পঞ্চদশ অধ্যায়

সম্ভাৱিতা (Probability)

এইটো বাস্তৱিকতে প্ৰণিধানযোগ্য কথা যে জুৱাৰ খেলেৰে আৰম্ভ হোৱা বিজ্ঞানৰ দ্বাৰা এটি মানৱ জ্ঞানৰ আটাইতকৈ গুৰুত্বপূৰ্ণ পৰ্যায়লৈ উন্নীত হৈছে

—পিয়েৰ ছাইমন লাপ্লাছ

15.1 অৱতাৰণা (Introduction) ঃ

দৈনন্দিন জীৱনত আমাৰ এনেধৰণৰ কিছুমান কথা-বতৰাৰ সৈতে সংযোগ ঘটে, যেনে—

(1) আজি **সম্ভৱতঃ** বৰষুণ হ'ব।

(2) তেওঁ পৰীক্ষাত উত্তীৰ্ণ হ'ব, এই কথাত মোৰ **সন্দেহ** আছে।

(3) **খুব সম্ভৱ,** কবিতাই বছৰেকীয়া পৰীক্ষাত প্ৰথম স্থান পাব।

(4) ডিজেলৰ মূল্য বৃদ্ধি হোৱাৰ যথেষ্ট **সম্ভাৱনা** আছে।

(5) আজিৰ খেলত ভাৰতে টছত (Toss) জিকাৰ 50-50 **সম্ভাৱনা** আছে।

ওপৰোক্ত বাক্যবোৰত ব্যৱহৃত হোৱা 'সম্ভৱতঃ', 'সন্দেহ', 'খুব সম্ভৱ', 'সম্ভাৱনা' ইত্যাদি শব্দবোৰত 'অনিশ্চয়তা'ৰ এক উপাদান নিহিত হৈ আছে। উদাহৰণস্বৰূপে, (1) অত, 'সম্ভৱত' বৰষুণ হ'ব' কথাটোৱে বুজাইছে যে আজি বৰষুণ হ'ব পাৰে বা নহ'বও পাৰে। আজিৰ বৰষুণ সম্পৰ্কে আগবঢ়োৱা আমাৰ ভৱিষ্যৎ বাণী অতীতৰ অভিজ্ঞতাৰ ভেটিত প্ৰতিষ্ঠিত যেতিয়া এনেধৰণৰ সদৃশ বাতাবৰণত বৰষুণ হৈছিল। (2) ৰ পৰা (5) লৈ উল্লিখিত অন্যান্য ক্ষেত্ৰতো সদৃশ ধৰণৰ আগজাননী বা ভৱিষ্যদ্বাণী কৰা হৈছে।

'সম্ভৱত' আদি শব্দবোৰত থকা অনিশ্চয়তাখিনি বহু ক্ষেত্ৰত 'সম্ভাৱিতা'ৰ দ্বাৰা সাংখিকভাৱে জুখিব পাৰি।

যদিও জুৱা খেলৰ পৰাই সম্ভাৱিতাৰ জন্ম হৈছিল, অন্যান্য ক্ষেত্ৰতো যেনে— ভৌতিক বিজ্ঞান, বাণিজ্য, জীৱবিজ্ঞান, চিকিৎসা বিজ্ঞান, বতৰ বিজ্ঞান আদিতো ইয়াৰ ব্যাপকভাৱে ব্যৱহাৰ হয়।

15.2 সম্ভাৱিতা— এক পৰীক্ষামূলক অধ্যয়ন বা অভিগমন (Probability – an Experimental Approach)

আগৰ শ্ৰেণীসমূহত তোমালোকে মুদ্ৰাৰ টছ, পাশাগুটি (Die) দলিওৱা আদি পৰীক্ষা কাৰ্য সম্পাদন কৰি আৰু সেইবোৰৰ ফলাফলসমূহ অনুধাৱন কৰাৰ ভবিয়তে সম্ভাৱিতাৰ কিছু আভাস পাইছিলা। এতিয়া, কোনো পৰীক্ষা কাৰ্যৰ এটা বিশেষ ফলাফল প্ৰাপ্ত হোৱাৰ সম্ভাৱনা কিদৰে জুখিব লাগে সেই বিষয়ে শিকিব পাৰিবা।

ব্লেইচ পাস্কেলক (1623–1662)

পিয়েৰ ডি ফাৰ্মাৰ (1601–1665)

সম্ভাৱিতাৰ ধাৰণাই বিকাশ লাভ কৰিছিল বৰ আচৰিত ধৰণে। 1654 খ্ৰীষ্টাব্দত চেভেলিয়েৰ ডি মেৰে নামৰ জুৱাৰী এজনে 17শ শতিকাৰ বিখ্যাত ফৰাচী দাৰ্শনিক আৰু গণিতজ্ঞ ব্লেইচ পাস্কেলক পাশাখেলৰ কেইটামান বিশেষ সমস্যা সম্পৰ্কত লগ ধৰিছিল। এই সমস্যাসমূহক লৈ পাস্কেল বৰ আগ্ৰহী হৈ উঠিছিল। তেওঁ সেইবোৰ ভালদৰে অধ্যয়ন কৰিছিল আৰু আন এগৰাকী ফৰাচী দেশীয় গণিতজ্ঞ পিয়েৰ ডি ফাৰ্মৰ সৈতে আলোচনা কৰিছিল। পাস্কেল আৰু ফাৰ্মা উভয়ে স্বতন্ত্ৰীয়ভাবে এই সমস্যাবোৰৰ সমাধান উলিয়াইছিল। এই কাৰ্যসমূহেই আছিল সম্ভাৱিতা তত্বৰ আৰম্ভণি।

বিষয়টোৰ ওপৰত প্ৰথম কিতাপখন লিখিছিল ইটালীয় গণিতজ্ঞ জে কাৰ্ডনে (1501–1576)। 1663 চনত প্ৰকাশিত এই কিতাপখনৰ নাম আছিল 'Book on Games of Chance' (Liber de Ludo Aleae)। এই প্ৰসংগত গণিতজ্ঞ জে বাৰ্ণুলি (1654–1705), পি. লাপ্লাচ (1749–1827), এ. এ. মাৰ্কফ (1856–1922) আৰু এ. এন. কল্মগোৰোভে (1903–)ও উল্লেখনীয় অবদান আগবঢ়াইছিল।

কাৰ্য- 1 : (i) মুদ্ৰা এটা লৈ 10 বাৰ টছ কৰা আৰু মুণ্ড (Head) আৰু পুচ্ছ (Tail) প্ৰাপ্ত হোৱা সংখ্যা দুটা টুকি ৰাখা। নিম্নোক্ত তালিকাৰ আৰ্হিত তোমাৰ পৰ্যবেক্ষণসমূহ লিপিবদ্ধ কৰা।

