ$

4. 5 اکائیاں (iii) $x \cos 315^\circ + y \sin 315^\circ = 2\sqrt{2}$, $2\sqrt{2}, 315^\circ$

5. $(-2, 0)$ اور $(8, 0)$ 6. (i) $\frac{65}{17}$ اکائیاں، (ii) $\frac{1}{\sqrt{2}} \left| \frac{p+r}{l} \right|$ اکائیاں

7. $3x - 4y + 18 = 0$ 8. $y + 7x = 21$ 9. 30° اور 150°

10. $\frac{22}{9}$

12. $(\sqrt{3} - 2)x + (1 + 2\sqrt{3})y = -1 + 8\sqrt{3}$ یا $(\sqrt{3} + 2)x + (2\sqrt{3} - 1)y = 8\sqrt{3} + 1$

13. $2x + y = 5$ 14. $\left(\frac{68}{25}, -\frac{49}{25} \right)$ 15. $m = \frac{1}{2}, c = \frac{5}{2}$

17. $y - x = 1, \sqrt{2}$

سبق 10 پر مشتمل متفرق مشق

2. $\frac{7\pi}{6}, 1$

1. (a) 3، (b) ± 2 ، (c) $1\frac{1}{2}$

4. $\left(0, -\frac{8}{3} \right), \left(0, \frac{32}{3} \right)$

3. $2x - 3y = 6, -3x + 2y = 6$

7. $2x - 3y + 18 = 0$

6. $x = -\frac{5}{22}$

5. $\frac{|\sin(\phi - \theta)|}{2 \left| \sin \frac{\phi - \theta}{2} \right|}$

11. $x + 3y = 9, 3x - y = 7$

9. 5

8. k^2 مربع اکائیاں

15. $\frac{23\sqrt{5}}{18}$ اکائیاں

14. 1 : 2

12. $13x + 13y = 6$

16. خط x -axis کے متوازی ہے یا y -axis کے متوازی ہے۔

19. $\frac{1 \pm 5\sqrt{2}}{7}$

18. $(-1, -4)$

17. $y = 1, x = 1$

$$119x + 102y = 205 \quad .24$$

$$\left(\frac{13}{5}, 0\right) \quad .22$$

$$18x + 12y + 11 = 0 \quad .21$$

مشق 11.1

$$x^2 + y^2 + 4x - 6y - 3 = 0 \quad .2$$

$$x^2 + y^2 - 4y = 0 \quad .1$$

$$x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0 \quad .4$$

$$36x^2 + 36y^2 - 36x - 18y + 11 = 0 \quad .3$$

$$C(-5, 3), r = 6 \quad .6$$

$$x^2 + y^2 + 2ax + 2by + 2b^2 = 0 \quad .5$$

$$C\left(\frac{1}{4}, 0\right); r = \frac{1}{4} \quad .9$$

$$C(4, -5), r = \sqrt{53} \quad .8$$

$$c(2, 4), r = \sqrt{65} \quad .7$$

$$x^2 + y^2 - 7x + 5y - 14 = 0 \quad .11$$

$$x^2 + y^2 - 6x - 8y + 15 = 0 \quad .10$$

$$x^2 + y^2 - 12x + 11 = 0 \quad \text{اور} \quad x^2 + y^2 + 4x - 21 = 0 \quad .12$$

$$x^2 + y^2 - 4x - 4y = 5 \quad .14$$

$$x^2 + y^2 - ax - by = 0 \quad .13$$

.15 دائرہ کے اندر؛ کیونکہ نقطہ کا فاصلہ دائرہ کے مرکز تک دائرہ کے نصف قطر سے کم ہے۔

مشق 11.2

$$12 = \text{Latusrectum} \quad -3 = x(\text{directrix}) \quad \text{axis-x-axis} \quad F(3, 0) \quad .1$$

$$6 = \text{Latusrectum} \quad -\frac{3}{2} = x(\text{directrix}) \quad \text{axis-x-axis} \quad F\left(\frac{3}{2}, 0\right) \quad .2$$

$$8 = \text{Latusrectum} \quad L = x(\text{directrix}) \quad \text{axis-x-axis} \quad F(-2, 0) \quad .3$$

$$16 = \text{Latusrectum} \quad 4 = y(\text{directrix}) \quad \text{axis-x-axis} \quad F(0, -4) \quad .4$$

$$10 = \text{Latusrectum} \quad -\frac{5}{2} = x(\text{directrix}) \quad \text{axis-x-axis} \quad F\left(\frac{5}{2}, 0\right) \quad .5$$

$$10 = \text{Latusrectum} \quad -\frac{5}{2} = x(\text{directrix}) \quad \text{axis-x-axis} \quad F\left(\frac{5}{2}, 0\right) \quad .5$$

$$9 = \text{Latus rectum} \quad \frac{9}{4} = y(\text{directrix}) \quad \text{axis-y-axis} \quad F\left(0, -\frac{9}{4}\right) \quad .6$$

$$y^2 = 12x.9$$

$$x^2 = -12y.8$$

$$y^2 = 24x \quad .7$$

$$2x^2 = 25y \quad .12$$

$$2y^2 = 9x \quad .11$$

$$y^2 = -8x \quad .10$$

مشق 11.3

$$e = \frac{\sqrt{20}}{6} \quad 8 = (\text{Minor axis}) \text{ اصغر محور} ; 12 = (\text{Major axis}) \text{ اکبر محور} ; V(\pm 6, 0) ; F(\pm \sqrt{20}, 0) \quad .1$$

$$\text{Latus rectum} = \frac{16}{3}$$

$$e = \frac{\sqrt{21}}{6} \quad 4 = (\text{Minor axis}) \text{ اصغر محور} ; 10 = (\text{Major axis}) \text{ اکبر محور} ; V(0, \pm 5) ; F(0, \pm \sqrt{21}) \quad .2$$

