দশম অধ্যায়
বৃত্ত
(CIRCLES)

অনুশীলনী-10.1

প্ৰশ্নঃ 1. খালী ঠাই পূৰণ কৰাঃ

(i) বৃত্তৰ কেন্দ্ৰ বৃত্তটোৰ.............ত অৱস্থিত (বহিঃভাগ/অন্তঃভাগ)

(ii) এটা বৃত্তৰ কেন্দ্ৰৰপৰা এটা বিন্দুৰ দূৰত্ব ইয়াৰ ব্যাসাৰ্দ্ধতকৈ বেছি হ'লে ই বৃত্তটোৰ ....ত অৱস্থিত (বহিঃভাগ/অন্তঃভাগ)

(iii) এটা বৃত্তৰ বৃহত্তম জ্যাডাল বৃত্তটোৰ.................।

(iv) এটা চাপৰ প্ৰান্তবিন্দু এডাল ব্যাসৰ প্ৰান্তবিন্দু হ'লে চাপটো এটা ....।

(v) এটা বৃত্তৰ বৃত্তখণ্ড এটা চাপ আৰু ....মধ্যৱৰ্তীক্ষেত্ৰ ।

(vi) এটা বৃত্তই বৃত্তটো থকা সমতলখনক...............ভাগত ভাগ কৰে ।

উত্তৰঃ (i) অন্তঃভাগ, (ii) বহিঃভাগ, (iii) ব্যাস, (iv) অৰ্ধবৃত্ত (v) জ্যা (vi) তিনিটা ।

প্ৰশ্নঃ 2. সঁচা বা মিছা লিখাঃ তোমাৰ উত্তৰৰ যুক্তি দিয়া ।

(i) কেন্দ্ৰ আৰু বৃত্তৰ যিকোনো এটা সংযোগী ৰেখাখণ্ড বৃত্তটোৰ এডাল ব্যাসাৰ্দ্ধ ।

(ii) এটা বৃত্তৰ সীমিতসংখ্যকহে সমান জ্যা থাকে

(iii) এটা বৃত্তক তিনিটা সমান চাপত বিভক্ত কৰিলে প্ৰত্যেকেই এটা অধি চাপ হ'ব ।

(iv) এডাল জ্যা, যি বৃত্তৰ ব্যাসাৰ্দ্ধৰ দুগুণ সেয়া বৃত্তটোৰ এডাল ব্যাস ।

(v) এটা বৃত্তাংশ বৃত্তৰ জ্যা আৰু ইয়াৰ অনুৰূপ চাপৰ মাদৰ ক্ষেত্ৰ ।

(vi) এটা বৃত্ত সামতলিক আকাৰ ।

সমাধানঃ (i) সঁচা (ii) মিছা ।

শুদ্ধ উক্তিঃ বৃত্ত এটাৰ অসংখ্য জ্যা থাকে ।

(iii) মিছা

শুদ্ধ উক্তিঃ দুটা চাপ থাকিলে এটা মুখ্যচাপ আৰু এটা গৌণ চাপ হয় ।

(iv) সঁচা

(v) মিছা

শুদ্ধ উক্তিঃ বৃত্তাংশ হ'ল এটা অঞ্চল যি এটা বৃত্তৰ জ্যা আৰু ইয়াৰ অনুৰূপ চাপৰ মাজত থাকে।

(vi) সঁচা ।

অনুশীলনী - 10.2

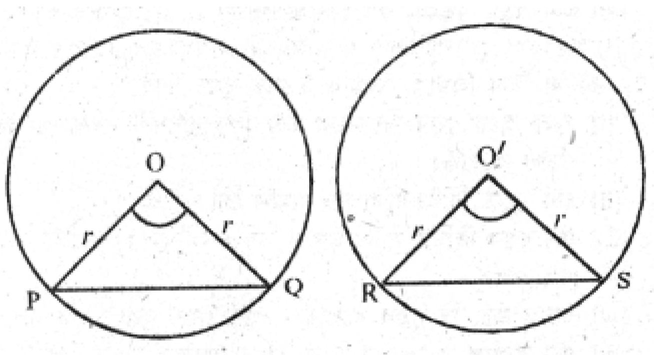
প্ৰশ্নঃ 1. মনত পেলোৱা যে দুটা বৃত্ত সৰ্বসম হ'ব যদি সিহঁতৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ একে হয় । প্ৰমাণ কৰা যে, সৰ্বসম বৃত্তৰ সমান জ্যাই কেন্দ্ৰত সমান কোণ উৎপন্নন কৰে ।