তালিকা 15.1

মুদ্ৰাটোৰ টছৰ সংখ্যা	মুণ্ডপ্ৰাপ্ত হোৱা সংখ্যা	পুচ্ছপ্ৰাপ্ত হোৱা সংখ্যা
10	—	—

নিম্নোক্ত ভগ্নাংশ দুটাৰ মানবোৰ লিখা :

$$\frac{\text{মুণ্ডপ্ৰাপ্ত হোৱা সংখ্যা}}{\text{মুদ্ৰাটোৰ মুঠ টছৰ সংখ্যা}} \quad \text{আৰু} \quad \frac{\text{পুচ্ছপ্ৰাপ্ত হোৱা সংখ্যা}}{\text{মুদ্ৰাটোৰ মুঠ টছৰ সংখ্যা}}$$

(ii) মুদ্ৰাটো 20 বাৰ টছ কৰা আৰু ওপৰত উল্লেখ কৰা ধৰণে তোমাৰ পৰ্যবেক্ষণসমূহ লিপিবদ্ধ কৰা। এই পৰ্যবেক্ষণসমূহৰ বাবে ওপৰত প্ৰদত্ত ভগ্নাংশ দুটাৰ মান আকৌ উলিওৱা।

(iii) টছৰ সংখ্যা বৃদ্ধি কৰি আৰু মুণ্ড আৰু পুচ্ছৰ সংখ্যাবোৰ টুকি লৈ একেটা পৰীক্ষাকাৰ্য বাৰে বাৰে সম্পন্ন কৰা। লগতে, অনুৰূপ ভগ্নাংশবোৰৰ মানবোৰ লিখি যোৱা।

তোমালোকে দেখিবা যে টছৰ সংখ্যা যিমানে ডাঙৰ হ'ব, ভগ্নাংশ দুটাৰ মানবোৰো সিমানে 0.5 ৰ কাষ চাপিব। অধিকতৰ টছৰ ক্ষেত্ৰত কি হয় সেইটো লিপিবদ্ধ কৰিবলৈ নিম্নোক্তভাৱে দলীয় ভিত্তিত এই কাৰ্য সম্পন্ন কৰিব পাৰি।

কাৰ্য-2 : শ্ৰেণীৰ আটাইখিনি ছাত্ৰ-ছাত্ৰীক 2 বা 3 জনীয়া দলত বিভক্ত কৰা। প্ৰতিটো দলৰ এজনক 15 বাৰকৈ টছ কৰিবলৈ দিয়া। প্ৰত্যেক দলৰ আন এজনক মুণ্ড আৰু পুচ্ছৰ সংখ্যাবোৰ টুকিবলৈ কোৱা। [মনত ৰাখিবা যাতে সকলো দলতে একে মানৰ মুদ্ৰাহে ব্যৱহাৰ কৰা হয়। আটাইবোৰ দলেই যেন একেটা মুদ্ৰাকে টছ কৰিছে বুলিয়েই ধৰি লোৱা হ'ব]

এতিয়া, ব্ৰেকবোৰ্ডত তালিকা 15.2 ৰ লেখীয়াকৈ এখন তালিকা প্ৰস্তুত কৰা। প্ৰথমে, দল-1 য়ে তেওঁলোকৰ পৰ্যবেক্ষণসমূহ লিপিবদ্ধ কৰিব আৰু অনুৰূপ ভগ্নাংশবোৰ গণনা কৰি উলিয়াব. তাৰ পিছত দল-2 য়ে তেওঁলোকৰ পৰ্যবেক্ষণসমূহ লিপিবদ্ধ কৰিব; লগতে তেওঁলোকে দল-1 আৰু নিজৰ একত্ৰিত তথ্যৰ বাবেহে ভগ্নাংশ দুটাৰ মান নিৰ্ণয় কৰি উলিয়াব আৰু এনেদৰে পৰৱৰ্তী দলসমূহেও আগবাঢ়িব। [আমি এনে ভগ্নাংশবোৰক সঞ্চয়ী ভগ্নাংশ (cumulative fractions) আখ্যা দিব পাৰোহঁক।] এটা শ্ৰেণীৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলে আগবঢ়োৱা পৰ্যবেক্ষণৰ ভিত্তিত আমি প্ৰথম তিনিটা শাৰী লক্ষ্য কৰিছোহঁক।

তালিকা 15.2

দল (1)	মুণ্ডৰ সংখ্যা (2)	পুচ্ছৰ সংখ্যা (3)	সঞ্চয়ী মুণ্ডৰ সংখ্যা / মুদ্ৰাটোৰ টছৰ মুঠ সংখ্যা (4)	সঞ্চয়ী পুচ্ছৰ সংখ্যা / মুদ্ৰাটোৰ টছৰ মুঠ সংখ্যা (5)
1	3	12	$\frac{3}{15}$	$\frac{12}{15}$
2	7	8	$\frac{7+3}{15+15}=\frac{10}{30}$	$\frac{8+12}{15+15}=\frac{20}{30}$
3	7	8	$\frac{7+10}{15+30}=\frac{17}{45}$	$\frac{8+20}{15+30}=\frac{28}{45}$
4	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

তালিকাখনত কি লক্ষ্য কৰিছা? তোমালোকে দেখিছা যে মুদ্ৰাটোৰ টছৰ সংখ্যা বৃদ্ধি হোৱাৰ লগে লগে স্তম্ভ (4) আৰু (5) ৰ ভগ্নাংশ দুটাৰ মানবোৰ 0.5 ৰ ক্ৰমান্বয়ে অধিক ওচৰ চাপে।

কাৰ্য-3 : (i) এটি পাশাগুটি* (die) 20 বাৰ ওপৰলৈ দলিয়াই চোৱা আৰু 1, 2, 3, 4, 5 আৰু 6 প্ৰাপ্ত হোৱা সংখ্যাবোৰ টুকি ৰাখা। তালিকা 15.3 ত প্ৰদৰ্শন কৰা ধৰণে এখন তালিকা তৈয়াৰ কৰি তোমাৰ পৰ্যবেক্ষণসমূহ লিপিবদ্ধ কৰা।

তালিকা 15.3

পাশাটো দলিওৱাৰ মুঠ সংখ্যা	পাশাটোৰ এই মুখবোৰ প্ৰাপ্ত হোৱাৰ সংখ্যা					
	1	2	3	4	5	6
20						

নিম্নোক্ত ভগ্নাংশবোৰৰ মান উলিওৱা :

$$\frac{\text{1 প্ৰাপ্ত হোৱা মুঠ সংখ্যা}}{\text{পাশাটোৰ মুঠ দলিৰ সংখ্যা}}$$

$$\frac{\text{2 প্ৰাপ্ত হোৱা মুঠ সংখ্যা}}{\text{পাশাটোৰ মুঠ দলিৰ সংখ্যা}}$$

....

$$\frac{\text{6 প্ৰাপ্ত হোৱা মুঠ সংখ্যা}}{\text{পাশাটোৰ মুঠ দলিৰ সংখ্যা}}$$

(ii) এতিয়া পাশাগুটিটো 40 বাৰ দলিয়াই চোৱা। পৰ্যবেক্ষণসমূহ লিপিবদ্ধ কৰা আৰু (i) ত কৰা ধৰণে ভগ্নাংশবোৰ নিৰ্ণয় কৰা।