$$\text{Latus rectum} = \frac{8}{5}$$

$$e = \frac{\sqrt{7}}{4} \quad 6 = (\text{Minor axis}) \text{ اصغر محور} ; 8 = (\text{Major axis}) \text{ اکبر محور} ; V(\pm 4, 0) ; F(\pm \sqrt{7}, 0) \quad .3$$

$$\text{Latus rectum} = \frac{9}{2}$$

$$\text{Latus rectum} = 5 ; e = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad 10 = (\text{Minor axis}) \text{ اصغر محور} ; 20 = (\text{Major axis}) \text{ اکبر محور} ; V(0, \pm 10) ; F(0, \pm \sqrt{75}) \quad .4$$

$$\text{Latus rectum} = \frac{22}{7} ; e = \frac{\sqrt{13}}{7} \quad 12 = (\text{Minor axis}) \text{ اصغر محور} ; 14 = (\text{Major axis}) \text{ اکبر محور} ; V(\pm 7, 0) ; F(\pm \sqrt{13}, 0) \quad .5$$

$$\text{Latus rectum} = 10 ; e = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad 20 = (\text{Minor axis}) \text{ اصغر محور} ; 40 = (\text{Major axis}) \text{ اکبر محور} ; V(0, \pm 20) ; F(0, \pm 10\sqrt{3}) \quad .6$$

$$\text{Latus rectum} = \frac{4}{3} ; e = \frac{2\sqrt{2}}{3} \quad 4 = (\text{Minor axis}) \text{ اصغر محور} ; 12 = (\text{Major axis}) \text{ اکبر محور} ; V(0, \pm 6) ; F(0, \pm 4\sqrt{2}) \quad .7$$

$$\text{Latus rectum} = \frac{1}{2} ; e = \frac{\sqrt{15}}{4} \quad 2 = (\text{Minor axis}) \text{ اصغر محور} ; 8 = (\text{Major axis}) \text{ اکبر محور} ; V(0, \pm 4) ; F(0, \pm \sqrt{15}) \quad .8$$

$$\text{Latus rectum} = \frac{8}{3} ; e = \frac{\sqrt{5}}{3} \quad 4 = (\text{Minor axis}) \text{ اصغر محور} ; 6 = (\text{Major axis}) \text{ اکبر محور} ; V(\pm 3, 0) ; F(\pm \sqrt{5}, 0) \quad .9$$

$$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1 \quad .12$$

$$\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{169} = 1 \quad .11$$

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1 \quad .10$$

$$\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{144} = 1 \quad .15$$

$$\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{5} = 1 \quad .14$$

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1 \quad .13$$

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1 \quad .18$$

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1 \quad .17$$

$$\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{100} = 1 \quad .16$$

$$\frac{x^2}{52} + \frac{y^2}{13} = 1 \quad \text{یا} \quad x^2 + 4y^2 = 52 \quad .20$$

$$\frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{40} = 1 \quad .19$$

مشق 11.4

1. Foci $(\pm 5, 0)$ (ماسکات)، راس $(\pm 4, 0)$ ؛ $e = \frac{5}{4}$ ؛ $\text{Latus rectum} = \frac{9}{2}$

2. Foci $(0, \pm 6)$ ، راس $(0, \pm 3)$ ؛ $e = 2$ ؛ $\text{Latus rectum} = 18$

3. Foci $(0, \pm \sqrt{13})$ ، راس $(0, \pm 2)$ ؛ $e = \frac{\sqrt{13}}{2}$ ؛ $\text{Latus rectum} = 9$

4. Foci $(\pm 10, 0)$ ، راس $(\pm 6, 0)$ ؛ $e = \frac{5}{3}$ ؛ $\text{Latus rectum} = \frac{64}{3}$

5. Foci $(0, \pm \frac{2\sqrt{14}}{\sqrt{5}})$ ، راس $(0, \pm \frac{6}{\sqrt{5}})$ ؛ $e = \frac{\sqrt{14}}{3}$ ؛ $\text{Latus rectum} = \frac{4\sqrt{5}}{3}$

6. Foci $(0, \pm \sqrt{65})$ ، راس $(0, \pm 4)$ ؛ $e = \frac{\sqrt{65}}{4}$ ؛ $\text{Latus rectum} = \frac{49}{2}$

$$\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1 \quad .9$$

$$\frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{39} = 1 \quad .8$$

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1 \quad .7$$

$$\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{20} = 1 \quad .12$$

$$\frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{144} = 1 \quad .11$$

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1 \quad .10$$

$$\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{5} = 1 \quad .15$$

$$\frac{x^2}{49} - \frac{9y^2}{343} = 1 \quad .14$$

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1 \quad .13$$

باب 11 پر مشتمل متفرق مشق

1. دیئے ہوئے قطر کے درمیانی نقطے پر ماسکہ (Focus) واقع ہے۔

4. 1.56 m (تقریباً)

3. 9.11 m (تقریباً)

2. 2.23 m (تقریباً)

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1 \quad .7$$

18. مربع اکائیاں

$$\frac{x^2}{81} + \frac{y^2}{9} = 1 \quad .5$$

$$8\sqrt{3}a \quad .8$$

مشق 12.1

1. y اور z مختص 'صفر' ہیں y مختص 'صفر' ہے

3. VII, III, II, VI, V, VIII, IV, I

4. (i) $-xy$ متوی (ii) $(x, y, 0)$ (iii) 8 علاقے

مشق 12.2

1. (i) $2\sqrt{5}$ (ii) $\sqrt{43}$ (iii) $2\sqrt{26}$ (iv) $2\sqrt{5}$

$$9x^2 + 25y^2 + 25z^2 - 225 = 0 \quad .5 \quad x - 2z = 0 \quad .4$$

مشق 12.3

1. (i) $\left(\frac{-4}{5}, \frac{1}{5}, \frac{27}{5}\right)$ (ii) $(-8, 17, 3)$ 2. 1:2