সমাধানঃ দুটা বৃত্তৰ ব্যাসাৰ্দ্ধবোৰ সমান হ'লে বৃত্তদ্বয় সৰ্বাংগসম হ'ব ।

দিয়া আছেঃ PQ আৰি RS দুটা সৰ্বাংগসম বৃত্তৰ সমান জ্যা ।

$C(O,r)$ আৰু $C'(O',r)$ বৃত্ত দুটাৰ কেন্দ্ৰদ্বয় ।

প্ৰমাণ কৰিব লাগে যে- $\angle POQ = \angle RO'S$



প্ৰমাণঃ ΔPOQ আৰু ΔROS-ৰ OP=OQ=OR=OS (ব্যাসাৰ্দ্ধ)

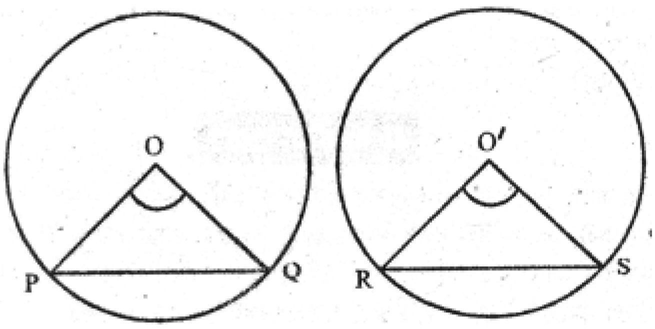
PQ=RS (প্ৰদত্ত)

∴$\Delta POQ \cong \Delta ROS$ (SSS স্বীকাৰ্য্য মতে)

∴$\angle POQ = \angle RO'S$ (প্ৰমাণিত)

প্ৰশ্নঃ 2. প্ৰমাণ কৰা যে, যদি **সৰ্বসম** বৃত্তৰ জ্যাই কেন্দ্ৰত সমান কোণ উৎপন্ন কৰে তেন্তে জ্যাবোৰ সমান ।

সমাধানঃ



দিয়া আছেঃ দুটা সৰ্বাংগসম বৃত্তৰ দুটা জ্যা হ'লঃ PQ আৰু RS । $C(O,r)$ আৰু $C'(O',r')$ বৃত্ত দুটাৰ কেন্দ্ৰ ।

প্ৰমাণ কৰিব লাগে- PQ=RS

প্ৰমাণঃ ΔPOQ আৰু ΔROS ত্ৰিভুজ দুটাৰ

$OP = OQ = OR = OS = r$ (ব্যাসাৰ্দ্ধ)

$\angle POQ = \angle ROS$ [প্ৰদত্ত]

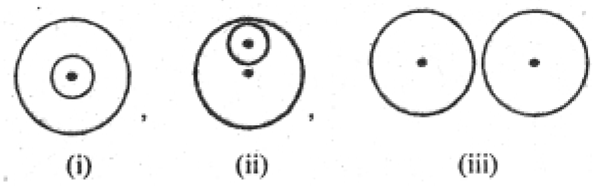
∴ $\Delta POQ \cong \Delta ROS$ [S-A-S স্বীকাৰ্য্য মতে]

∴ $PQ = RS$ (প্ৰমাণিত) ।

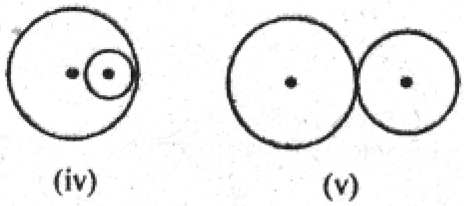
অনুশীলনী - 10.3

প্ৰশ্নঃ 1. পৰস্পৰ ছেদ কৰাকৈ আৰু নকৰাকৈ বিভিন্ন বৃত্তৰ যোৰ অংকন কৰা । প্ৰত্যেক যোৰ বৃত্তৰ কিমান সাধাৰণ বিন্দু আছে । বিন্দুৰ সৰ্ব্বোচ্চ সংখ্যা কি?