পাশাগুটিটোৰ দলিৰ সংখ্যা বৃদ্ধি হোৱাৰ লগে লগে তোমালোকে দেখিবা যে (i) আৰু (ii)ত নিৰ্ণয় কৰা প্ৰতিটো ভগ্নাংশৰ মান $\frac{1}{6}$ ৰ নিচেই কাষ চাপে।

এইটো প্ৰত্যক্ষ কৰাৰ বাবে কাৰ্য-2 ত কৰাৰ দৰে তোমালোকে দলীয়ভাৱে কামটো সম্পন্ন কৰিব পাৰা। তোমালোকৰ শ্ৰেণীৰ আটাইবোৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীক ক্ষুদ্ৰ দলত বিভক্ত কৰা। প্ৰতিটো দলৰ এজনকৈ ছাত্ৰই পাশাগুটিটোক 10 বাৰ দলিয়াই চাব। পৰ্যবেক্ষণসমূহ টুকি ৰাখিব আৰু সঞ্চয়ী

* এটি পাশাগুটি হ'ল ছয়খন কাষ বা মুখ (Face) থকা এটা সুষম ঘনক যাৰ প্ৰতিটো কাষত 1 ৰ পৰা 6 লৈ সংখ্যাবোৰক এটাকৈ চিহ্নিত কৰা থাকে। কেতিয়াবা, সংখ্যাৰ পৰিবৰ্তে বিন্দুও থাকে।

ভগ্নাংশৰ (Cumulative fractions) মান গণনা কৰিব।

তালিকা 15.4 ত 1 সংখ্যাটোৰ বাবে ভগ্নাংশৰ মান উল্লেখ কৰি থ'ব পাৰি। এই তালিকাখনকে আনকেইটা সংখ্যাৰ ক্ষেত্ৰত পোৱা ভগ্নাংশৰ মানসমূহো লিখি ৰখাৰ বাবে বিস্তৃত কৰিব পাৰি নাইবা আনকেইটা সংখ্যাৰ বাবে একেধৰণৰ আন তালিকাও গঠন কৰিব পৰা যায়।

তালিকা 15.4

দল (1)	এটা দলত পাশাগুটিটোৰ মুঠ দলিৰ সংখ্যাৰ (2)	$\dfrac{\text{1 প্ৰাপ্ত হোৱা মুঠ সংখ্যা}}{\text{পাশাগুটিটোৰ মুঠ দলিৰ সংখ্যা}}$ (3)
1	—	—
2	—	—
3	—	—
4	—	—

আটাইবোৰ দলত ব্যৱহাৰ হোৱা পাশাগুটিবোৰ দেখাত বা আকাৰত একেই হোৱা বাঞ্ছনীয়। সেই ক্ষেত্ৰতহে আটাইবোৰ পাশাগুটিৰ দলি একেটা পাশাগুটিৰ দলি হিচাপে গণ্য কৰা হ'ব।

এই তালিকাসমূহত কি লক্ষ্য কৰিছা?

তোমালোকে দেখিবা যে দলিৰ সংখ্যা যিমানে বাঢ়ে (3) নং স্তম্ভৰ ভগ্নাংশবোৰৰ মান সিমানে $\frac{1}{6}$ ৰ কাষ চাপে।

কাৰ্য 4 : (i) দুটা মুদ্ৰা একেলগে 10 বাৰ টছ্ কৰা আৰু নিম্নোক্ত তালিকাৰ আৰ্হিত তোমাৰ পৰ্যবেক্ষণসমূহ লিপিবদ্ধ কৰা।

তালিকা 15.5

মুদ্ৰা দুটাৰ টছৰ সংখ্যা	মুণ্ড উপলব্ধ নোহোৱা সংখ্যা	1টা মুণ্ড উপলব্ধ হোৱা সংখ্যা	2টা মুণ্ড উপলব্ধ হোৱা সংখ্যা
10	—	—	—

এতিয়া তলৰ ভগ্নাংশবোৰ লিখি উলিওৱা

$$A = \frac{\text{কোনো মুণ্ডপ্ৰাপ্ত নোহোৱা সংখ্যা}}{\text{মুদ্ৰা দুটাৰ মুঠ টছৰ সংখ্যা}}$$

$$B = \frac{\text{1 টা মুণ্ডপ্ৰাপ্ত হোৱাৰ মুঠ সংখ্যা}}{\text{মুদ্ৰা দুটাৰ মুঠ টছৰ সংখ্যা}}$$

$$C = \frac{\text{2 টা মুণ্ডপ্ৰাপ্ত হোৱাৰ মুঠ সংখ্যা}}{\text{মুদ্ৰা দুটাৰ মুঠ টছৰ সংখ্যা}}$$

এই ভগ্নাংশবোৰৰ মানবোৰ নিৰ্ণয় কৰা।

এতিয়া (কাৰ্য 2ৰ লেখীয়াকৈ) টছৰ সংখ্যা বঢ়াই যোৱা। তোমালোকে দেখিবা যে টছৰ সংখ্যা যিমানে বঢ়োৱা হয় A, B আৰু C ৰ মানবোৰ ক্ৰমে 0.25, 0.5 আৰু 0.25ৰ বেছি কাষ চাপি আহিব।

কাৰ্য-1ত উল্লেখ কৰা প্ৰতিটো টছকে 'প্ৰচেষ্টা' (trial) আখ্যা দিয়া হয়। সদৃশ ধৰণে, কাৰ্য-3 ত পাশাগুটিৰ প্ৰতিটো দলিয়েই একোটা প্ৰচেষ্টা আৰু কাৰ্য-4 ত দুটা মুদ্ৰাৰ একেলগে কৰা প্ৰতিটো টছেই একোটা প্ৰচেষ্টা।

গতিকে, 'প্ৰচেষ্টা' হ'ল এক ধৰণৰ কাৰ্য যাৰ পৰা একক বা বহু ফল (outcomes) প্ৰাপ্ত হয়। কাৰ্য-1ত সম্ভাব্য ফলবোৰ আছিল মুণ্ড (Head) আৰু পুচ্ছ (Tail); আনহাতে, কাৰ্য-3 ত সম্ভাব্য ফলবোৰ আছিল 1, 2, 3, 4, 5 আৰু 6।

কাৰ্য-1 ত কোনো নিৰ্দিষ্ট দলিত মুণ্ডপ্ৰাপ্ত হোৱা কথাটো হ'ল এটা ঘটনা (Event) যাৰ ফল হৈছে মুণ্ডৰ প্ৰাপ্তি। সদৃশভাৱে, পুচ্ছপ্ৰাপ্ত হোৱাটোও এটা ঘটনা যাৰ ফল হ'ল পুচ্ছৰ প্ৰাপ্তি। কাৰ্য-2 ত এটা নিৰ্দিষ্ট সংখ্যা যেনে 1 পোৱাটো এটা ঘটনা যাৰ ফল হ'ল 1 ৰ প্ৰাপ্তি।

যদি আমাৰ পৰীক্ষাটোত এটা যুগ্ম সংখ্যা পোৱাৰ বাবে পাশাগুটি এটা দলিয়াই চোৱা হয় তেন্তে ঘটনাটোত তিনিটা ফল যেনে 2, 4 আৰু 6 জড়িত থাকিব।

গতিকে, এটা পৰীক্ষাৰ ক্ষেত্ৰত এটা ঘটনা হ'ল পৰীক্ষাটোৰ কিছুমান ফলৰ সমষ্টি। দশম শ্ৰেণীত ঘটনাৰ অধিক বিধিসন্মত সংজ্ঞা সম্পৰ্কে পঢ়িবলৈ পাবা।

তেন্তে কাৰ্য-4 ত ঘটনা কেনেবোৰ তোমালোকে ক'ব পাৰিবানে?