3. 2:3 (8, -10, 2), (6, -4, -2).5

باب 12 پر مشتمل متفرق مشق

1. (1, -2, 8) 2. $7\sqrt{34}, 7$

3. $c = 2, b = -\frac{16}{3}, a = -2$ 4. $(0, -6, 0)$ اور $(0, 2, 0)$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 7y + 2z = \frac{k^2 - 109}{2} \quad .6 \quad (4, -2, 6) \quad .5$$

مشق 13.1

1. 6 2. $\left(\pi - \frac{22}{7}\right)$ 3. π 4. $\frac{19}{2}$

$$\frac{108}{7} \quad .8 \quad \frac{11}{4} \quad .7 \quad 5 \quad .6 \quad -\frac{1}{2} \quad .5$$

$$-\frac{1}{4} \quad .12 \quad 1 \quad .11 \quad 2 \quad .10 \quad b \quad .9$$

$$.16 \quad \frac{1}{\pi} \quad .15 \quad .14 \quad \frac{a}{b} \quad .13$$

$$1 \quad .20 \quad 0 \quad .19 \quad \frac{a+1}{b} \quad .18 \quad 4 \quad .17$$

$$3,6 \quad .23 \quad 2 \quad .22 \quad 0 \quad .21$$

$$.24 \quad \text{Limit پر } x=1 \text{ (انتہائی) موجود نہیں ہے}$$

$$.25 \quad \text{Limit پر } x=0 \text{ موجود نہیں ہے} \quad .26 \quad \text{Limit پر } x=0 \text{ موجود نہیں ہے}$$

$$.27 \quad 0 \quad .28 \quad a=0, b=4$$

$$.29 \quad \lim_{x \rightarrow a} f(x) = (a-a_1)(a-a_2)\dots(a-a_n) \text{ اور } \lim_{x \rightarrow a_1} f(x) = 0$$

$$.30 \quad \lim_{x \rightarrow a} f(x) \text{ کے لیے } a \neq 0 \text{ موجود ہیں} \quad .31 \quad 2$$

$$.32 \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \text{ کے وجود میں آنے کے لیے ہمیں ضرورت ہے } m=n \text{ کی } m \text{ اور } n \text{ کی کسی بھی صحیح عددی قدر کے لیے}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) \text{ وجود میں ہے: } m \text{ اور } n \text{ کی کسی بھی صحیح عددی قدر کے لیے}$$

مشق 13.2

$$.1 \quad 20 \quad .2 \quad 99 \quad .3 \quad 1$$

$$.4 \quad 3x^2 \text{ (i)} \quad 2x-3 \text{ (ii)} \quad \frac{-2}{x^3} \text{ (iii)} \quad \frac{-2}{(x-1)^2} \text{ (iv)}$$

$$.6 \quad nx^{n-1} + a(n-1)x^{n-2} + a^2(n-2)x^{n-3} + \dots + a^{n-1}$$

$$.7 \quad 2x-a-b \text{ (i)} \quad 4ax(ax^2+b) \text{ (ii)} \quad \frac{a-b}{(x-b)^2} \text{ (iii)}$$

$$\frac{nx^n - anx^{n-1} - x^n + a^n}{(x-a)^2} \quad .8$$

$$15x^4 + \frac{24}{x^5} \quad (iv) \quad \frac{-3}{x^4}(5+2x) \quad (iii) \quad 20x^3 - 15x^2 + 6x - 4 \quad (ii) \quad 2 \quad (i) \quad .9$$

$$-\sin x \quad .10 \quad \frac{-2}{(x+1)^2} - \frac{x(3x-2)}{(3x-1)^2} \quad (vi) \quad \frac{-12}{x^5} + \frac{36}{x^{10}} \quad (v)$$

$$\sec x \tan x \quad (ii) \quad \cos 2x \quad (i) \quad .11$$

$$-\operatorname{cosec} x \cot x \quad (iv) \quad 5 \sec x \tan x - 4 \sin x \quad (iii)$$

$$5 \cos x + 6 \sin x \quad (vi) \quad -3 \operatorname{cosec}^2 x - 5 \operatorname{cosec} x \cot x \quad (v)$$

$$2 \sec^2 x - 7 \sec x \tan x \quad (vii)$$

باب 13 پر مشتمل متفرق مشق

$$1 \quad .2 \quad -\sin\left(x - \frac{\pi}{8}\right) \quad (iv) \quad \cos(x+1) \quad (iii) \quad \frac{1}{x^2} \quad (ii) \quad -1 \quad (i) \quad .1$$

$$2c(ax+b)(cx+d) + a(cx+d)^2 \quad .4 \quad \frac{-qr}{x^2} + ps \quad .3$$

$$\frac{-(2ax+b)}{(ax^2+bx+c)^2} \quad .7 \quad \frac{-2}{(x-1)^2}, x \neq 0,1 \quad .6 \quad \frac{ad-bc}{(cx+d)^2} \quad .5$$

$$\frac{-4a}{x^5} + \frac{2b}{x^3} - \sin x \quad .10 \quad \frac{apx^2 + 2bpx + bq - ar}{(ax+b)^2} \quad .9 \quad \frac{-apx^2 - 2bpx + ar - bq}{(px^2 + 2x + r)^2} \quad .8$$

$$na(ax+b)^{n-1} \quad .12 \quad \frac{2}{\sqrt{x}} \quad .11$$

$$\cos(x+a) \quad .14 \quad (ax+b)^{n-1}(cx+d)^{m-1} [mc(ax+b) + na(cx+d)] \quad .13$$