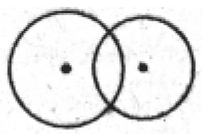
সমাধানঃ



চিত্রঃ (i), (ii), (iii) ত বৃত্তবোৰ কটাকটি কৰা নাই ।



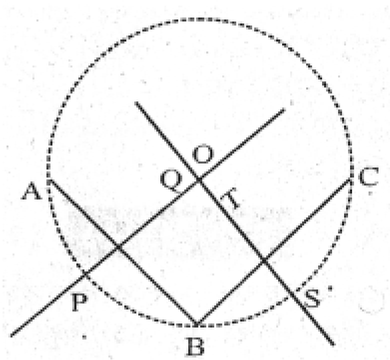
চিত্রঃ (iv) আৰু (v)-ত বৃত্তবোৰে 1 টা বিন্দুক কাটিছে (স্পৰ্শ কৰিছে) ।



(vi), বৃত্তদুটাই পৰস্পৰ 2টা বিন্দুত কাটিছে ।

বিন্দুৰ সৰ্বোচ্চ সংখ্যা অসীম ।

প্রশ্নঃ 2. ধৰা হ'ল, তোমালোকক এটা বৃত্ত দিয়া আছে । বৃত্তটোৰ কেন্দ্ৰ নিৰ্ণয় কৰিবলৈ অংকন প্ৰণালী দিয়া ।



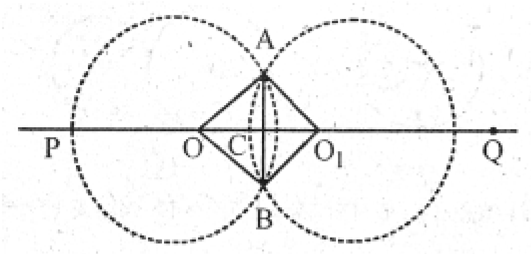
সমাধানঃ বৃত্তটোত তিনিটা যিকোনো বিন্দু A, B আৰু Cলোৱা হ'ল ।

AB জ্যাৰ লম্বদ্বিখণ্ডক, PQ আঁকা হ'ল ।

BC জ্যাৰ লম্বদ্বিখণ্ডক, ST আঁকা হ'ল ।

এই দ্বিখণ্ডক দুডালে **পৰস্পৰক** O বিন্দুত কাটিছে । O, প্ৰদত্ত বৃত্তটোৰ **কেন্দ্ৰ** ।

প্ৰশ্নঃ 3. যদি দুটা বৃত্তই দুটা **বিন্দুত** কটাকটি কৰে, প্ৰমাণ কৰা যে সিহঁতৰ কেন্দ্ৰ সাধাৰণ জ্যাৰ লম্ব সমদ্বিখণ্ডকৰ ওপৰত **অৱস্থিত** ।



সমাধানঃ O আৰু O_1 কেন্দ্ৰীয় বৃত্ত দুটাই পৰস্পৰক A আৰু B বিন্দুত কাটিছে । PQ, AB–ৰ লম্বদ্বিখণ্ডক । প্ৰমাণ কৰিব লাগে যে, O আৰু O_1, PQ – ৰ ওপৰত আছে। BO, AO, AO_1, BO_1 অঁকা হ'ল ।

প্ৰমাণঃ ΔAOB আৰু ΔBOC–ৰ ক্ষেত্ৰত

AO=BO (একে বৃত্তৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ)

OC=CO (সাধাৰণ বাহু)

∴ AC=BC (তৃতীয় যোৰ বাহু)

$\therefore \Delta AOC \cong \Delta BOC$ [SSS স্বীকাৰ্য্য মতে]

$\Rightarrow \angle OCA = \angle OCB$

$\therefore \angle OCA + \angle OCB = 180^0$

সেয়ে $\angle OCA = 90^0 = \angle OCB$

অৰ্থাৎ OC⊥AB...............(i)

