इकाई – 5

अध्याय – 5

गैसों का गत्यात्मक सिद्धान्त
(Kinetic Theory of Gases)

गैसों के अणुगति सिद्धान्त की व्याख्या का अध्ययन करने से पहले यह आवश्यक है कि हम तीन महत्वपूर्ण चरों ताप, दाब एवं आयतन के बारे में जानकारी प्राप्त करें।

ताप अवधारणा, मानक एवं पैमाना
(Concept of Temperature, Standard and Scale)

जब हम हाथों को रगड़ते हैं तो कुछ क्षण पश्चात् वे गर्म हो जाते हैं। किसी पत्थर पर चाकू या उस्तरे की धार को तीव्र गति से उल्टा–सीधा चलाने पर चाकू एवं उस्तरा गर्म हो जाते हैं। एक आयताकार पिण्ड किसी नत समतल पर फिसलता है तो सम्पर्क क्षेत्र गर्म हो जाता है। अंतरिक्ष यान जब पृथ्वी के वायुमण्डल में प्रवेश करता है तो घर्षण के कारण यान की बाह्य सतह अत्यन्त गर्म हो जाती है। उपरोक्त सभी घटनाओं मे यांत्रिक ऊर्जा की हानि होती है एवं संबंधित वस्तुएं गर्म हो जाती है। यांत्रिक ऊर्जा में होने वाली कमी आन्तरिक ऊर्जा में समाहित हो जाती है। फलस्वरूप वस्तु में उष्णता आ जाती है। अतएव यह कह सकते हैं कि उष्ण पिण्ड की आन्तरिक ऊर्जा अन्यथा सर्वसम शीत पिण्ड से अधिक होती है।

अब हम एक उष्ण एवं एक शीत पिण्ड पर विचार करते हैं। जब इन्हें परस्पर सम्पर्क में लाते हैं तो शीतल पिण्ड गर्म होता है एवं गर्म पिण्ड शीतल होता जाता है। अतः शीतल पिण्ड की आन्तरिक ऊर्जा बढ़ती जाती है एवं गर्म पिण्ड की कम होती जाती है। सम्पर्क में स्थित पिण्डों में परस्पर ऊर्जा का विनिमय होता रहता है एवं इस प्रक्रिया में, पिण्डों में आयतन परिवर्तन शून्य होने की स्थिति में, कोई यांत्रिक कार्य नहीं होता है। गर्म से ठण्डी वस्तु की तरफ ऊर्जा स्थानान्तरण अयांत्रिक प्रक्रिया है। वह ऊर्जा जो एक वस्तु से दूसरी वस्तु को बिना यांत्रिक कार्य किये हुए, स्थानान्तरित होती है उसे ऊष्मा कहते हैं। यह ऊर्जा का एक रूप है जो कि मौलिक रूप से बेतरतीब होती है। ऊर्जा के इस मौलिक स्वरूप का भौतिकी में महत्वपूर्ण स्थान है एवं ऊष्मागतिकी, ठोस अवस्था भौतिकी, सांख्यिकीय भौतिकी, खगोलीय भौतिकी आदि में प्रमुख राशि के रूप में प्रयुक्त होती है। अतः ऊष्मा का मापन एवं पैमाना, मात्रात्मक विश्लेषण के लिए अति आवश्यक है। सर्वप्रथम शून्यांकी नियम द्वारा ताप को ऊष्मा के मापन के लिए निरूपित किया गया। इस नियम का कथन इस प्रकार है –

"यदि दो वस्तुएं A एवं B ऊष्मागतिकीय साम्य में हैं तथा B एवं C भी ऊष्मागतिकीय साम्य में हैं तो A एवं C भी ऊष्मागतिकीय साम्य में होंगी।"

वे सभी वस्तुएं जो परस्पर ऊष्मीय साम्य में है उनका ताप भी समान होता है।

ताप को परिभाषित करने के बाद यह जानना आवश्यक है कि ताप का आंकिक मान कैसे निर्धारित किया जाय। इसके लिए ताप का मानकीकरण एवं पैमाना आवश्यक है। तापमान ज्ञात करने के लिए पारे का तापमापी या प्रतिरोध तापमापियों का प्रयोग किया जाता है।

सामान्यतः पारे के तापमापी का उपयोग दैनिक जीवन में किया जाता है जिसे चित्र 5.1 में यह दर्शाया गया है। जब तापमापी का पैंदा, जिसमें पारा भरा हुआ है, किसी गर्म वस्तु के सम्पर्क में आता है तो पारा घुण्डी में ऊपर की तरफ बढ़ता है। तापमान के अनुरूप यह एक विशिष्ट माप पर जाकर बढ़ना बन्द हो जाता है। आंख द्वारा इसे पढ़ करके ताप ज्ञात कर सकते हैं। पारे के तापमापी द्वारा माप की इकाई को °C (डिग्री सेल्सियस) कहते हैं। सेल्सियस प्रणाली में 1 वायुमण्डलीय दाब पर पानी का जमाव बिन्दु 0°C एवं वाष्प बिन्दु 100°C माना गया है। यदाकदा सेल्सियस एवं सेन्टीग्रेड को समान रूप से ताप की इकाई के रूप में काम में लिया जाता है।