$$\frac{-1}{1+\sin x} \quad .16 \quad -\operatorname{cosec}^3 x - \operatorname{cosec} x \cot^2 \quad .15$$

$$n \sin^{n-1} x \cos x \quad .19 \quad \frac{2 \sec x \tan x}{(\sec x + 1)^2} \quad .18 \quad \frac{-2}{(\sin x - \cos x)^2} \quad .17$$

$$\frac{\cos \alpha}{\cos^2 x} \cdot 21 \frac{bc \cos x + ad \sin x + bd}{(c + d \cos x)^2} \quad .20$$

$$x^3 (5x \cos x + 3x \sin x + 20 \sin x - 12 \cos x) \quad .22$$

$$-x^2 \sin x - \sin x + 2x \cos x \quad .23$$

$$-q \sin x (ax^2 + \sin x) + (p + q \cos x)(2a x + \cos x) \quad .24$$

$$-\tan^2 x (x + \cos x) + (x - \tan x)(1 - \sin x) \quad .25$$

$$\frac{35 + 15x \cos x + 28 \cos x + 28x \sin x - 15 \sin x}{(3x + 7 \cos x)^2} \quad .26$$

$$\frac{1 + \tan x - x \sec^2 x}{(1 + \tan x)^2} \quad .28 \quad \frac{x \cos \frac{\pi}{4} (2 \sin x - x \cos x)}{\sin^2 x} \quad .27$$

$$(x + \sec x)(1 - \sec^2 x) + (x - \tan x) \cdot (1 + \sec x \tan x) \quad .29$$

$$\frac{\sin x - n x \cos x}{\sin^{n+1} x} \quad .30$$

مشق 14.1

1. (i) یہ جملہ ہمیشہ غلط ہے کیونکہ ایک مہینہ میں زیادہ سے زیادہ 31 دن ہوتے ہیں۔ اس لئے یہ ایک بیان ہے۔
- (ii) یہ ایک بیان نہیں ہے کیونکہ کچھ لوگوں کے لئے ریاضی آسان ہو سکتا ہے اور کچھ دوسروں کے لئے یہ مشکل ہو سکتا ہے۔
- (iii) یہ بیان ہمیشہ درست ہے کیونکہ مجموعہ 12 ہے اور یہ 10 سے بڑا ہے۔ اس لئے یہ ایک بیان ہے۔ طاق عدد ہے۔ اس لئے یہ ایک بیان ہے۔
- (v) یہ بیان کبھی کبھی صحیح ہے اور کبھی کبھی غلط۔ مثال کے طور پر مربع اور معین (Rhombus) کے ضلعوں کی لمبائی برابر ہوتی ہے جب کہ مستطیلوں اور منخرن (trapezium) کی لمبائی برابر نہیں ہوتی۔ اس لئے یہ ایک بیان نہیں ہے۔
- (vi) یہ ایک حکم ہے اور اس لئے یہ ایک بیان نہیں ہے۔
- (vii) جملہ غلط ہے کیونکہ حاصل ضرب (-8) ہے۔ اس لئے یہ ایک بیان ہے۔

(viii) یہ جملہ ہمیشہ صحیح ہے اور اس لئے یہ ایک بیان ہے۔

(ix) یہ دلیل پیش کرنے سے صاف نہیں ہے کہ کس دن کو بتایا گیا ہے اور اس لئے یہ ایک بیان نہیں ہے۔

(x) یہ بیان درست ہے کیونکہ تمام حقیقی اعداد کو $a + i \times 0$ کی شکل میں لکھا جاسکتا ہے۔

2. تین مثالیں ہو سکتی ہیں:

(i) اس کمرہ میں ہر ایک بہادر ہے۔ یہ بیان نہیں ہے کیونکہ دلیل پیش کرنے سے یہ صاف نہیں ہے کہ یہاں کس کمرہ

کے بارے میں بتایا گیا ہے اور لفظ بہادر کی تعریف صاف طور پر نہیں بتائی گئی ہے۔

(ii) وہ ایک انجینئرنگ کی طالبہ ہے۔ یہ بھی ایک بیان نہیں ہے کیونکہ وہ کون ہے۔

(iii) ” $\cos^2 \theta$ ہمیشہ $\frac{1}{2}$ سے بڑا ہوتا ہے۔“ جب تک ہم یہ نہ جان لیں کہ θ کیا ہے، ہم نہیں کہہ سکتے کہ آیا جملہ صحیح

ہے یا غلط۔

مشق 14.2

1. (i) چٹنی تامل ناڈو کا دار الحکومت نہیں ہے۔

(ii) $\sqrt{2}$ ایک پیچیدہ (complex) عدد ہے۔

(iii) تمام مثلث مساوی ضلعی مثلث ہیں۔

(iv) عدد 2، 7 سے بڑا نہیں ہے۔

(v) ہر ایک طبعی عدد ایک صحیح عدد نہیں ہے۔

2. (i) پہلے بیان کا نفی (negation) ہے ”عدد x ایک ناطق عدد ہے۔“ جو کہ دوسرے بیان جیسا ہی ہے۔ یہ اس لئے ہے

کیونکہ جب عدد ایک غیر ناطق عدد نہیں ہے، یہ ایک ناطق عدد ہے۔ اس لئے دیے ہوئے جوڑے ایک دوسرے کے نفی

ہیں۔

(ii) پہلے بیان کا نفی ہے ” x ایک غیر ناطق عدد ہے“ جو کہ دوسرے بیان کی طرح ہے۔ اس لئے جوڑے ایک دوسرے

کے نفی ہیں۔

3. (i) عدد 3 مفرد ہے؛ عدد 3 طاق ہے (صحیح ہے)۔

- (ii) تمام صحیح اعداد مثبت ہیں؛ سبھی صحیح اعداد منفی ہیں (غلط)
- (iii) 100، 3 سے تقسیم ہوتا ہے، 100، 11 سے تقسیم ہوتا ہے اور 100، 5 سے تقسیم ہوتا ہے (غلط)۔