ΔAO_1C আৰু ΔBO_1C – ৰ ক্ষেত্ৰত

$AO_1 = BO_1$ [একে বৃত্তৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ]

$O_1C = CO_1$ [সাধাৰণ বাহু]

∴ AC=BC

$\Delta AO_1C \cong \Delta BO_1C$

$\Rightarrow \angle O_1CA = 90^0 = \angle O_1BC$

$\Rightarrow CO_1 \perp AB \ldots\ldots\ldots (ii)$

(i) আৰু (ii)-ৰ পৰা প্ৰমাণিত হয় যে

$OO_1 \perp AB$

অৰ্থাৎ $PQ \perp AB$ (প্ৰমাণিত)

অনুশীলনী- 10.4

প্ৰশ্নঃ 1. 2ছেঃমি আৰু 3 ছেঃমি ব্যাসাৰ্দ্ধৰ বৃত্ত দুটাই দুটা বিন্দুত কটাকটি কৰিছে আৰু সিহঁতৰ কেন্দ্ৰৰ দূৰত্ব 4 ছেঃমি । সাধাৰণ জ্যাডালৰ দৈৰ্ঘ্য নিৰ্ণয় কৰা ।

সমাধানঃ ধৰা হ'ল O কেন্দ্ৰীয় বৃত্তটোৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ 3 ছেমি ।

বৃত্ত দুটাই পৰস্পৰ A আৰু Bবিন্দুত কটিছে ।

$OO', OA, O'A$ আৰু AB অঁকা হ'ল ।

স্পষ্টতঃ $AC \perp OO'$ আৰু $AC = BC$

ΔAOC-ৰ পৰা পাঁও-

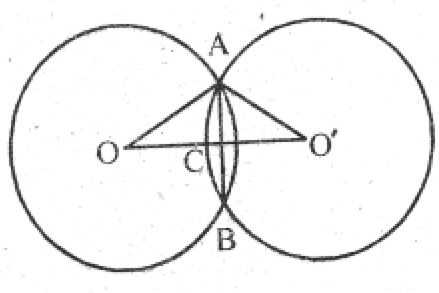
$AC^2 = AO^2 - OC^2$

$= 5^2 - OC^2$

$= 25 - OC^2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (i)$

$\Delta AO'C$ – ৰ পৰা পাঁও –

$AC^2 = AO'^2 - O'C^2$



$= 3^2 - (OO' - OC)^2$

$= 9 - (4 - OC)^2$

$= 9 - (16 + OC^2 - 8 \times OC)$

$= 9 - 16 - OC^2 + 8 \times OC$

$= -OC^2 + 8 \times OC - 7 \ldots\ldots\ldots (ii)$

(i) আৰু (ii)তুলনা কৰি পাঁও-

$25 - OC^2 = -OC^2 + 8 \times OC - 7$

$\Rightarrow 25 = 8 \times OC - 7$

$\Rightarrow 8 \times OC = 25 + 7 = 32$

$\Rightarrow OC = \frac{32}{8} = 4$

OC–ৰ মান (i) নং ত বহুৱাই পাঁও-

$AC^2 = 25 - 4^2 = 25 - 16 = 9$

$\Rightarrow AC = 3$

$\therefore AB = 2 \times 3 = 6$

∴ বৃত্ত দুটাৰ উমৈহতীয়া জ্যা (AB)–ৰ দৈৰ্ঘ্য 6 ছে.মি. (উত্তৰ) ।

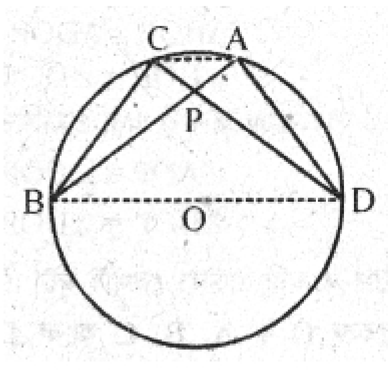
প্ৰশ্নঃ 2. যদি এটা বৃত্তৰ দুডাল সমান জ্যাই বৃত্তটোৰ ভিতৰত কটাকটি কৰে তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে, এডাল জ্যাৰ ৰেখাখণ্ড দুটা আনডালৰ অনুৰূপ ৰেখাখণ্ড দুটাৰ লগত সমান ।