तापमान अदिश राशि है जिसके अन्य पैमाने भी प्रचलित हैं। फारेनहाइट प्रणाली में इकाई वायुमण्डलीय दाब पर पानी का जमाव बिन्दु 32°F एवं वाष्प बिन्दु 212°F होता है। अतः फारेनहाइट पैमाने में इकाई बढ़ोतरी सेल्सियस पैमाने में $\frac{180}{100}=\frac{9}{5}$ C के तुल्य है। इस आधार पर एवं यह ध्यान रखते हुए कि पानी के जमाव बिन्दु 32°F या 0°C पर ऊष्मा तुल्य होगी इन दोनों के मध्य संबंध निर्धारित किया जा सकता है–

$$F = 32 + \frac{9}{5}C$$

या
$$\frac{F-32}{9}=\frac{C}{5} \qquad (5.1)$$

उपरोक्त सूत्र से देखा जा सकता है कि दोनों पैमाने -40 पर बराबर होते हैं (चित्र 5.1)। सामान्य तौर पर हमारे शरीर का तापमान लगभग 98.6°F होता है जो कि 37°C के तुल्य है। तापमान ज्ञात करने के लिए अन्य तापमापियों का प्रयोग भी किया जाता है जैसे प्रकाशिक तापमापी, प्लेटिनम प्रतिरोध तापमापी, नियत आयतन गैस तापमापी आदि। इनकी सुग्राहिता, परास एवं कार्यप्रणाली अलग–अलग सिद्धान्तों पर आधारित होती है। इनके बारे में आप आगे अध्ययन करेंगे।

चित्र 5.1

यहां ध्यान देने योग्य है कि सेल्सियस एवं फारेनहाइट तापमापियों पर ताप के अलग–अलग मान विभिन्न भौतिक एवं रासायनिक अवस्थाओं को दर्शाते हैं। सामान्यतः पैमाना, उसकी सुग्राहिता, परास, तापमीति में प्रयुक्त पदार्थ के तापीय गुणों से निर्धारित होता है।

उदाहरण 5.1 – सामान्य स्थितियों मे लिथियम का क्वथनांक 1347°C है। इसे फारेनहाइट में परिवर्तित कीजिये।

हल – हम जानते हैं कि $F = 32 + \frac{9}{5}C$

यह दिया है कि $C = 1347°C$

$$\therefore \quad F = 32 + \frac{9}{5}\times 1345$$
$$= 37 + 9 \times 269$$
$$= 37 + 2421$$
$$= 2458$$

अतः लिथियम का क्वथनांक $= 2458°F$

दाब (Pressure)

क्या आपने कभी विचार किया कि सुई के द्वारा नाड़ियों में दवाई प्रवाहित करने के लिए सुई पर हल्का सा (बहुत कम) बल लगाना पड़ता है। इसके विपरीत शरीर पर किसी बड़े लेकिन नुकीले पदार्थ (जैसे कि पेंच) से शल्य क्रिया करने के लिए अपेक्षाकृत ज्यादा बल लगाना पड़ता है। आपको जानकर आश्चर्य होगा कि सुई के द्वारा डाला गया दाब दूसरे उदाहरण की तुलना में ज्यादा है अतः लगाया गया बल कितने अनुप्रस्थ काट पर समरूप से लग रहा है, यह एक विशिष्ट भौतिक राशि से व्यक्त किया जाता है जिसे दाब कहते हैं। दाब वह बल है जो कि किसी ठोस, द्रव या गैस द्वारा इकाई क्षेत्र पर लगाया जाता है। यदि $\vec{F}$ बल $\vec{A}$ अनुप्रस्थ काट के लम्बवत् लग रहा है तो

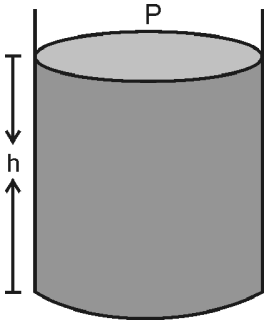
$$P = \frac{F}{A} \qquad (5.2)$$

दाब अदिश लेकिन विषमदैशिक राशि है, उच्च कक्षाओं में आप अन्तर्निहित विभिन्न अवधारणाओं का अध्ययन करेंगे।

ठोसों के विपरीत द्रव एवं गैसों में प्रवाह होता है एवं विराम अवस्था में द्रव एवं गैस स्पर्शीय बल को संभाल नहीं पाते अतः आरोपित बल द्रव तल के लम्बवत् होता है तथापि जलीय स्थैतिक अवस्था में दाब सभी दिशाओं में समरूप से पारगमित होता है। द्रव में किसी स्तर पर दाब सभी दिशाओं में समान रूप से आरोपित होता है जो दर्शाता है कि स्थिर द्रव के कारण दाब, या जल स्थैतिक अवस्था में दाब, से संबद्ध कोई दिशा नहीं होती है। दाब के विभिन्न मात्रक प्रयुक्त होते हैं। मी. कि. से. में इसका मात्रक न्यूटन/मी^{2} है जिसको पास्कल (Pa) भी कहते हैं। सेमी. ग्रा. से. में दाब का मात्रक डाइन/सेमी^{2} होता है। वायुमण्डलीय दाब (atm), बार (Bar) एवं टॉर (Torr) भी दाब की प्रचलित इकाइयां हैं। क्योंकि दाब से संबंधित घटनाओं का अध्ययन क्षेत्र अति व्यापक है अतः विभिन्न क्षेत्रों में अलग–अलग मात्रक प्रयुक्त होते हैं। अब हम प्रमुख दाब इकाइयों के मध्य संबंध ज्ञात करते हैं।

वायुमण्डलीय दाब
(Atmospheric Pressure)

चित्र 5.2 में बेलनाकार पात्र का अनुप्रस्थ काट (पैंदे का क्षेत्रफल) मान A है। इसे ρ घनत्व के द्रव से h ऊँचाई तक भरा गया है। द्रव पात्र के पैंदे पर नीचे की तरफ गुरुत्वाकर्षण बल लगाता है।