مشق 14.3

1. (i) ”اور“ جزو ترکیبی (Component) بیانات ہیں:

تمام ناطق اعداد حقیقی اعداد ہیں۔

تمام حقیقی اعداد پیچیدہ اعداد نہیں ہیں۔

(ii) ”یا“ جزو ترکیبی بیانات ہیں:

ایک صحیح عدد کا مربع مثبت ہے۔

ایک صحیح عدد کا مربع منفی ہے۔

(iii) ”اور“ جزو ترکیبی بیانات ہیں:

سورج کی موجودگی میں ریت بہت جلدی گرم ہو جاتی ہے۔

ریت رات میں بہت جلدی ٹھنڈا نہیں ہوتی ہے۔

(iv) ”اور“ جزو ترکیبی بیانات ہیں:

$x = 2$ مساوات $3x^2 - x - 10 = 0$ کا جذر ہے۔

$x = 3$ مساوات $3x^2 - x - 10 = 0$ کا جذر ہے۔

2. (i) ”There exists“ - نفی ہے

ایسا کوئی نمبر موجود نہیں ہے جو اپنے مربع کے برابر ہے۔

(ii) ”ہر ایک کے لیے“ - نفی ہے

ایک ایسا حقیقی عدد x ملتا ہے تاکہ x ، $x + 1$ سے کم نہیں ہے۔

(iii) ”There exists“ - نفی ہے۔

ہندوستان میں ایک ایسا صوبہ موجود ہے جس کا دارالخلافہ نہیں ہے۔

3. نہیں۔ (i) میں موجود بیان کا نفی ہے ”حقیقی عدد x اور y موجود ہیں جن کے لئے $x + y \neq y + x$ “ (ii) میں دیے گئے بیان کے بدلے۔

4. (i) اخراجی (Exclusive)

(ii) شمولی (Inclusive)

(iii) اخراجی (Exclusive)

مشق 14.4

1. (i) ایک طبعی عدد طاق ہے تو اس کا مطلب ہے اس کا مربع بھی طاق ہے۔

(ii) ایک طبعی عدد طاق ہے اگر اس کا مربع بھی طاق ہے۔

(iii) ایک طبعی عدد طاق ہونے کے لیے یہ ضروری ہے کہ اس کا مربع بھی طاق ہو۔

(iv) ایک طبعی عدد کے مربع کو طاق ہونے کے لیے یہ کافی ہے کہ عدد بھی طاق ہو۔

(v) اگر ایک طبعی عدد کا مربع طاق نہیں ہے، تب طبعی عدد طاق نہیں ہے۔

2. (i) مثبت کا الٹا ہے The contrapositive is

اگر ایک عدد ق طاق نہیں ہے، تب x ایک منفرد عدد نہیں ہے۔

اس کا الٹا ہے (The Converse is)

اگر ایک عدد طاق ہے، تب یہ ایک منفرد عدد ہے۔

(ii) مثبت کا الٹا ہے (The contra positive is)

اگر دو خط ایک مستوی میں ایک دوسرے کو کاٹتے ہیں، تب وہ متوازی نہیں ہیں۔

اس کا الٹا ہے۔

اگر دو خطوط ایک مستوی میں ایک دوسرے کو نہیں کاٹتے، تب وہ متوازی ہیں۔

(iii) مثبت کا الٹا ہے۔

اگر کوئی شے کم درجہ حرارت پر نہیں ہے، تب یہ ٹھنڈی نہیں ہے۔

اس کا الٹا ہے۔

اگر دو خطوط ایک مستوی میں ایک دوسرے کو نہیں کاٹتے، تب وہ متوازی ہیں۔

(iii) مثبت کا الٹا ہے۔

اگر کوئی شے کم درجہ حرارت پر نہیں ہے، تب یہ ٹھنڈی نہیں ہے۔

اس کا الٹا ہے۔

اگر کوئی شے کم درجہ حرارت پر ہے، تب یہ ٹھنڈی ہے۔

(iv) مثبت کا الٹا ہے۔

اگر آپ استخراجیہ توجیہ جانتے ہیں، تب آپ جیومیٹری کے بارے میں سمجھ سکتے ہیں۔ (Comprehend)

اس کا الٹا ہے۔

اگر آپ استخراجیہ توجیہ نہیں جانتے، تب آپ جیومیٹری کے بارے میں نہیں سمجھ سکتے۔

(v) یہ بیان اس طرح بھی لکھا جاسکتا ہے۔ ”اگر x ایک جفت عدد ہے، تب x ، 4 سے تقسیم ہو جائے گا۔“

مثبت کا الٹا ہے اگر x ، 4 سے تقسیم ہوتا ہے، تب x ایک جفت عدد ہے۔

اس کا الٹا ہے، اگر x ، 4 سے تقسیم ہوتا ہے، تب x ایک جفت عدد ہے۔

3. (i) اگر آپ کو نوکری (Job) مل جاتی ہے، تب آپ کے کاغذات نمائندگی (Credential) اچھی ہیں۔

(ii) اگر کیلے کا درخت ایک ماہ تک گرم رہتا ہے، تب یہ خوب پھل دے گا۔

(iii) اگر ایک چار ضلعی کے وتر آپس میں ایک دوسرے کو تنصیف ہیں، تب یہ متوازی الاضلاع ہے۔

(iv) اگر آپ جماعت میں A+ حاصل کرتے ہیں، تب آپ کتاب میں موجود تمام مشقیں کرتے ہیں۔

4. (i) مثبت کا الٹا (Contrapositive)

(ii) الٹا (Converse)