এই পটভূমিত এতিয়া আমি সম্ভাবিতা মানে কি সেই কথাটো বিচাৰ কৰি চাওঁহক। প্ৰত্যক্ষভাৱে আমি যাক আমাৰ প্ৰচেষ্টাৰ ফল বুলি গণ্য কৰো তাৰে ওপৰত নিৰ্ভৰ কৰি আমি পৰীক্ষামূলক (Experimental) বা (Empirical) সম্ভাবিতা নিৰ্ণয় কৰো।

ধৰা হওক মুঠ প্ৰচেষ্টাৰ সংখ্যা n। কোনো ঘটনা E সংঘটিত হোৱাৰ বাবে ব্যৱহাৰিক সম্ভাবিতা P(E) ৰ মান এনেদৰে দিয়া হয়—

$$P(E) = \frac{\text{প্ৰচেষ্টাৰ সংখ্যা যিবোৰত ঘটনাটো ঘটিছে}}{\text{মুঠ প্ৰচেষ্টাৰ সংখ্যা}}$$

এই অধ্যায়ত আমি ব্যৱহাৰিক সম্ভাৱিতাৰ মান উলিয়াম যদিও, সুবিধাৰ বাবে ইয়াক 'সম্ভাৱিতা' বুলিহে লিখিম।

কেইটামান উদাহৰণ লোৱা যাওক।

আৰম্ভ কৰাৰ আগতে আমি কাৰ্য-2 আৰু তালিকা 15.2 লৈ ঘূৰি যাওঁহক। এই তালিকাখনৰ স্তম্ভ-4 ত গণনা কৰি উলিওৱা ভগ্নাংশটো কি? ই মুণ্ডপ্ৰাপ্ত হোৱাৰ বাবে ব্যৱহাৰিক সম্ভাৱিতাৰ বাহিৰে আন একো নহয়। লক্ষ্য কৰা যে প্ৰচেষ্টাৰ সংখ্যা আৰু এই প্ৰচেষ্টাবোৰত মুণ্ডপ্ৰাপ্ত হোৱা সংখ্যাৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ কৰি এই সম্ভাৱিতাৰ মান সলনি হৈ আছে। সদৃশভাৱে তালিকা 15.2 ৰ স্তম্ভ-5 ত পুচ্ছ প্ৰাপ্তিৰ ব্যৱহাৰিক সম্ভাৱিতাৰ মান পোৱা গৈছে। প্ৰথমে এই মান হৈছে $\frac{12}{15}$, তাৰ পিছত এই মান $\frac{2}{3}$, তাৰ পিছত $\frac{28}{45}$,..... ইত্যাদি।

গতিকে, ব্যৱহাৰিক সম্ভাৱিতাৰ মান-প্ৰচেষ্টা কিমানবাৰ চলোৱা হয় আৰু এই প্ৰচেষ্টাসমূহত বিচৰা ফলটো কিমানবাৰ সংঘটিত হয় তাৰ ওপৰত নিৰ্ভৰশীল।

কাৰ্য 5 : অধিক অগ্ৰসৰ হোৱাৰ পূৰ্বে, কাৰ্য- 3 ত প্ৰস্তুত কৰা তালিকাকেইখনলৈ মন কৰা। এটা পাশাগুটি কোনো নিৰ্দিষ্ট সংখ্যকবাৰ দলিয়াই চাওঁতে 3 প্ৰাপ্ত হোৱাৰ সম্ভাৱিতাবোৰ উলিওৱা। লগতে, প্ৰচেষ্টাৰ সংখ্যা বঢ়োৱাৰ লগে লগে এই মান কি ধৰণে সলনি হৈছে তাকো দেখুওৱা।

এতিয়া আমি আন কিছুমান উদাহৰণ বিবেচনা কৰি চাওঁহক।

উদাহৰণ 1 : এটা মুদ্ৰা 1000 বাৰ টছ কৰাত নিম্নোক্ত ধৰণে বাৰংবাৰতাবোৰ পোৱা গ'ল—

মুণ্ড : 455, পুচ্ছ : 545

প্ৰতি ঘটনাৰ বাবে সম্ভাৱিতা গণনা কৰা।

সমাধান : যিহেতু মুদ্ৰাটো 1000 বাৰ টছ কৰা হৈছে গতিকে মুঠ প্ৰচেষ্টাৰ সংখ্যা 1000। মুণ্ডপ্ৰাপ্ত হোৱা ঘটনাক E আৰু পুচ্ছ প্ৰাপ্ত হোৱা ঘটনাক F ৰে সূচোৱা হওক। তেতিয়া E সংঘটিত হোৱাৰ সংখ্যা অৰ্থাৎ মুণ্ড প্ৰাপ্ত হোৱাৰ সংখ্যা হ'ল 455.

গতিকে, Eৰ সম্ভাৱিতা $= \dfrac{\text{মুণ্ডৰ সংখ্যা}}{\text{প্ৰচেষ্টাৰ মুঠ সংখ্যা}}$

অৰ্থাৎ $P(E) = \dfrac{455}{1000} = 0.455$

সদৃশ ধৰণে, পুচ্ছ প্ৰাপ্ত হোৱা ঘটনাটোৰ সম্ভাৱিতা $= \dfrac{\text{পুচ্ছৰ সংখ্যা}}{\text{প্ৰচেষ্টাৰ মুঠ সংখ্যা}}$

অৰ্থাৎ $P(F) = \frac{545}{1000} = 0.545$

ওপৰোক্ত উদাহৰণটোত মন কৰা যে

$P(E) + P(F) = 0.455 + 0.545 = 1,$

আৰু ইয়াত প্ৰতিটো প্ৰচেষ্টাৰ সম্ভাব্য ফল মাত্ৰ দুটা E আৰু F।

উদাহৰণ 2 : একেলগে দুটা মুদ্ৰা 500 বাৰ টছ্ কৰা হ'ল আৰু আমি নিম্নোক্ত ধৰণে ফলবোৰ পালো :