चित्र 5.2

गुरुत्वाकर्षण बल $F=mg$

$= (\rho \times V) \times g = \rho \times A \times h \times g$

एवं दाब $P=\frac{F}{A}=\frac{\rho Ahg}{A}=\rho gh$

$$\therefore \; P = \rho gh \qquad (5.3)$$

वायुमण्डलीय दाब को मापने के लिए प्रयुक्त दाबमापी में सामान्यतः पारे का प्रयोग होता है। सामान्य वायुमण्डलीय स्थितियों में पारे का स्तर 76 cm या 760 mm होता है। इसके संगत दाब को इकाई वायुमण्डलीय दाब कहते हैं।

अतः वायुमण्डलीय दाब –

$$= 13.6 \; \frac{gm}{cm^3} \times 980 \frac{cm}{sec^2} \times 76 cm$$

$$= 1.013 \times \frac{gm}{cm \; sec^2} \times 10^6$$

$$= 1.013 \times 10^5 \; Pa \qquad (5.4)$$

$$\because \; 1 \; Pa = 10 \; \frac{gm}{cm \; sec^2}$$

इसी प्रकार 1 Bar = 10^5 Pa एवं 1 टॉर = पारे का 1 मि. मी. कॉलम स्तर के तुल्य होता है। अतः 1 टॉर =

$$13.6 \; \frac{gm}{cm^2} \times 980 \; \frac{cm}{sec^2} \times 0.1 \; cm$$

$$= 1.33 \times 10^4 \; \frac{gm}{cm \; sec^2}$$

$$= 1.33 \times \frac{10^4}{10} \quad Pa = 1.33 \times 10^3 \; Pa$$

$$\therefore \; 1 \text{ टॉर} = 1.33 \times 10^3 \; Pa \qquad (5.5)$$

समीकरण 5.3 से यह स्पष्ट है कि दाब गहराई के साथ रेखीय रूप से बढ़ता है। यदि किसी द्रव की सतह पर दाब P_o है तो गहराई के साथ दाब का मान निम्न सूत्र से व्यक्त किया जाता है : $P = P_0 + \rho gh$ (5.6)

दाब से संबंधित कुछ रोचक तथ्य
(Interesting Facts Related to Pressure)

1. सुई द्वारा हाथ से कढ़ाई एवं तिरपन करने के लिए बहुत कम बल लगाना पड़ता है क्योंकि $P=\frac{F}{A}$ एवं सुई की नोक का क्षेत्रफल न्यून होता है अतः कम बल भी अधिक दाब आरोपित करता है।
2. यदि आप माही बजाज सागर, जयसमंद या राणा प्रताप सागर बांध का निरीक्षण करें तो पायेंगे कि पानी को रोकने के लिए बनायी गयी कंक्रीट की दीवार का क्षेत्रफल ऊपर कम होता है तथा बांध के तल तक क्रमशः बढ़ता जाता है। क्योंकि निचले तल का पानी अधिक गहराई तक है समीकरण 5.3 के अनुसार गहराई पर पानी का दबाव अधिक होता है। जैसे–जैसे हम सतह की तरफ ऊपर जायेंगे गहराई कम होती जायेगी अतः दाब का मान भी कम होता जायेगा। अधिक दाब लगाने वाले पानी को रोकने के लिए बांध की दीवार को नीचे से ज्यादा क्षेत्रफल वाली अतुल्यलम्बक (Trapezium) के आकार का बनाया जाता है।
3. सेना के टेंकों के चौड़े स्टिल पट्टे – हम जानते हैं कि सेना के टेंकों के पहिये स्टिल के बने पट्टों पर चलते है। बिना पट्टे के यदि पहिये चलते हैं तो संपर्क क्षेत्रफल का मान कम होता है एवं दाब ज्यादा लगता है। ऊबड़–खाबड़ जगहों पर ज्यादा दाब अलग–अलग बिनुओं पर लगने से टेंकों का संतुलन बिगड़ता है, चलाना मुश्किल हो जाता है। पट्टों को लगाने पर संपर्क क्षेत्र बढ़ जाता है एवं अपेक्षाकृत समतल मार्ग बन जाता है। जिससे असंतुलन की स्थिति घट जाती है एवं संचालन आसान हो जाता है।
4. ट्रेक्टर के बड़े पहिये – खेतों की ज़मीनें समतल नहीं होती है। बुवाई के समय उर्वरा क्षमता बनाये रखने के लिए मिट्टी को बार–बार उलट–पलट किया जाता है। इसमें ट्रेक्टर का प्रयोग होता है। ट्रेक्टर के पहिये बड़े होते हैं फलस्वरूप संपर्क क्षेत्र का मान अधिक होता है एवं दाब कम लगता है फलतः ट्रेक्टर आसानी से खेतों में चल पाते हैं।

गैसों में दाब (Pressure in Gases)

गैसों में दाब की अवधारणा को स्पष्ट करने के लिए उपरोक्त विवेचना के अतिरिक्त कुछ अन्य मूल तत्वों का समावेश करना आवश्यक है। गैसों में अणु यादृच्छिक रूप से गति करते हैं। अणु आपस में टक्करें करते हैं जिन्हें प्रत्यास्थ माना जा सकता है। टक्करों के माध्यम से एक अणु दूसरे अणु को ऊर्जा स्थानान्तरित करता है जो पूर्ण रूप से गतिज ऊर्जा मानी जा सकती है। फलस्वरूप एक अणु के वेग में कमी तथा दूसरे के वेग में वृद्धि होती है एवं प्रति सेकण्ड वेग एतदर्थ संवेग के मान में परिवर्तन होता है। हम जानते हैं कि संवेग में परिवर्तन की दर को बल कहते हैं। अतः गैसों में एक काल्पनिक इकाई क्षेत्रफल के अनुप्रस्थ काट पर विचार करें तो इस पर आपतित अणुओं द्वारा लगाया गया लम्बवत् बल, आरोपित दाब के तुल्य होता है। अगर प्रति सेकण्ड होने वाली टक्करों की संख्या बढ़ती है और संवेग में परिवर्तन की दर भी यदि बढ़ती है तो दाब का मान बढ़ेगा। यदि