সমাধানঃ ধৰা হ'ল O কেন্দ্ৰীয় **বৃত্তটোৰ** AB আৰু CD সমান জ্যা দুডালে P বিন্দুত কটাকটি কৰিছে ।

প্ৰমাণ কৰিব লাগে যে AP=CP আৰু BP=DP

BC আৰু DC অংকন কৰা হ'ল ।

প্ৰমাণঃ একে জ্যাৰ ওপৰত আৰু একে দিশত অৱস্থিত হোৱাৰ বাবে-



∠BAD=∠BCD

⇒∠PAD=∠PCB..............(i)

একেদৰে, ∠ABC=∠ADC

⇒PBC=∠PDA ....(ii)

ΔABD≅ΔBCD

⇒BC=AD.................(iii)

∴ (i), (ii) আৰু (iii)–ৰ পৰা পাঁও যে

ΔAPD≅ΔCPB [ASA স্বীকাৰ্য্য মতে]

∴ AP=CP আৰু BP=DP (প্ৰমাণিত) ।

প্ৰশ্নঃ 3. যদি এটা বৃত্তৰ দুডাল সমান জ্যাই বৃত্তটোৰ ভিতৰত কটাকটি কৰে তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে, কেন্দ্ৰ

আৰু ছেদবিন্দু সংযোগী ৰেখাই জ্যা দুডালৰ লগত সমান কোণ কৰে ।

সমাধানঃ ধৰা হ'ল O কেন্দ্ৰীয় বৃত্তৰ AB, CD দুডাল সমান জ্যা আৰু ইহঁতে P বিন্দুত কটাকটি কৰিলে ।

প্ৰমাণ কৰিব লাগে যে,

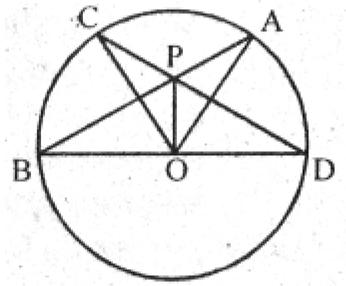
$\angle AOP = \angle COP$

আৰু $\angle DOP = \angle BOP$.

BO আৰু DO অংকন কৰা হ'ল ।

প্ৰমাণঃ ΔCOP আৰু ΔAOP-ৰ

CO=AO [একে বৃত্তৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ]



OP সাধাৰণ বাহু

∴ CP=AP [তৃতীয়যোৰ বাহু]

∴ $\Delta COP \cong \Delta AOP$ [SSS স্বীকাৰ্য্য মতে]

∴ $\angle AOP = \angle COP$..............(i)

একেদৰে, ΔBOP আৰু ΔDOP-ৰ ক্ষেত্ৰত

BO=DO [একে বৃত্তৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ]

OP সাধাৰণ বাহু

⇒BP=DP [তৃতীয়যোৰ বাহু]

∴$\Delta BOP \cong \Delta DOP$ [SSS স্বীকাৰ্য্য মতে]

∴$\angle BOP = \angle DOP$....................(ii)

(1) আৰু (2)ৰ পৰা প্ৰমাণিত হ'ল যে –

$\angle AOP = \angle COP$ আৰু

$\angle BOP = \angle DOP$. (প্ৰমাণিত)

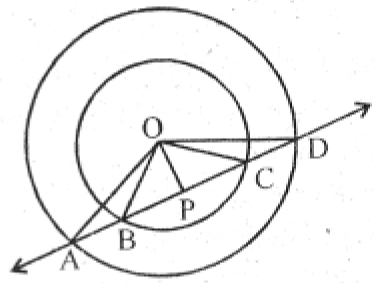
প্ৰশ্নঃ 4. যদি এডাল ৰেখাই দুটা ঐককেন্দ্ৰিক বৃত্ত (একে কেন্দ্ৰবিন্দুৰিচষ্টট বৃত্ত), যাৰ কেন্দ্ৰ Oক A, B,C আৰু D বিন্দুত **কটাকটি** কৰে তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে , AB=CD [চিত্ৰ 10.25 চোৱা]