দুটা মুণ্ড : 105 বাৰ

এটা মুণ্ড : 275 বাৰ

এটাও মুণ্ড প্ৰাপ্ত নহ'ল : 120 বাৰ

এই প্ৰতিটো ঘটনা সংঘটিত হোৱাৰ সম্ভাৱিতাবোৰ উলিওৱা।

সমাধান : দুটা মুণ্ড প্ৰাপ্ত হোৱা, এটা মুণ্ড প্ৰাপ্ত হোৱা আৰু কোনো মুণ্ড প্ৰাপ্ত নোহোৱা ঘটনাকেইটাক ক্ৰমে E_1, E_2 আৰু E_3 ৰে সূচোৱা হওক। গতিকে—

$$P(E_1) = \frac{105}{500} = 0.21$$

$$P(E_2) = \frac{275}{500} = 0.55$$

$$P(E_3) = \frac{120}{500} = 0.24$$

মন কৰা যে ইয়াত, $P(E_1) + P(E_2) + P(E_3) = 1$। লগতে E_1, E_2 আৰু E_3 য়ে যিকোনো প্ৰচেষ্টাৰ আটাইবোৰ সম্ভাব্য ফলকে সামৰি লৈছে।

উদাহৰণ 3 : পাশাগুটি এটা 1000 বাৰ দলিয়াই চোৱা হ'ল আৰু 1, 2, 3, 4, 5 আৰু 6 ফলসমূহৰ বাৰংবাৰতাবোৰ তলৰ তালিকাখনত উল্লেখ কৰা হ'ল—

তালিকা 15.6

ফল	1	2	3	4	5	6
বাৰংবাৰতা	179	150	157	149	175	190

প্ৰতিটো ফল প্ৰাপ্তিৰ বাবে সম্ভাৱিতা উলিওৱা।

সমাধান : কোনো ফল i প্ৰাপ্তৰ ঘটনাক Ei ৰে সূচোৱা হ'ল যত

$i = 1, 2, 3, 4, 5, 6.$

ফল 1 ৰ সম্ভাৱিতা = $P(E_1) = \dfrac{\text{1 ৰ বাৰংবাৰতা}}{\text{পাশাগুটিটোৰ মুঠ দলিৰ সংখ্যা}}$

$$= \frac{179}{1000} = 0.179$$

সদৃশভাৱে, $P(E_2) = = \dfrac{150}{1000} = 0.15$, $P(E_3) = \dfrac{157}{1000} = 0.157$,

$P(E_4) = \dfrac{149}{1000} = 0.149$, $P(E_5) = = \dfrac{175}{1000} = 0.175$

আৰু $P(E_6) = = \dfrac{190}{1000} = 0.19$

লক্ষ্য কৰা যে $P(E_1) + P(E_2) + P(E_3) + P(E_4) + P(E_5) + P(E_6) = 1$

আকৌ, মন কৰা যে

(i) প্ৰতিটো ঘটনাৰ সম্ভাৱিতা 0 আৰু 1 ৰ মাজত থাকে।

(ii) আটাইবোৰ সম্ভাৱিতাৰ সমষ্টি 1ৰ সমান।

(iii) E_1, E_2, E_3, E_4, E_5 আৰু E_6 যে যিকোনো প্ৰচেষ্টাৰ আটাইবোৰ সম্ভাব্য ফলকে সামৰি লয়।

উদাহৰণ 4 : এখন 'টেলিফোন ডাইৰেক্টৰি'ৰ এটা পৃষ্ঠাত 200 টা টেলিফোন নম্বৰ আছে। তালিকা 15.7 ত সেই নম্বৰসমূহৰ একক স্থানৰ অংকৰ বাৰংবাৰতা বিভাজন (উদাহৰণস্বৰূপে 25828573 নম্বৰটোৰ একক স্থানৰ অংকটো হ'ল 3) দিয়া হৈছে :

তালিকা 15.7

অংক	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
বাৰংবাৰতা	22	26	22	22	20	10	14	28	16	20

পৃষ্ঠাত দৃষ্টি নিক্ষেপ নকৰাকৈ পেঞ্চিলৰ আগটো এই সংখ্যাবোৰৰ কোনোবা এটাত ৰখা হ'ল অৰ্থাৎ সংখ্যাটো যাদৃচ্ছিকভাৱে (at random) বাছনি কৰা হ'ল। ইয়াৰ একক স্থানৰ অংকটো 6 হোৱাৰ সম্ভাৱিতা কিমান?

সমাধান : একক স্থানৰ অংকটো 6 হোৱাৰ সম্ভাৱিতা

$$= \frac{\text{6 বাৰংবাৰতা}}{\text{নিৰ্বাচিত টেলিফোন নম্বৰৰ মুঠ সংখ্যা}}$$

$= \frac{14}{200} = 0.07$

তোমালোকে সংখ্যাবোৰৰ একক স্থানত আন আন অংকবোৰ প্ৰাপ্ত হোৱাৰ ব্যৱহাৰিক সম্ভাৱিতা সদৃশভাৱে উলিয়াব পাৰা।

উদাহৰণ 5 : এটা বতৰ কেন্দ্ৰৰ তথ্যৰ পৰা দেখা যায় যে অবিৰতভাৱে বিগত 250 দিনৰ বতৰৰ আগজাননীৰ ভিতৰত 175 বাৰ শুদ্ধ আছিল।

(i) কোনো এক নিৰ্দিষ্ট দিনত এই আগজাননী শুদ্ধ হোৱাৰ সম্ভাৱিতা কিমান?

(ii) কোনো এক নিৰ্দিষ্ট দিনত ই শুদ্ধ নোহোৱাৰ সম্ভাৱিতা কিমান?

সমাধান : তথ্য সংগ্ৰহ কৰা মুঠ দিনৰ সংখ্যা হ'ল = 250

(i) P(নিৰ্দিষ্ট দিন এটাত আগজাননী শুদ্ধ হৈছে)

$= \frac{\text{আগজাননী শুদ্ধ হোৱা মুঠ দিনৰ সংখ্যা}}{\text{তথ্য সংগ্ৰহৰ মুঠ দিনৰ সংখ্যা}}$

$= \frac{175}{250} = 0.7$

(ii) আগজাননী শুদ্ধ নোহোৱা মুঠ দিনৰ সংখ্যা হ'ল $250 - 175 = 75$

গতিকে, P(নিৰ্দিষ্ট দিনত আগজাননী শুদ্ধ হোৱা নাই) $= \frac{75}{250} = 0.3$

লক্ষ্য কৰা—

P(নিৰ্দিষ্ট দিনত আগজাননী শুদ্ধ হৈছে) + P(নিৰ্দিষ্ট দিনত আগজাননী অশুদ্ধ হৈছে)
$= 0.7 + 0.3 = 1$

উদাহৰণ 6 : এটা টায়াৰ উৎপাদনকাৰী কোম্পানীয়ে টায়াৰসমূহ সলনি কৰিবলগীয়া হোৱাৰ আগলৈকে সেইবোৰে অতিক্ৰম কৰা দূৰত্বৰ তথ্য সংৰক্ষণ কৰে। নিম্নোক্ত তালিকাত 1000 টা এনেধৰণৰ তথ্য প্ৰদৰ্শন কৰা হৈছে।

তালিকা 15.8

দূৰত্ব (কিঃমিঃত)	4000তকৈ কম	4000ৰ পৰা 9000 লৈ	9001ৰ পৰা 14000 লৈ	14000 তকৈ অধিক
বাৰংবাৰতা	20	210	325	445