अणुओं की संख्या बढ़ा दी जाती है तो संवेग में परिवर्तन की दर तेज हो जाती है अतः दाब बढ़ जायेगा। यह दाब की अणु गति सिद्धान्त पर आधारित व्याख्या है।

उदाहरण 5.2 – समुद्र तल से कितनी गहराई पर दाब वायुमण्डलीय दाब का दुगुना होता है। पानी का घनत्व 1000 किग्रा/मी^{3} है एवं गुरुत्वीय त्वरण $g = 9.8$ मी/से^{2}

हल – हम जानते हैं कि $P=P_0 + \rho gh$

$$h = \frac{P - P_0}{\rho g}$$

दिया हुआ है कि $P_0 = 1.013 \times 10^5$ Pa

$P = 2 \times 1.013 \times 10^5$ Pa, $\rho = 1000$ kg/m^3

$$\text{तो } h = \frac{(2-1)\times 1.013\times 10^5}{1000\times 9.8} = \frac{1.013\times 10^2}{9.8}$$

$$= \frac{101.3}{9.8} = 10.34 \text{ मी.}$$

आयतन (Volume)

प्रत्येक परमाणु एवं अणु का आकार त्रिविमीय होता है अतः वे स्थान घेरते हैं जिसे आयतन कहते हैं। ठोसों का आयतन सुनिश्चित होता है। द्रव जिस पात्र में रखा जाता है उसके अनुरूप दैहिक आकृति में ढल जाता है लेकिन उसके आयतन में परिवर्तन नहीं आता है। इनके विपरीत गैसों का आयतन परिमित लेकिन अनिश्चित होता है। पात्र के अनुरूप गैस का आयतन बदल सकता है। इसकी इकाई मी^{3} या सेमी^{3} होती है। गैस एक मूल इकाई (entity) से बनी होती है। ये इकाई समान अथवा असमान परमाणु या उनका समूह हो सकते हैं। इस मौलिक इकाई में गैस के समस्त रासायनिक गुण मौजूद होते हैं एवं गैस में मौलिक इकाइयों के मध्य दूरी उनके आकार की तुलना में अत्यधिक होती है।

गैसों के गति सिद्धान्त के अभिगृहित

(Postulates of Kinetic Theory of Gases)

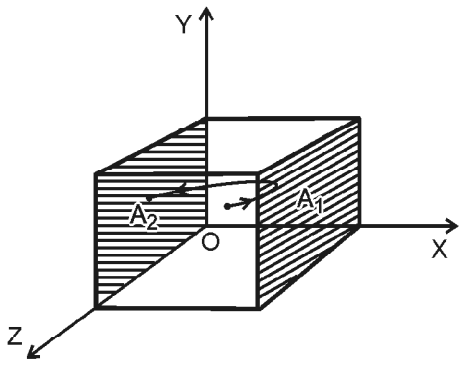
सर्वप्रथम गत्यात्मक सिद्धान्त से गैस के व्यवहार की व्याख्या की गयी। क्योंकि गैसों के वास्तविक व्यवहार का विश्लेषण जटिल कार्य है अतः प्रारम्भ में गैस के सरल प्रतिरूप की कल्पना करते हैं जो कि कतिपय अभिगृहितों पर आधारित है। जो गैस इस प्रतिरूप के समतुल्य है उसे आदर्श गैस कहते हैं। गैसों के गत्यात्मक सिद्धान्त के मुख्य अभिगृहित निम्न हैं –

1. सभी गैसों में अणु विभिन्न दिशाओं में यादृच्छिक गति करते हैं। अणु सामान्यतः एक, द्वि, त्रिक या बहु परमाण्विक होते हैं तथा परमाणु समान या असमान हो सकते हैं।
2. अणुओं का आकार उनके मध्य स्थित औसत दूरी के सापेक्ष बहुत कम होता है।
3. अणुओं के मध्य एवं अणुओं एवं पात्र की दीवारों के बीच कोई बल नहीं लगता है।
4. परस्पर अणुओं एवं अणु व पात्र की दीवारों के मध्य होने वाली टक्करें पूर्णतया प्रत्यास्थ होती है। अतः गतिज ऊर्जा संरक्षित रहती है। टक्कर अत्यल्प समय के लिए होती है।
5. सभी अणु न्यूटन के गति समीकरण का पालन करते हैं।
6. साम्यावस्था में गैस का घनत्व, अणुओं का वेग वितरण आदि समय, स्थिति तथा दिशा भर निर्भर नहीं करते हैं। सामान्यतः यह अभिगृहित कम घनत्व की स्थिति में लागू होता है।
7. सामान्य स्थितियों में गैस का घनत्व पूरे पात्र में समान है।
8. सभी अणु एक समान है जिन्हें ठोस गोले के तुल्य मानते हैं।

आदर्श गैस में दाब की गणना

(Calculation of Pressure in Ideal Gas)

चित्र 5.3 में आदर्श गैस एक घनाकार पात्र में भरी है। घन की प्रत्येक भुजा माना L है। पात्र का कोना O मूल बिन्दु है तथा X, Y एवं Z भुजाओं के समानान्तर अक्ष है। A_1 एवं A_2 घन के दो समानान्तर तल है जो कि XZ तल के लम्बवत् हैं।