সমাধনাঃ AO, BO, CO, DO

আৰু OP⊥BC অঁকা হ'ল ।

প্ৰমাণঃ ΔAOP আৰু ΔDOP

পৰা পাওঁ-



AO=DO [একে **বৃত্তৰ** ব্যসাৰ্দ্ধ]

OP সাধাৰণ বাহু

∴ BP=CP [তৃতীয়যোৰ বাহু]..........(ii)

এতিয়া (i) ৰ পৰা (ii) বিয়োগ কৰি –

$AP - BP = DP - CP$

$\Rightarrow AB = CD$ (প্ৰমাণিত)

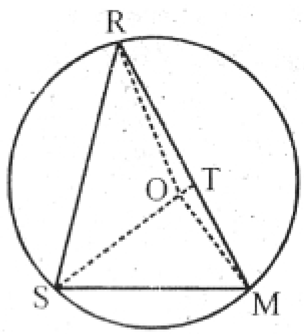
প্ৰশ্নঃ 2. এখন উদ্যানত থকা 5 ছে.মি. ব্যাসাৰ্দ্ধৰ বৃত্ত এটাত তিনিজনী ছোৱালী ৰেচমা, চালমা আৰু মনদিপে থিয় হৈ এটা **খেল** খেলিছে । ৰেচমাই এটা বল চালমালৈ, চলমাই মনদিপলৈ আৰু মনদিপে ৰেচালৈ দলিয়াইছে । যদি ৰেচমা আৰু চালমাৰ মাজৰ দূৰত্ব আৰু চালনা আৰু মনদিপ দলিয়াইছে । যদি ৰেচমা মনদিপ আৰু ৰেচমাৰ মাজৰ দূৰত্ব কিমান?

সমাধানঃ দিয়া আছেঃ

OR+OS+OM=5 ছেমি

RS=SM=6 চে.মি

RN-অৰ মান নিৰ্ণয় কৰিব লাগে ।



OT⊥RM অঁকা হ'ল ।

ΔSTM-ৰ পৰা পাঁও-

$MT^2 = SM^2 - ST^2$ [∴ ST⊥RM]

$MT^2 = SM^2 - ST^2$

$= SM^2 - (SO + OT)^2$

$= 6^2 - (5 + OT)^2$

$= 36 - (25 + 10 \times OT + OT^2)$

$= 11 - 10 \times OT - OT^2 \ldots\ldots\ldots\ldots (i)$

ΔOMT-ৰ পৰা পাওঁ-

$MT^2 = OM^2 - OT^2$

$= 5^2 - OT^2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (ii)$

(i) আৰু (ii)ৰ পৰা পাওঁ-

$11 - 10 \times OT - OT^2 = 25 - OT^2$

$\Rightarrow 10 \times OT = 25 - 11 = 14$

$\Rightarrow OT = \frac{14}{10} = 1.4$

OT-ৰ মান (ii)ত বহুৱাই পাওঁ-

$MT^2 = 5^2 - (1.4)^2$

$= 25 - 1.96$

$= 23.04$

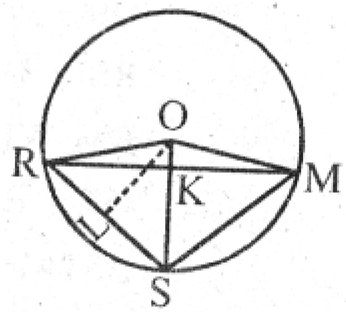
$\therefore MT = \sqrt{23.04} = 4.8$

$\therefore RM = 2 \times MT$

$= 2 \times 4.8 = 9.6$ ছে.মি. (উত্তৰ) ।

বকল্প পদ্ধতিঃ

সমাধানঃ দিয়া আছেঃ



$RS = MS = 6$ ছেমি

$RO = SO = 5$ ছেমি.