তুমি যদি এই কোম্পানীৰ এটা টায়াৰ কিনা, সম্ভাৱিতা নিৰ্ণয় কৰা যাতে—

(i) 4000 কিঃ মিঃ অতিক্ৰম কৰাৰ আগতেই ইয়াক সলাবলগীয়া হয়।

(ii) ই 9000 কিঃমিঃতকৈ অধিক অতিক্রম কৰে।

(iii) 4000 কিঃমিঃৰ পৰা 14000 কিঃমিঃৰ ভিতৰত কোনো দূৰত্ব অতিক্রম কৰোতেই ইয়াক সলাবলগীয়া হয়।

সমাধান :(i) প্রচেষ্টাৰ মুঠ সংখ্যা = 1000

4000 কিঃমিঃ অতিক্রম কৰাৰ আগতে সলনি কৰিবলগীয়া হোৱা টায়াৰৰ বাৰংবাৰতা 20

গতিকে, P(টায়াৰটো 4000 কিঃমিঃ অতিক্রম কৰাৰ আগতে সলনি হ'ব) = $= \frac{20}{1000} = 0.02$

(ii) 9000 কিঃমিঃতকৈ অধিক অতিক্রম কৰা টায়াৰৰ বাৰংবাৰতা হ'ল $325 + 445 = 770$

গতিকে, P(টায়াৰটো 9000 কিঃমিঃতকৈ অধিক চলিব) = $= \frac{770}{1000} = 0.77$

(iii) 4000 কিঃমিঃ আৰু 14000 কিঃমিঃৰ মাজত সলনি হোৱা টায়াৰৰ বাৰংবাৰতা হ'ল $210 + 325 = 535$

গতিকে, P(4000 কিঃমিঃ আৰু 14000 কিঃমিঃৰ মাজত টায়াৰটো সলনি হ'ব)

$= \frac{535}{1000} = 0.535$

উদাহৰণ 7 :মাহিলি গোট পৰীক্ষাত এগৰাকী ছাত্রই লাভ কৰা নম্বৰৰ শতকৰা হিচাপ তলত উল্লেখ কৰা হৈছে :

তালিকা 15.9

গোট পৰীক্ষা	I	II	III	IV	V
প্ৰাপ্ত নম্বৰৰ শতাংশ	69	71	73	68	74

এই তথ্যৰ ভিত্তিত এটা গোট পৰীক্ষাত ছাত্ৰগৰাকীয়ে 70% তকৈ অধিক নম্বৰ লাভ কৰাৰ সম্ভাৱিতা উলিওৱা।

সমাধান :গোট পৰীক্ষাৰ মুঠ সংখ্যা 5

70% তকৈ অধিক নম্বৰ লাভ কৰা গোট পৰীক্ষাৰ সংখ্যা হ'ল 3

গতিকে, P(70% তকৈ অধিক নম্বৰ লাভ কৰে) = $\frac{3}{5} = 0.6$

উদাহৰণ 8 :বয়সৰ সৈতে দুৰ্ঘটনাৰ কোনো প্রকাৰৰ সম্পর্ক আছে নেকি সেইটো নির্ণয় কৰাৰ উদ্দেশ্যে এটা বীমা কোম্পানীয়ে কোনো এখন নগৰৰ 2000 জন গাড়ীচালকক যাদৃচ্ছিকভাৱে (ব্যক্তি নিৰপেক্ষভাৱে) বাছনি কৰিছিল। প্ৰাপ্ত তথ্যসমূহ তলৰ তালিকাত দিয়া হ'ল—

তালিকা 15.10

গাড়ীচালকৰ বয়স (বছৰৰ হিচাপত)	এবছৰত হোৱা দুৰ্ঘটনাৰ সংখ্যা				
	0	1	2	3	3ৰ অধিক
18 - 29	440	160	110	61	35
30 - 50	505	125	60	22	18
50ৰ অধিক	360	45	35	15	9

নগৰখনৰ পৰা যাদৃচ্ছিকভাৱে বাছনি কৰা এজন গাড়ীচালকৰ ক্ষেত্ৰত তলৰ ঘটনাবোৰৰ সম্ভাৱিতা উলিওৱা :

(i) গাড়ীচালকজনৰ বয়স 18 ৰ পৰা 29 বছৰৰ ভিতৰত আৰু তেওঁ এবছৰত ঠিক 3 টা দুৰ্ঘটনা ঘটাইছে।

(ii) গাড়ীচালকজনৰ বয়স 30 ৰ পৰা 50 বছৰৰ ভিতৰত আৰু তেওঁ এবছৰত এটা বা ততোধিক দুৰ্ঘটনা ঘটাইছে।

(iii) গাড়ীচালকজনে এবছৰত কোনো দুৰ্ঘটনা সংঘটিত কৰা নাই।

সমাধান : গাড়ীচালকৰ মুঠ সংখ্যা = 2000

(i) বয়স 18 ৰ পৰা 29 বছৰৰ মাজত থকা আৰু বছৰত ঠিক 3 টা দুৰ্ঘটনা ঘটোৱা গাড়ীচালকৰ সংখ্যা 61 জন।

গতিকে, P(গাড়ীচালকজনৰ বয়স 18ৰ পৰা 29 বছৰৰ মাজত আৰু তেওঁ এবছৰত ঠিক 3 টা দুৰ্ঘটনা কৰিছে) = $\frac{61}{2000} = 0.0305 = 0.031$

(ii) বয়স 30ৰ পৰা 50 বছৰৰ মাজত আৰু এবছৰত এটা বা ততোধিক দুৰ্ঘটনা সংঘটিত কৰা গাড়ীচালকৰ সংখ্যা = 125 + 60 + 22 + 18 = 225

গতিকে, P(গাড়ীচালকৰ বয়স 30 ৰ পৰা 50 বছৰৰ মাজত আছে আৰু তেওঁ বছৰত এটা বা ততোধিক দুৰ্ঘটনা ঘটাইছে)

$= \frac{225}{2000} = 0.1125 = 0.113$

(iii) এবছৰত কোনো দুৰ্ঘটনা নঘটোৱা গাড়ীচালকৰ সংখ্যা = 440 + 505 + 360 = 1305

গতিকে, P(গাড়ীচালকজনে কোনো দুৰ্ঘটনা সংঘটিত কৰা নাই) = $\frac{1305}{2000} = 0.653$

উদাহৰণ 9 : (তালিকা 14.3, উদাহৰণ 4, অধ্যায় 14)ত সন্নিবিষ্ট বাৰংবাৰতা বিভাজন তালিকাখন বিবেচনা কৰা য'ত এটা শ্ৰেণীৰ 38 জন ছাত্ৰৰ ওজন দিয়া আছে।

(i) শ্ৰেণীটোৰ এজন ছাত্ৰৰ ওজন 46-50 কিঃগ্ৰাৰ অন্তৰালটোত থকাৰ সম্ভাৱিতা উলিওৱা।

(ii) এই প্ৰসংগত দুটা ঘটনাৰ উল্লেখ কৰা যাৰ এটাৰ সম্ভাবিতা 0 আৰু আনটোৰ সম্ভাবিতা 1ৰ সমান হয়।