चित्र 5.3

माना कि $\vec{v}$ वेग से गतिशील एक अणु के X, Y, Z दिशा में घटक क्रमवार v_x, v_y एवं v_z है। गतिशील अणु दीवार A_1 से टकराने के पश्चात् वापस लौटता है। उसका दीवार से टक्कर के पश्चात् वेग का X दिशा में घटक $-v_x$ हो जाता है लेकिन v_y एवं v_z के मान अपरिवर्तित रहते हैं। क्योंकि टक्करें पूर्णतया प्रत्यास्थ मानी गयी हैं, अतः अणु के संवेग (p) में परिवर्तन

$$\Delta p = mv_x - (-mv_x) = 2mv_x \qquad (5.7)$$

संवेग संरक्षण के कारण दीवार के संवेग में परिवर्तन

$\Delta p = -2mv_x$

यदि A_1 एवं A_2 तलों के मध्य गुजरने के दौरान अणु कोई टक्कर नहीं करता है तब A_1 से A_2 तक जाने में लगा समय $= \frac{L}{v_x}$

यदि अणु A_2 पर टक्कर के पश्चात् लौटकर A_1 की तरफ जाता है तथा $\frac{L}{v_x}$ समय पश्चात् पुनः तल A_1 से टकरायेगा। अतः दो लगातार टक्करों के मध्य लगने वाला समय $\Delta t = \frac{2L}{v_x}$ एवं इकाई समय में A_1 तल से होने वाली टक्करों की संख्या

$$n = \frac{1}{\Delta t} = \frac{v_x}{2L} \qquad (5.8)$$

अतएव इकाई समय में तल को स्थानान्तरित संवेग का मान $= n\Delta p$ होगा। हम जानते हैं कि प्रति सेकण्ड संवेग में होने वाले परिवर्तन को बल कहते हैं अतः तल पर लगाया बल :

$$\Delta F = n\Delta p$$

$$= -\frac{v_x}{2L} 2mv_x = -\frac{m}{L} v_x^2 \qquad (5.9)$$

प्रभावी रूप से यही बल दीवार द्वारा अणु पर लगाया जाता है फलतः A_1 पर आरोपित बल का मान

$$F = \sum \frac{m}{L} v_x^2$$

$$= \frac{m}{L} \sum v_x^2 \qquad (5.10)$$

आदर्श गैस के अणुओं की गति सभी दिशाओं में समान रूप से संभावित है अर्थात् किसी विशेष दिशा में गति की पहल का कोई कारण नहीं है, इन स्थितियों में –

$$\sum v_x^2 = \sum v_y^2 = \sum v_z^2 \qquad (5.11)$$

$$\therefore \sum v_x^2 = \frac{1}{3}\left(\sum v_x^2 + \sum v_y^2 + \sum v_z^2\right)$$

$$= \frac{1}{3} \sum v^2 \qquad (5.12)$$

$$\therefore \quad F = \frac{1}{3} \frac{m}{L} \sum v^2 \qquad ...(5.13)$$

अगर कुल अणुओं की संख्या N है तब $F = \frac{mN}{3L} \frac{\sum v^2}{N}$

एवं दाब $P = \frac{F}{L^2} = \frac{1}{3} \frac{mN}{L^3} \cdot \frac{\sum v^2}{N}$

$$= \frac{1}{3} \frac{M}{L^3} \cdot \frac{\sum v^2}{N} = \frac{1}{3} \rho \cdot \frac{\sum v^2}{N}$$

यहां M कुल द्रव्यमान, ρ घनत्व एवं $\frac{\sum v^2}{N}$ वेग के वर्ग का औसत मान है जिसे $\overline{v^2}$ से व्यक्त करते हैं।

$$\therefore \quad P = \frac{1}{3} \rho \overline{v^2} \qquad (5.14)$$

या $\quad P = \frac{1}{3} \frac{M}{V} \overline{v^2}$

यदि $\sqrt{\frac{\sum v^2}{N}}$ को वेग का वर्ग माध्य मूल मान कहते हैं

अर्थात् $V_{rms} = \sqrt{\frac{\sum v^2}{N}}$

अब $\quad PV = \frac{1}{3} M\overline{v^2}$

या $\quad PV = \frac{1}{3} mN\overline{v^2} = \frac{1}{3} mNv_{rms}^2 \qquad (5.15)$

यही अणुगति सिद्धान्त से आदर्श गैस के लिए दाब एवं आयतन के मध्य संबंध है। अणुगति सिद्धान्त से विभिन्न परिस्थितियों में गैसों के व्यवहार की व्याख्या की जा सकती है।

डाल्टन का आंशिक दाब का नियम
(Dalton's Law of Partial Pressure)

यदि एक पात्र में गैसों का मिश्रण है तो अणुगति सिद्धान्त में मिश्रण की गैसों के लक्षणों के कारण विभिन्न चरों पर होने वाले प्रभाव की गणना करना आवश्यक है। मिश्रण की गैसों के अणुओं का द्रव्यमान अलग होता है अतः दीवार पर लगाया बल विभिन्न अणुओं द्वारा लगाये गये बल का बीजगणितीय योग होता है।

∴ कुल बल F = गैस 1 के N_1 अणुओं द्वारा आरोपित बल

$+$ गैस 2 के N_2 ...