OS আৰু RM-ৰ ছেদ বিন্দুক

K-বুলি চিহ্নিত কৰা হ'ল

আৰু OL⊥RS অঁকা হ'ল ।

ΔROS-ৰ কালি $=\frac{1}{2}\times RK\times OS$

$=\frac{1}{2}\times RK\times 5\ \ldots\ldots\ldots(i)$

$\mathrm{OL}^2=\mathrm{OR}^2-\mathrm{RL}^2$

$=OR^2-\left(\frac{RS}{2}\right)^2$

$=5^2-\left(\frac{6}{2}\right)^2$

$=25-9=16$

$\therefore OL=4$

আনহাতে, ΔORS-ৰ কালি $=\frac{1}{2}\times OL\times RS$

$=\frac{1}{2}\times 4\times 6$

$=12\ \ldots\ldots\ldots\ldots(iii)$

(i) আৰু (ii)-ৰ পৰা পাওঁ-

$\frac{1}{2}.RK.5=12$

$\Rightarrow RK=12\times\frac{2}{5}=\frac{24}{5}=4.8$

$\therefore RS=2\times 4.8=936$

∴ নিৰ্ণেয় দৈৰ্ঘ্য 9.6 ছেমি. (উত্তৰ) ।

প্ৰশ্নঃ 6. এখন বসতিস্থলত 20 মি. ব্যাসাৰ্দ্ধৰ এখন বৃত্তকাৰ উদ্যান আছে । তিনিটা ল'ৰা অংকুৰ, ছৈয়দ আৰু ডেভিদৰ অৱস্থান হ'ল A, B আৰু C । এই তিনিটা বিন্দু একে দূৰত্বত আছে ।

∴ $AB=BC=AC=am$ (ধৰা হ'ল)

∴ সমান জ্যা বোৰৰ লম্ব দূৰত্ব কেন্দ্ৰৰ পৰা সমান ।

∴ $OD=OE=OF=xm$ ধৰা হ'ল

AB, OB আৰু OC সংযোগ কৰা হ'ল ।

এতিয়া, তিনিটা সৰ্বাংগসম ΔOAB, ΔOBC আৰু ΔAOC পোৱা গ'ল ।

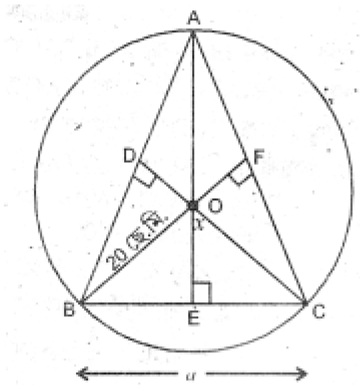
$\therefore \Delta AOB = \Delta OBC = \Delta AOC$..............(i)

$\therefore am$ বাহুবিশিষ্ট ABC সমবাহু ত্ৰিভুজৰ কালি

$$= \Delta AOB + \Delta BOC + \Delta AOC \ldots\ldots\ldots\ldots(ii)$$

$\Rightarrow \Delta ABC$-ৰ কালি =3 ΔBOC –ৰ কালি [(i) আৰু (ii) ব্যৱহাৰ কৰি]

$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 3\left(\frac{1}{2}BC \times OE\right)$



$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 3\left(\frac{1}{2} \times a \times x\right)$

$\Rightarrow \frac{a^2}{a} = 3 \times \frac{1}{2} \times \frac{4}{\sqrt{3}} \times x$

$\Rightarrow a - 2\sqrt{3x} \ldots\ldots\ldots\ldots(iii)$

আকৌ, OE⊥BC

$\therefore BE = EC = \frac{1}{2}EC$

$\Rightarrow BE = EC = \frac{1}{2}a = \frac{1}{2}(2\sqrt{3}x)$ [(iii)ব্যৱহাৰ কৰি]

$\Rightarrow BE = EC = \sqrt{3}x$

এতিয়া, সমকোণী ত্ৰিভুজ BEO–ৰ পৰা পাওঁ-

$OE^2 + BE^2 = OB^2$ [পাইথাগোৰাছৰ সূত্ৰমতে]

$\Rightarrow x^2 + (\sqrt{3}x)^2 = 20^2$

$\Rightarrow x^2 + 3x^2 = 400$

$\Rightarrow 4x^2 = 400$

$\Rightarrow x^2 = \frac{400}{4}$

$\Rightarrow x^2 = 100$

$\Rightarrow x = 10$ ছেমি...........(iv)

এতিয়া, (iii)–ৰ পৰা পাওঁ-

$a = 2\sqrt{3}x$

$\Rightarrow a = 2\sqrt{3} \times 10$ ছেমি [(iv) ব্যৱহাৰ কৰি]

$\Rightarrow a = 20\sqrt{3}$ ছেমি.