(b) (i) مثبت کا الٹا

(ii) الٹا

مشق 14.5

5. (i) غلط ہے۔ قوسی وتر (Chord) کی تعریف سے، یہ دائرہ کو دو نقاط پر کاٹتی ہے۔
 (ii) غلط ہے۔ یہ ایک جوابی مثال سے دکھایا جاسکتا ہے۔ ایک قوسی وتر جو قطر (diameter) نہیں ہے جوابی مثال دیتا ہے۔
 (iii) صحیح ہے۔ ایک ناقص (ellipses) کی مساوات میں اگر $a = b$ رکھیں۔ تب یہ ایک دائرہ ہے۔ (سیدھا طریقہ)
 (iv) صحیح ہے، نامساواتوں کے اصول سے۔
 (v) غلط ہے۔ کیونکہ '11' ایک مفرد عدد ہے اس لیے $\sqrt{11}$ غیر ناطق ہے۔

باب 14 کی مبنی متفرق مثالیں

1. (i) یہاں ایک مثبت حقیقی عدد x ملتا ہے تاکہ $x - 1$ مثبت نہیں ہے۔
 (ii) یہاں ایک مبنی ملتی جو نو جتنی کھڑی نہیں ہے۔
 (iii) یہاں ایک حقیقی عدد x ملتا ہے تاکہ $x > 1$ اور $x < 1$ سے
 (iv) یہاں ایسا ایک عدد x نہیں ملتا تاکہ $0 < x < 1$
 2. (i) بیان اس طرح بھی لکھا جاسکتا ہے ”اگر ایک مثبت صحیح عدد مفرد ہے، تب یہ '1' اور اپنے علاوہ کسی اور کو تقسیم نہیں رکھتا۔
 بیان الٹا ہے۔
 اگر ایک مثبت صحیح عدد کا تقسیم علیہ '1' اور اپنے علاوہ کوئی نہیں ہے تب یہ مفرد عدد ہے بیان کا Contrapositiv ہے
 -
 اگر مثبت صحیح عدد '1' اور اپنے علاوہ کسی اور سے تقسیم ہو سکتا ہے تب یہ مفرد نہیں ہے۔
 (ii) دیا ہوا بیان اس طرح بھی لکھا جاسکتا ہے۔ ”اگر یہ ایک گرم دن ہے، تب میں سمندر کے کنارے جاتا ہوں۔“
 بیان الٹا ہے۔
 اگر میں سمندر کے کنارے جاتا ہوں، تب یہ ایک گرم دن ہوتا ہے۔
 اس کا مثبت الٹا ہے۔

اگر میں سمندر کے نہیں جاتا، تب یہ ایک گرم دن نہیں ہوتا ہے۔

(iii) اس کا الٹا ہے۔

اگر آپ کو پیاس محسوس ہو رہی ہے، تب باہر گرمی ہے۔

اس کا مثبت الٹا ہے۔ The Contrapositive is

اگر آپ کو پیاس نہیں لگ رہی، تب باہر گرمی نہیں ہے۔

3. (i) اگر سرور (Server) پر لاگ آن (Log) ہے تب آپ کے پاس پاس ورڈ Password ہے

(ii) اگر بارش ہوتی ہے، تب ٹریفک جام ہوگا۔

(iii) اگر آپ Website کا استعمال کرتے ہیں، تب آپ کو استعمال کرنے کی فیس دینی ہے۔

4. (i) آپ ٹیلی ویزن دیکھتے ہیں اگر آپ کا دماغ سکون میں ہے۔

(ii) آپ کو 'A' گریڈ ملتا ہے اگر آپ تمام ہوم ورک متواتر کرتے ہیں۔

(iii) ایک چار ضلعی کے زاویے اس وقت برابر ہوتے ہیں جب یہ ایک مستطیل ہوتا ہے۔

5. مرکب بیان کے ساتھ ”اور“ کیا 25، 5 اور 8 کا حاصل ضرب ہے۔

یہ ایک غلط بیان ہے۔

مرکب بیان کے ساتھ ”یا“ کیا 25، 5 یا 8 کا حاصل ضرب ہے۔

یہ ایک صحیح بیان ہے۔

7. مشتق 14.4 کے سوال نمبر 1 کی طرح۔

مشق 15.1

1. 3	2. 8.4	3. 2.33	4. 7
5. 6.32	6. 16	7. 3.23	8. 5.1
9. 157.92	10. 11.28	11. 10.34	12. 7.35

مشق 15.2

1. 9, 9.25
2. $\frac{n+1}{2}, \frac{n^2-1}{12}$
3. 16.5, 74.25
4. 19, 43.4
5. 100, 29.09
6. 64, 1.69
7. 107, 2276
8. 27, 132
9. 93, 105.52, 10.27
10. 5.55, 43.5

مشق 15.3

1. B
2. Y
3. B (i), B (ii)
4. A
5. وزن کلوگرام (weigh)

باب 15 پر مبنی متفرق مشق

1. 4, 8
2. 8, 6
3. 12, 24
4. 1.98, 10.2 (ii) 1.99, 10.1 (i)
5. سب سے زیادہ کیمسٹری (علم کیمیاوی) Chemistry اور سب کم ریاضی
6. 3.036, 20
7. 3.036, 20

مشق 16.1

1. {HHH, HHT, HTH, THH, TTH, HTT, THT, TTT}
2. $\{(x, y) : x, y = 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
3. {(1,1), (1,2), (1,3), ..., (1,6), (2,1), (2,2), ..., (2,6), ..., (6, 1), (6, 2), ..., (6,6)}
4. {HHHH, HHHT, HHTH, HTHH, THHH, HHTT, HTHT, HTTH, THHT, THTH, TTHH, HTTT, THTT, TTHT, TTTH, TTTT}
5. {H1, H2, H3, H4, H5, H6, T1, T2, T3, T4, T5, T6}
6. {H1, H2, H3, H4, H5, H6, T}
7. {XB₁, XB₂, XG₁, XG₂, YB₃, YG₃, YG₄, YG₅}