$+$ गैस 3 के N_3 ...

$$\therefore \quad P = \frac{F_1}{A} + \frac{F_2}{A} + \frac{F_3}{A} + \frac{F_4}{A} + \ldots$$

यदि $\frac{F_1}{A}$ को आंशिक दाब P_1 से व्यक्त करें तो

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + \ldots \qquad (5.16)$$

यही डाल्टन का आंशिक दाब का नियम है। इसके अनुसार गैसों के मिश्रण द्वारा आरोपित दाब का मान प्रत्येक गैस द्वारा मिश्रण के कुल आयतन पर आरोपित दाबों के योग के बराबर होता है।

बॉयल का नियम (Boyle's Law)

समीकरण (5.15) से $PV = \frac{1}{3} mNv^2_{rms}$

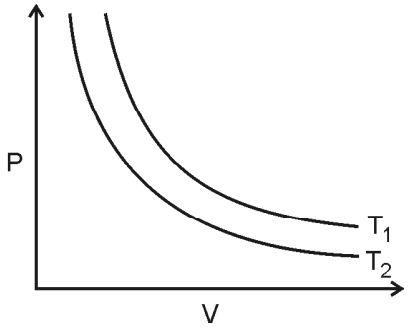
आदर्श गैसों के लिये यह ज्ञात किया जा सकता है कि $v^2_{rms} = 3kT/m$ अतः नियत ताप पर v^2_{rms} स्थिरांक है एवं गैस की निश्चित मात्रा के लिए m एवं N भी स्थिरांक है अतः $P_1V_1 = P_2V_2 = P_2V_3$

या $PV =$ स्थिरांक

इस आधार पर कह सकते हैं कि नियत ताप पर निश्चित मात्रा की गैस का दाब आयतन के व्युत्क्रमानुपाती होता है :

$$P \propto \frac{1}{V} \qquad (5.17)$$

यह बॉयल का नियम है। चूंकि वास्तविक गैसें, अणुगति सिद्धान्त में मानी गयी परिस्थितियों का संपूर्ण रूपेण पालन नहीं करती हैं तथापि निश्चित परिस्थितियों में प्रत्येक गैस समीकरण (5.15) का पालन करती है। बॉयल के प्रयोगों में ताप स्थिर रखते हैं अतः विभिन्न तापों पर प्राप्त दाब–आयतन वक्र को समतापी



चित्र 5.4

वक्र कहते हैं। दाब P एवं आयतन V के मध्य ग्राफ चित्र 5.4 में दर्शाया गया है। समतापी वक्र समकोणिक अतिपरवलय होते हैं।

चार्ल्स का नियम (Charle's Law)

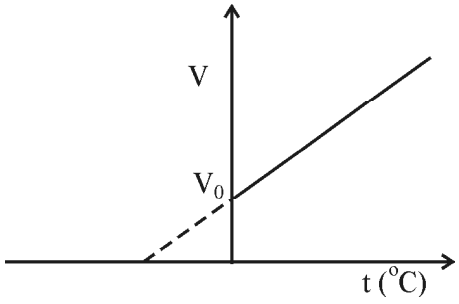
यदि ताप के बजाय गैस का दाब स्थिर हो तो समीकरण (5.15) से

$V \propto v^2_{rms}$

हम जानते हैं कि $v^2_{rms} \propto T$

अतः $V \propto T \qquad (5.18)$

अतः नियत दाब पर निश्चित मात्रा की गैस का आयतन, ताप के अनुक्रमानुपाती होता है। यह चार्ल्स का नियम है। इसके अनुसार नियत दाब पर गैस का आयतन ताप के साथ रेखीय रूप से बदलता है। यह सरल रेखीय परिवर्तन चित्र 5.5 में दर्शाया गया है। इसकी सहायता से हम ताप के अन्य पैमानों की आवश्यकता की विवेचना आगे करेंगे।



चित्र 5.5

गैलुसाक का नियम (Gailusac's Law)

यदि समीकरण (5.15) में गैस का आयतन नियत कर देते हैं तो $P \propto v^2_{rms}$

हम जानते हैं कि $v^2_{rms} \propto T$

अतः $P \propto T \qquad (5.19)$

अतः नियत आयतन पर निश्चित मात्रा की गैस का दाब, ताप के समानुपाती होता है। यह गैलुसाक का नियम या चार्ल्स का दाब नियम भी कहलाता है।

आवोगाद्रो का नियम (Avogadro's Law)

हम दो गैसों पर विचार करते हैं जिनके दाब, ताप एवं आयतन समान हैं। दोनों के लिए

$$PV = \frac{1}{3} m_1 N_1 v^2_{1rms}$$

एवं $PV = \frac{1}{3} m_2 N_2 v^2_{2rms}$

$$\therefore \quad m_1 N_1 v_{1rms}^2 = m_2 N_2 v_{2rms}^2$$

क्योंकि गैसों का ताप समान है अतः औसत गतिज ऊर्जा के मानों के लिए

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1rms}^2 = \frac{1}{2} m_2 v_{2rms}^2$$

$$\Rightarrow \quad m_1 v_{1rms}^2 = m_2 v_{2rms}^2$$

$$\therefore \quad N_1 = N_2 \qquad (5.20)$$

अतः समान ताप, दाब एवं आयतन पर समस्त गैसों में अणुओं की संख्या समान होती है। इसे आवोगाद्रो का नियम कहते हैं।

परम ताप (Absolute Temperature)

चित्र 5.5 में दर्शाये गये चार्ल्स के नियम के रेखीय निरूपण से यह स्पष्ट है कि °C पर भी गैस का निश्चित आयतन V_0 है। यदि सरल रेखा को ताप के ऋणात्मक मानो (°C) के लिए बढ़ाया जाय तो निश्चित ताप पर गैस का आयतन शून्य हो जाता है। यह काल्पनिक अवस्था है। जिस ताप पर गैस का आयतन काल्पनिक रूप से शून्य हो जाता है वह परम शून्य ताप के आसपास होता है जिसका प्रमाणिक मान –273.16°C है। इस परम शून्य ताप की अवधारणा से अणु गतिज सिद्धान्त एवं विभिन्न परिस्थितियों में गैसों के व्यवहार की व्याख्या की जा सकती है।