সমাধান : (i) মুঠ ছাত্ৰৰ সংখ্যা 38 আৰু ওজন 46 - 50 কিঃগ্ৰাঃ অন্তৰালত থকা ছাত্ৰৰ সংখ্যা 3।

গতিকে, P(ছাত্ৰজনৰ ওজন 46 - 50 কিঃগ্ৰাঃ অন্তৰালত আছে) = $\frac{3}{38} = 0.079$

(ii) উদাহৰণস্বৰূপে, এজন ছাত্ৰৰ ওজন 30 কিঃগ্ৰাঃ হোৱা ঘটনাটো বিবেচনা কৰা। যিহেতু কোনো ছাত্ৰৰে এনে ওজন নাই, গতিকে এই ঘটনা সংঘটিত হোৱাৰ সম্ভাবিতা 0। সদৃশভাৱে, এজন ছাত্ৰৰ ওজন 30 কিঃগ্ৰাঃতকৈ অধিক হোৱা ঘটনাটোৰ সম্ভাবিতা হ'ল $\frac{38}{38} = 1$।

উদাহৰণ 10 : 5 বস্তা বীজৰ প্ৰতিটোৰে পৰা 50 টাকৈ বীজ যাদৃচ্ছিকভাৱে বাছনি কৰা হৈছিল আৰু গজালি ওলোৱাৰ উপযোগী মানবিশিষ্ট পৰিবেশত ৰখা হৈছিল। 20 দিনৰ অন্তত প্ৰতিটো থুপতে গজালি ওলোৱা বীজবোৰ গণনা কৰা হৈছিল আৰু তলত দেখুওৱা ধৰণে তথ্যভুক্ত কৰা হৈছিল—

তালিকা 15.11

বস্তা	1	2	3	4	5
গজালি ওলোৱা বীজৰ সংখ্যা	40	48	42	39	41

তলত দিয়াৰ দৰে বীজৰ গজালি ওলোৱাৰ সম্ভাবিতা নিৰ্ণয় কৰা—

(i) এটা বস্তাত 40 টাতকৈ অধিক।

(ii) এটা বস্তাত 49 টা।

(iii) এটা বস্তাত 35 টাতকৈ অধিক।

সমাধান :

(i) 50 টাৰ ভিতৰত 40 তকৈ অধিক সংখ্যক বীজৰ গজালি ওলোৱা বস্তাৰ সংখ্যা হ'ল 3টা।

গতিকে, P(এটা বস্তাত 40 তকৈ অধিক বীজৰ গজালি ওলায় = $\frac{3}{5} = 0.6$

(ii) 49 টাকৈ বীজৰ গজালি ওলোৱা বস্তাৰ সংখ্যা = 0

গতিকে, P(এটা বস্তাত 49 টা বীজৰ গজালি ওলায়) = $\frac{0}{5} = 0$

(iii) 35 তকৈ অধিক বীজৰ গজালি ওলোৱা বস্তাৰ সংখ্যা = 5

গতিকে, নিৰ্ণেয় সম্ভাবিতা = $\frac{5}{5} = 1$

মন্তব্য : পূৰ্ববৰ্তী আটাইবোৰ উদাহৰণতে তোমালোকে নিশ্চয় মন কৰিছা যে এটা ঘটনাৰ সম্ভাবিতা 0 ৰ পৰা 1লৈ যিকোনো ভগ্নাংশ হ'ব পাৰে।

অনুশীলনী 15.1

1. এখন ক্রিকেট খেলত এগৰাকী মহিলা ক্রিকেটাৰে 30 টা বলৰ ভিতৰত 6 টা বাউণ্ডেৰী কোবায়। তেওঁ বাউণ্ডেৰী নোকোবোৱাৰ সম্ভাৱিতা উলিওৱা।

2. 2 টাকৈ সন্তান থকা 1500 টা পৰিয়াল যাদৃচ্ছিকভাৱে বাছনি কৰা হৈছিল আৰু নিম্নোক্ত তথ্যসমূহ লিপিবদ্ধ কৰা হৈছিল—

এটা পৰিয়ালত ছোৱালীৰ সংখ্যা	2	1	0
পৰিয়ালৰ সংখ্যা	475	814	211

যাদৃচ্ছিকভাৱে বাছনি কৰা এটা পৰিয়ালৰ ক্ষেত্ৰত সম্ভাৱিতা নিৰ্ণয় কৰা যাব
(i) 2 জনী ছোৱালী থাকে (ii) 1 জনী ছোৱালী থাকে (iii) কোনো ছোৱালী নাথাকে।
লগতে, এই সম্ভাৱিতাবোৰৰ সমষ্টি 1 হয়নে পৰীক্ষা কৰি চোৱা।

3. অধ্যায়-14 অনুচ্ছেদ 14.4, উদাহৰণ 5 দ্ৰষ্টব্য। শ্ৰেণীটোৰ এজন ছাত্ৰৰ আগষ্ট মাহত জন্ম হোৱাৰ সম্ভাৱিতা নিৰ্ণয় কৰা।

4. তিনিটা মুদ্ৰা 200 বাৰ একেলগে টছ্ কৰা হ'ল আৰু বিভিন্ন ফলৰ বাৰংবাৰতাসমূহ নিম্নোক্ত ধৰণে পোৱা গ'ল—

ফল	3টা মুণ্ড	2টা মুণ্ড	1টা মুণ্ড	মুণ্ড নাই
বাৰংবাৰতা	23	72	77	28

যদি মুদ্ৰা তিনিটা একেলগে আকৌ টছ্ কৰা হয় তেন্তে 2 মুণ্ড প্ৰাপ্ত হোৱাৰ বাবে সম্ভাৱিতা উলিওৱা।

5. কোনো সংস্থাই যাদৃচ্ছিকভাৱে 2400 টা পৰিয়াল বাছনি কৰিছিল আৰু এটা পৰিয়ালত থকা গাড়ীৰ সংখ্যাৰ সৈতে পৰিয়ালটোৰ আয়ৰ কিবা সম্পৰ্ক আছে নেকি নিৰ্ণয় কৰাৰ বাবে জৰীপ চলাইছিল। প্ৰাপ্ত তথ্যসমূহ নিম্নোক্ত তালিকাত উল্লেখ কৰা হ'ল :

মাহিলি আয় (টকাত)	পৰিয়ালে প্ৰতি গাড়ীৰ সংখ্যা			
	0	1	2	2ৰ অধিক
7000টকৈ কম	10	160	25	0
7,000 – 10,000	0	305	27	2
10,000 – 13,000	1	535	29	1
13,000 – 16,000	2	469	59	25
16,000 বা ততোধিক	1	579	82	88