$\{R1, R2, R3, R4, R5, R6, W1, W2, W3, W4, W5, W6, B1, B2, B3, B4, B5, B6\}$.7

$\{0, 1, 2\}$ (ii) $\{BB, BG, GB, GG\}$ (i) .8

$\{RW, WR, WW\}$.9

$\{HH, HT, T1, T2, T3, T4, T5, T6\}$.10

$\{DDD, DDN, DND, NDD, DNN, NDN, NND, NNN\}$.11

$\{T, H1, H3, H5, H21, H22, H23, H24, H25, H26, H41, H42, H43, H44,$.12

$H45, H46, H61, H62, H63, H64, H65, H66\}$

$\{(1,2), (1,3), (1,4), (2,1), (2,3), (2,4), (3,1), (3,2), (3,4), (4,1), (4,2), (4,3)\}$.13

$\{1HH, 1HT, 1TH, 1TT, 2H, 2T, 3HH, 3HT, 3TH, 3TT, 4H, 4T, 5HH,$.14

$5HT, 5TH, 5TT, 6H, 6T\}$

$\{TR_1, TR_2, TB_1, TB_2, TB_3, H1, H2, H3, H4, H5, H6\}$.15

$\{6, (1,6), (2,6), (3,6), (4,6), (5,6), (1,1,6), (1,2,6), \dots, (1,5,6), (2,1,6), (2,2,6),$.16

$\dots, (2,5,6), \dots, (5,1,6), (5,2,6), \dots\}$

مشق 16.2

1. نہیں

$\{3, 6\}$ (iii) ϕ (ii) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ (i) .2

$\{6\}$ (v) $\{1, 2, 3\}$ (iv)

$\{3, 4, 5, 6\}, A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, A \cap B = \emptyset, B \cup C = \{3, 6\},$ (vi)

$E \cap F = \{6\}, D \cap E = \emptyset,$

$A - C = \{1, 2, 4, 5\}, D - E = \{1, 2, 3\}, E \cap F = \emptyset, F' = \{1, 2\}$

$A = \{(3,6), (4,5), (5, 4), (6,3), (4,6), (5,5), (6,4), (5,6), (6,5), (6,6)\}$.3

$$B = \{(1,2), (2,2), (3, 2), (4,2), (5,2), (6,2), (2,1), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6)\}$$

$$C = \{(3,6), (6,3), (5, 4), (4,5), (6,6)\}$$

A اور B، B اور C باہم مستثنیٰ ہیں (mutually exclusive)

$$D \not\sim B \text{ (iii)} \quad D \not\sim B \text{ (ii)} \quad D \not\sim C, C \not\sim B, C \not\sim A, B \not\sim A \text{ (i)} \quad .4$$

5. (i) ”کم از کم دو head کا ملنا“، اور ”کم از کم دو tails کا ملنا“

(ii) ”کسی head کا نہیں ملنا“، صرف ایک ہیڈ کا ملنا“ اور ”کم سے کم دو ہیڈ کا ملنا“،

(iii) ”زیادہ سے زیادہ دو tails کا ملنا“ اور ”صرف دو tails کا ملنا“

(iv) ”بالکل صحیح ایک head کا ملنا“ اور ”بالکل صحیح دو heads کا ملنا“

(v) ”بالکل صحیح ایک tail کا ملنا“ ”بالکل صحیح دو tails کا ملنا“ اور ”بالکل صحیح تین tails کا ملنا“

نوٹ مندرجہ بالا سوال کے دوسرے وقوعات بھی جواب ہو سکتے ہیں۔

$$A = \{(2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5)\}.$$

(4,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5) ,(6,6)

$$B = \{(1, 1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5),$$

$$(3,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6)\}$$

$$C = \{(1, 1), (1,2), (1,3), (1,4), (2,1), (2,2), (2,3), (3,1), (3,2), (4,1)\}$$

$$A' = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (i)$$

$$(5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(5,5),(5,6)\} = B$$

$$B' = \{(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (ii)$$

$$(6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)\} = A$$

(iii) $A \cup B = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4),$ (iii)

$(3,5), (3,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (2,1), (2,2), (2,3),$

$(2,5), (2,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (6,1), (6,2), (6,3),$

$$(6,4), (6,5), (6,6)\} = S$$

$$A \cap B = \emptyset \quad (iv)$$

$$A - C = \{(2,4), (2,5), (2,6), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)\} \quad (v)$$

$$B \cup C = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6)\}$$

$$B \cap C = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (3,1), (3,2)\} \quad (vi)$$

$$A \cap B' \cap C' = \{(2,4), (2,5), (2,6), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)\} \quad (vii)$$

7. (i) صحیح ہے (ii) صحیح ہے (iii) صحیح ہے (iv) غلط ہے (v) غلط ہے (vi) غلط ہے

مشق 16.3

1. (a) ہاں (b) ہاں (c) نہیں (d) نہیں (e) نہیں

$$2. \frac{3}{4} \quad 3. \frac{1}{2} \quad (i) \quad \frac{2}{3} \quad (ii) \quad \frac{1}{6} \quad (iii) \quad \frac{5}{6} \quad (iv) \quad o \quad (v) \quad \frac{5}{6}$$

$$4. 52 \quad (a) \quad \frac{1}{52} \quad (b) \quad \frac{1}{13} \quad (c) \quad \frac{1}{2} \quad (ii) \quad \frac{1}{12} \quad (i) \quad \frac{1}{2} \quad (ii)$$

$$6. \frac{3}{5} \quad 7. 4.00 \text{ روپے کا فائدہ، } 1.50 \text{ روپے کا فائدہ، } 1.00 \text{ روپے کا نقصان، } 3.50 \text{ کا نقصان،}$$