अत्यधिक कम ताप का प्रभाव द्रव, गैस और ठोसों के अन्य गुणों में भी परिलक्षित होता है अतः ताप के अन्य पैमाने का उद्‌भव हुआ जिसे परम ताप कहते हैं। आधुनिक विज्ञान की समस्त शाखाओं में परम ताप पैमाने का ही उपयोग होता है। परम ताप की इकाई K (Kelvin) होती है। जो कि लॉर्ड केल्विन के नाम पर रखी गई है। केल्विन (K) एवं सेन्टीग्रेड (°C) के मध्य संबंध T(K) = 273.16 + t (°C) से दर्शाया जाता है। सुविधा के लिए कमरे के ताप एवं उससे परे 273.16 को 273 के बराबर लिया जाता है लेकिन निम्न ताप भौतिकी में इसका परिशुद्ध मान ही लिया जाता है –273.16°C को परम शून्य ताप कहते हैं। इसकी परिभाषा विभिन्न मानकों द्वारा तय की गई है।

आदर्श गैस समीकरण (Ideal Gas Equation)

जेम्स क्लार्क मेक्सवेल ने बताया कि अणु गति सिद्धान्त के अभिगृहितों का पालन करने वाली गैस के अणुओं के वेग का मान प्रत्यास्थ टक्करों के कारण लगातार बदलता रहता है। मेक्सवेल एवं बोल्ट्ज़मान ने नियत ताप पर गैसों के निकाय के लिए वेग–वितरण नियम प्रतिपादित किया। इस नियम को गैसों के अणुगति सिद्धान्त में लागू करने पर P, V, एवं T में संबंध प्राप्त होता है जिसे आदर्श गैस का अवस्था समीकरण करते है। मेक्सवेल के वेग वितरण नियम से यह दर्शाया जा सकता है कि $\bar{v}_{rms}^2 = \frac{3kT}{m}$ जहाँ T ताप, m द्रव्यमान एवं k बोल्ट्ज़मान नियतांक (1.38×10^{-23} जूल प्रति केल्विन) है।

v_{rms}^2 का मान समीकरण (5.15) में रखने पर

$$PV = \frac{1}{3} m N \frac{3kT}{m}$$

या $\quad PV = NkT \qquad (5.21)$

यदि 1 ग्राम–मोल गैस की मात्रा ली जाय तो N = No = 6.023×10^{23} प्रतिमोल

अतः $PV = N_0 kT$

चूंकि $R = N_0 k$ अतः $PV = RT \qquad (5.22)$

यदि n ग्राम मोल गैस है तो $PV = nRT \qquad (5.23)$

किसी भी यांत्रिकी एवं ऊष्मागतिकी निकाय का उसके मूल चर यथा P, V एवं T के मध्य संबंध अवस्था समीकरण कहलाता है। अतः संबंध (5.23) आदर्श गैस का अवस्था समीकरण है जहाँ R गैस नियतांक है जिसका मान 8.314 जूल मोल प्रति केल्विन होता है।

उदाहरण 5.3 – सामान्य अवस्था में T = 0°C एवं P=1.013 × 10^5 Pa है तो 1 मोल आदर्श गैस का आयतन कितना होगा।

हल – आदर्श गैस का समीकरण PV = nRT

यहां पर n = 1, T = 0 + 273 = 273; P = 1.013 × 10^5 Pa तथा R = 8.314 जूल मोल प्रति केल्विन

समीकरण में यथोचित मान रखने पर

$$V = \frac{nRT}{P} = \frac{1 \text{ मो.} \ 8.314 \ \frac{\text{जूल}}{\text{के.}} \ \text{मोल} \ 273 \ \text{के.}}{1.013 \times 10^5 \ \text{पा.}}$$

= 2240.594 × 10^{-5} मी^{3}

= 22406 × 10^{-3} मी^{3}

= 22.4 लीटर (चूंकि 1 लीटर = 1000 cm^3 = 10^{-3}m^3)

उल्लेखनीय है कि यह परिणाम किसी भी आदर्श गैस के लिए सत्य है। गैसें एक परमाण्विक अथवा बहुपरमाण्विक भी हो सकती है।

वास्तविक गैसें

व्यवहार में समस्त गैसें अणुगति सिद्धान्त के अभिगृहितों का पालन नहीं करती है। कम घनत्व, कम दाब एवं अधिक ताप की

अवस्था में गैसों के अणु के मध्य दूरी अधिक होती है अतः इन परिस्थितियों में गैसें आदर्श गैस की तरह व्यवहार करती है। बॉयल नियमानुसार नियत ताप पर गैस के दाब एवं आयतन का गुणनफल स्थिरांक होता है लेकिन यह पाया गया कि अलग–अलग ताप पर दाब एवं आयतन का गुणनफल स्थिरांक नहीं होता है। प्रत्येक गैस के लिए एक विशिष्ट ताप होता है जिस पर दाब एवं आयतन के मध्य गुणनफल लगभग स्थिर रहता है। इस ताप को बॉयल ताप कहते हैं। अतः प्रत्येक गैस बॉयल ताप पर आदर्श गैस समीकरण का पालन करती है।

अणुओं की माध्य गतिज ऊर्जा

एक अणु की माध्य गतिज ऊर्जा $= \frac{1}{2} m \bar{v}^2$

सभी अणुओं की माध्य गतिज ऊर्जा $= \frac{1}{2} mN \bar{v}^2$

एकांक आयतन में स्थित अणुओं के कारण गैस की माध्य गतिज ऊर्जा $= \frac{1}{2} \frac{mN\bar{v}^2}{V}$

$= \frac{1}{2} \rho \bar{v}^2$ जहां $\rho = \frac{mN}{V}$

$\because$ $mN = M$ अतः $P = \frac{1}{3} \frac{M}{V} \bar{v}^2$

या $P = \frac{2}{3} \frac{1}{2} \frac{M}{V} \bar{v}^2 = \frac{2}{3} \frac{\bar{E}}{V}$

यदि $E = \frac{1}{2} M \bar{v}^2$ (5.24)

तो $PV = \frac{2}{3} \bar{E}$ (5.25)