ধৰা হ'ল, পৰিয়াল এটা বাছনি কৰা হৈছে।

সম্ভাবিতা নিৰ্ণয় কৰা যে বাছনিকৃত পৰিয়ালটোৰ

(i) মাহিলি 10,000 – 13,000 টকাৰ ভিতৰত উপাৰ্জন আৰু 2 খনহে গাড়ী আছে।

(ii) মাহিলি উপাৰ্জন 16,000 টকা বা ততোধিক আৰু 1 খনহে গাড়ী আছে।

(iii) মাহিলি উপাৰ্জন 7,000 তকৈ কম আৰু কোনো গাড়ী নাই।

(iv) মাহিলি উপাৰ্জন 13,000 – 16,000 টকাৰ ভিতৰত আৰু 2 খনতকৈ অধিক গাড়ী আছে।

(v) 1 খনতকৈ অধিক গাড়ী নাই।

6. তালিকা 14.7, অধ্যায় 14 দ্ৰষ্টব্য।

(i) গণিতৰ পৰীক্ষাত এজন ছাত্ৰই 20% তকৈ কম নম্বৰ পোৱাৰ সম্ভাবিতা নিৰ্ণয় কৰা।

(ii) এজন ছাত্ৰই 60 অথবা তাতকৈ অধিক নম্বৰ লাভ কৰাৰ সম্ভাবিতা উলিওৱা।

7. পৰিসংখ্যা বিজ্ঞান বিষয়টোৰ সম্পৰ্কে ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ মনোভাৱ জনাৰ উদ্দেশ্যে 200 গৰাকী ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ মাজত এটা জৰীপ চলোৱা হৈছিল। প্ৰাপ্ত তথ্যসমূহ নিম্নোক্ত তালিকাত উল্লেখ কৰা হ'ল।

মনোভাৱ	ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা
প্ৰিয়	135
অপ্ৰিয়	65

যাদৃচ্ছিকভাৱে বাছনি কৰা এজন ছাত্ৰ বা ছাত্ৰীৰ ক্ষেত্ৰত সম্ভাবিতা উলিওৱা যাতে

(i) তেওঁ পৰিসংখ্যা বিজ্ঞান ভাল পায় (ii) তেওঁ ইয়াক ভাল নাপায়।

8. অনুশীলনী 14.2, প্ৰশ্ন 2 দ্ৰষ্টব্য। ব্যৱহাৰিক সম্ভাবিতা নিৰ্ণয় কৰা যাতে এগৰাকী অভিযন্তাই

(i) নিজৰ কৰ্মস্থলীৰ পৰা 7 কিঃমিঃতকৈ কম দূৰত্ব ঠাইত বাস কৰে।

(ii) নিজৰ কৰ্মস্থলীৰ পৰা 7 কিঃমিঃ বা তাতোকৈ বেছি দূৰত্বৰ ঠাইত বাস কৰে।

(iii) নিজৰ কৰ্মস্থলীৰ পৰা $\frac{1}{2}$ কিঃমিঃৰ ভিতৰত বাস কৰে।

9. **কাৰ্য :** তোমালোকৰ বিদ্যালয়ৰ সন্মুখেৰে এক নিৰ্দিষ্ট সময় অন্তৰালত পাৰ হৈ যোৱা দুচকীয়া, তিনিচকীয়া আৰু চাৰিচকীয়া যানৰ বাৰংবাৰতা টুকি ৰাখা। তুমি লক্ষ্য কৰা মুঠ যানসমূহৰ ভিতৰত যিকোনো এখন যান দুই চকীয়া হোৱাৰ সম্ভাবিতা উলিওৱা।

10. **কাৰ্য :** তোমাৰ শ্ৰেণীৰ আটাইবোৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীকে এটা 3 অংকীয়া সংখ্যা লিখিবলৈ দিয়া। কোঠাটোৰ এগৰাকী ছাত্ৰ বা ছাত্ৰীক যাদৃচ্ছিকভাৱে বাছনি কৰা। তেওঁ লিখা সংখ্যাটো 3 ৰে বিভাজ্য হোৱাৰ সম্ভাবিতা কিমান? মনত ৰাখিবা যে এটা সংখ্যা 3 ৰে বিভাজ্য হয় যদি ইয়াৰ অংক কেইটাৰ সমষ্টিটো 3 ৰে বিভাজ্য হয়।

11. প্ৰত্যেকতে 5 কিঃগ্ৰাঃ বুলি চিহ্নিত কৰা গম আটাৰ এঘাৰটা মোনাত প্ৰকৃততে আটাৰ ওজন (কিঃগ্ৰাঃত) আছিল নিম্নোক্ত ধৰণৰ—
4.97 5.05 5.08 5.03 5.00 5.06 5.08 4.98 5.04 5.07 5.00
এই মোনাবোৰৰ পৰা যাদৃচ্ছিকভাৱে বাছনি কৰা কোনোবা এটা মোনাত 5 কিঃগ্ৰাঃতকৈ বেছি আটা থকাৰ সম্ভাৱিতা নিৰ্ণয় কৰা।

12. অনুশীলনী 14.2, প্ৰশ্ন-5 অত কোনো এখন মহানগৰীৰ 30 দিন ধৰি প্ৰতি PPM (parts per million) বায়ুত ছালফাৰ ডাই-অক্সাইডৰ গাঢ়তা সম্বন্ধীয় এখন বাৰংবাৰতা বিভাজন তালিকা প্ৰস্তুত কৰিবলৈ তোমালোকক কোৱা হৈছিল। এই তালিকাৰ সহায়ত উক্ত দিনবোৰৰ যিকোনো এটাত ছালফাৰ ডাই-অক্সাইডৰ গাঢ়তা 0.12 - 0.16 অন্তৰালত থকাৰ সম্ভাৱিতা উলিওৱা।

13. অনুশীলনী 14.2, প্ৰশ্ন-1 অত তোমালোকক এটা শ্ৰেণীৰ 30 গৰাকী ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ তেজৰ গ্ৰুপ সম্বন্ধীয় এখন বাৰংবাৰতা বিভাজন তালিকা প্ৰস্তুত কৰিবলৈ কোৱা হৈছিল। এই তালিকাখনৰ সহায়ত এই শ্ৰেণীটোৰ যাদৃচ্ছিকভাৱে বাছনি কৰা এগৰাকী ছাত্ৰ বা ছাত্ৰীৰ তেজৰ গ্ৰুপ AB হোৱাৰ সম্ভাৱিতা উলিওৱা।

15.3 সাৰাংশ (Summary) :

এই অধ্যায়ত তোমালোকে নিম্নোক্ত বিষয়সমূহ অধ্যয়ন কৰিলা :

1. কোনো পৰীক্ষাৰ ক্ষেত্ৰত এটা ঘটনা হ'ল পৰীক্ষাটোৰ কিছুমান ফল (outcome)ৰ সংগ্ৰহ বা সমষ্টি।
2. এটা ঘটনা E ৰ ক্ষেত্ৰত ব্যৱহাৰিক (Empirical) বা পৰীক্ষামূলক (Experimental) সম্ভাৱিতা P(E) ৰ বৰ্ণনা দিয়া হয় এনেদৰে—

$$P(E) = \frac{\text{প্ৰচেষ্টাৰ সংখ্যা যিবোৰত E সংঘটিত হৈছে}}{\text{মুঠ প্ৰচেষ্টাৰ সংখ্যা}}$$

3. এটা ঘটনাৰ সম্ভাৱিতা 0 আৰু 1 ৰ মাজত (0 আৰু 1 সমন্বিতে) থাকে।