$$P(6.00 \text{ روپے کا نقصان}) = \frac{1}{16}, P(4.00 \text{ روپے جیتنا}) = \frac{1}{4}, P(1.50 \text{ روپے جیتنا}) = \frac{3}{8}, P(1.00 \text{ روپیہ ہارنا}) = \frac{3}{8}$$

$$P(3.50 \text{ روپے ہارنا}) = \frac{1}{4}, P(6.00 \text{ روپے ہارنا}) = \frac{1}{16}$$

$$8. \frac{1}{8} \quad (i) \quad \frac{3}{8} \quad (ii) \quad \frac{1}{2} \quad (iii) \quad \frac{7}{8} \quad (iv) \quad \frac{7}{8} \quad (v) \quad \frac{3}{8} \quad (vi) \quad \frac{1}{8} \quad (vii) \quad \frac{7}{8} \quad (viii)$$

$$9. \frac{9}{11} \quad 10. \frac{6}{13} \quad (i) \quad \frac{7}{13} \quad (ii) \quad \frac{1}{38760} \quad 11. \frac{1}{38760}$$

12. (i) نہیں، کیونکہ $P(A \cap B) P(A) P(B)$ کے برابر یا کم ہونا چاہیے۔ (ii) ہاں
13. (i) $\frac{7}{15}$ (ii) 0.5 (iii) 0.15 14. $\frac{4}{5}$ 15. (i) $\frac{5}{8}$ (ii) $P(A \cap B)$
16. نہیں 17. (i) 0.58 (ii) 0.74 18. 0.6 19. 0.55
20. 0.65 21. (i) $\frac{19}{30}$ (ii) $\frac{11}{30}$ (iii) $\frac{2}{15}$

باب 16 پر مشتمل متفرق مشق

1. (i) $\frac{{}^{20}C_5}{{}^{60}C_5}$ (ii) $1 - \frac{{}^{30}C_5}{{}^{60}C_5}$ 2. $\frac{{}^{13}C_3 \cdot {}^{13}C_1}{{}^{52}C_4}$
3. (i) $\frac{1}{2}$ (ii) $\frac{1}{2}$ (iii) $\frac{5}{6}$ 4. (a) $\frac{999}{1000}$ (b) $\frac{{}^{9990}C_2}{{}^{10000}C_2}$ (c) $\frac{{}^{9990}C_{10}}{{}^{10000}C_{10}}$
5. (a) $\frac{17}{33}$ (b) $\frac{16}{33}$ 6. $\frac{2}{3}$
7. (i) 0.88 (ii) 0.12 (iii) 0.19 (iv) 0.34 8. $\frac{4}{5}$
9. (i) $\frac{2}{5}$ (ii) $\frac{3}{8}$ 10. $\frac{1}{5040}$

طلباء کے ایک طالب علم بنئے (Be a student of student)

ایک استاد جنہیں وہ تعلیم دیتا ہے ان سے ایک تعلق رکھتا ہے، ان کے ساتھ گھل مل جاتا ہے اور وہ ان سے پڑھانے سے زیادہ سیکھتا ہے۔ جو اپنے شاگردوں سے کچھ نہیں سیکھتا وہ بے وقوف ہے۔ میں جب بھی کسی سے بات کرتا ہوں میں اس سے سیکھتا ہوں۔ میں اسے دینے سے زیادہ لیتا ہوں۔ اس طرح ایک اچھا استاد اپنے آپ کو طلباء کا طالب علم سمجھتا ہے۔ اگر آپ اپنے شاگردوں کو اس نظریہ سے پڑھاؤ گے، آپ کو ان سے بہت زیادہ فائدہ ہوگا۔

کھادی ودیا لیے کے طلباء سے کی گئی بات، سیوا گرام

ہریجن سیوا، 15 فروری 1942 (CW 75, p. 269)

اپنے تمام ذریعوں (تعلقات) کو اچھائی اور ایک نیا پن لانے میں استعمال کیجیے Use all Resource to be constructive and creative

ہمیں ان ماہر تعلیم صاحبان کی ضرورت ہے جو اصلیت (حقیقت) پسند ہوں، سچائی سے بھرے ہوئے ہوں، جو روز بروز یہ سوچیں کہ طلباء کو کیا پڑھانا ہے۔ استاد کو یہ علم (واقفیت) کتابوں سے نہیں مل سکتا ہے۔ اسے روز بروز ہونے والی تبدیلیوں کا بخوبی مشاہدہ کرنا، ان پر نظر ثانی کرنا اور اپنے اندر چھپی ہوئی صلاحیتوں کا استعمال کر کے بچوں کو یہ جانکاری دینی ہوگی دستکاری کی مدد سے۔ اس کا مطلب ہے پڑھانے کے انداز میں ایک انقلاب اور ساتھ ساتھ استاد کے انداز میں ایک انقلاب۔ اب تک آپ لوگ انسپکٹر کی رپورٹ پر ہی کام کرتے رہے۔ آپ وہی کرنا چاہتے تھے جو انسپکٹر چاہتا تھا تا کہ آپ اپنے ادارے کے لئے زیادہ سے زیادہ رقم اکٹھا کر سکیں یا اپنے لیے زیادہ تنخواہیں۔ لیکن ایک جدید استاد ان سب باتوں کی پرواہ نہیں کرتا۔ وہ یہ کہے گا میں نے اپنے شاگردوں کے لئے اپنا فرض ادا کر دیا ہے اگر میں نے اسے ایک اچھا انسان بنادیا اور یہ سب کچھ کرنے میں میں نے اپنے تمام ذریعوں کا بخوبی استعمال کیا ہے۔ میرے لئے یہ کافی ہے۔

ہریجن، 18 فروری 1939 (CW 68. pp. 374-75)