उदाहरण 5.4 – कमरे के ताप (27°C) पर वायु में स्थित अणुओं की औसत गतिज ऊर्जा ज्ञात कीजिये।

हल – औसत गतिज ऊर्जा $\bar{K} = \frac{1}{2} m \bar{v}^2 = \frac{3}{2} kT$ जहां K बोल्ट्ज़मान नियतांक है।

$\therefore \quad \bar{K} = \frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-23} \times (27 + 273)$

$= \frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-23} \times 300$

$= 6.21 \times 10^{-21}$ जूल

$\because$ 1.6×10^{-19} जूल = 1 इलेक्ट्रॉन वोल्ट

अतः

$\bar{K} = \frac{6.21 \times 10^{-21}}{1.6 \times 10^{-19}} = 3.86 \times 10^{-2} = 0.0386$ इलेक्ट्रॉन वोल्ट

महत्वपूर्ण बिन्दु

1. यदि किसी गैस की सम्पूर्ण ऊर्जा गतिज ऊर्जा के रूप में है तथा स्थितिज ऊर्जा का मान शून्य है तो इसे आदर्श गैस कहते हैं।
2. गत्यात्मक सिद्धान्त के अनुसार आदर्श गैस का दाब
$$P = \frac{1}{3} mN \bar{v}^2$$
3. परम ताप (T) एवं सेण्टीग्रेट (°C) में निम्न सम्बन्ध होता है। T (केल्विन, K) = 273.16 + t (°C)
4. $PV = nRT$ को गैस का अवस्था समीकरण कहते हैं। जहां n मोल संख्या एवं R गैस नियतांक है।
5. गैसों के नियम –
   (a) PV = नियतांक, यदि T नियत है, इसे बॉयल का नियम कहते हैं।
   (b) $V \alpha T$ यदि P नियत है, इसे चार्ल्स का नियम कहते हैं।
   (c) $P \alpha T$ यदि V नियत है, इसे गेलूसाक का नियम कहते हैं।
6. आवोगाद्रो का नियम – समान दाब व ताप पर गैसों के समान आयतनों में अणुओं की संख्या बराबर होता है। प्रत्येक पदार्थ के एक मोल में अणुओं की संख्या 6.023×10^{23} होती है जिसे आवोगाद्रो संख्या कहते हैं।

अभ्यासार्थ प्रश्न

वस्तुनिष्ठ प्रश्न

1. अणु गति सिद्धान्त के आधार पर कौनसा नियम ज्ञात नहीं कर सकते हैं –
   (अ) चार्ल्स का नियम (ब) बॉयल का नियम
   (स) जूल का नियम (द) ग्राहम का नियम

2. बॉयल नियम का पालन करने वाले वक्र कहलाते हैं –

   (अ) समतापी (ब) समदाबी

   (स) समआयतनिक (द) उपरोक्त में से कोई नहीं

3. ताप के किस मान पर फेरेनहाइट एवं सेण्टीग्रेड पैमाने समान होते हैं –

   (अ) 40 (ब) 98.6

   (स) 100 (द) – 40

4. चार्ल्स के नियम का पालन करने वाली गैस का आयतन (V) एवं ताप (T, केल्विन में) के मध्य आरेख होता है –

   (अ) मूल बिन्दु से परे सरल रेखा

   (ब) मूल बिन्दु से पारित सरल रेखा

   (स) परवलय

   (द) अतिपरवलय

5. PV एवं माध्य गतिज ऊर्जा $\overline{E}$ में सम्बद्ध है –

   (अ) $PV = \frac{1}{3}\overline{E}$ (ब) $PV = \overline{E}$

   (स) $PV = \frac{1}{2}\overline{E}$ (द) $PV = \frac{2}{3}\overline{E}$

अतिलघुरात्मक प्रश्न

1. यदि कमरे का बाहर का ताप 10°C बढ़ जाता है तो फारेनहाइट पैमाने पर इसके तुल्य वृद्धि कितनी होगी?
2. नाइट्रोजन का क्वथनांक 77.3 K है। इसे सेल्सियस एवं फारेनहाइट में ज्ञात कीजिये।
3. ताप की ऊष्मागतिकी परिभाषा दीजिये।
4. परम ताप एवं परम शून्य ताप में अन्तर लिखिये।

लघुरात्मक प्रश्न

1. जब दाब 180 kPa है तो 350 K पर 8.5 लीटर आदर्श गैस में अणुओं की संख्या ज्ञात कीजिये।
2. मंगल ग्रह पर वायुमण्डलीय दाब पृथ्वी पर वायुमण्डलीय दाब का 1% है एवं औसत ताप लगभग 215 केल्विन है। मंगल के वायुमण्डल में 1 मोल आदर्श गैस का आयतन ज्ञात कीजिये।
3. आदर्श गैस समीकरण से डाल्टन के आंशिक दाब के नियम को समझाइये।
4. आवोगाद्रो नियम की व्याख्या आदर्श गैस समीकरण के आधार पर कीजिये।
5. गैसों के गत्यात्मक सिद्धान्त से दाब की व्याख्या कीजिये।

निबन्धात्मक प्रश्न

1. आदर्श गैस समीकरण की स्थापना कीजिये।
2. आदर्श गैस समीकरण से बॉयल, चार्ल्स व गैलुसाक का नियम निगमित कीजिये।
3. गैसों के अणुगति सिद्धान्त की सहायता से सिद्ध कीजिये कि $PV = \frac{2}{3}\overline{E}$
4. आदर्श गैस द्वारा डाले गये दाब की गणना कीजिये।
5. गैसें के अणुगति सिद्धान्त के प्रमुख अभिगृहित लिखिये।

उत्तरमालाः 1 (स) 2 (अ) 3 (द) 4 (ब) 5 (द)