∴ফোনৰ তাঁৰৰ মাজৰ দূৰত্ব হ'ল $20\sqrt{3}$ ছে.মি. (উত্তৰ) ।

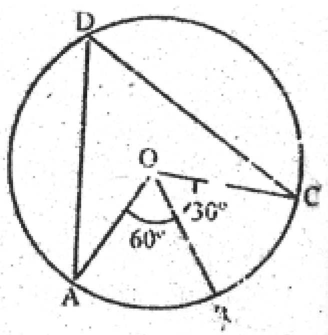
অনুশীলনী - 10.5

প্ৰশ্নঃ 1. চিত্ৰ 10.36 ত, A,B আৰু C তিনিটা বিন্দু O কেন্দ্ৰ বিশিষ্ট বৃত্তত অৱস্থিত যাতে $\angle BOC = 30^0$ আৰু $\angle AOB = 60^0$ । যদি বৃত্তটোৰ চাপত নংকা D এটা বিন্দু তেন্তে ∠ADC নিৰ্ণয় কৰা ।

সমাধানঃ $\angle AOC = \angle AOB + \angle BOC$

$\Rightarrow \angle ACC = 60^0 + 30^0$

$\Rightarrow \angle AOC = 90^0$



এতিয়া, $\angle AOC = 2\angle ADC$ [∴ কেন্দ্ৰস্থ কোণ পৰিধিস্থ কোণৰ দুগুণ]

$\Rightarrow \angle ADC = \frac{1}{2}\angle AOC$

$\Rightarrow \angle ADC = \frac{1}{2} \times 90^0$

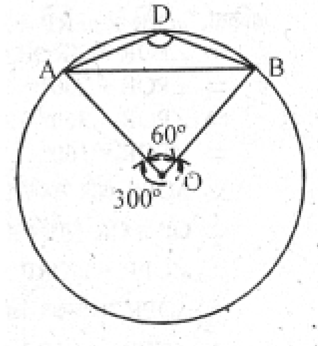
$\Rightarrow \angle ADC = 45^0$ (উত্তৰ) ।

প্ৰশ্নঃ 2. এটা বৃত্তৰ এডাল জ্যা বৃত্তৰ ব্যাসাৰ্দ্ধৰ সমান । জ্যাডালে উপ চাপটোৰ কোনো বিন্দুত আৰু অধি চাপটোৰ কোনো বিন্দুত উৎপন্ন কৰা কোণ নিৰ্ণয় কৰা ।

সমাধানঃ ধৰা হ'ল AB হ'ল গৌণ চাপ ।

∴ জ্যা AB=OA ব্যাসাৰ্ধ = OB ব্যাসাৰ্ধ

∴ ΔAOB এটা সমবাহু ত্ৰিভুজ ।



$\therefore \angle AOB = 60^0$ [∴ সমবাহু ত্ৰিভুজৰ প্ৰতিটো কোণৰ পৰিমাণ $= 60^0$]

এতিয়া, $mAB + mBA = 360^0$

$\Rightarrow 60^0 + \angle BOA = 360^0$

$\Rightarrow \angle BOA = 300^0$

D হ'ল গৌণ চাপৰ ওপৰত হ'ল এটা বিন্দু ।

$\therefore m\, BA = 2\angle BDA$

$\Rightarrow \angle B \quad = 2\angle BDA$

$\Rightarrow \angle BDA = \frac{1}{2}\angle BOA$

$\Rightarrow \angle BDA = \frac{1}{2} \times 300^0$

$\Rightarrow \angle BDA = 150^0$

$\therefore$ গৌণ চাপ AB দ্বাৰা গঠিত D বিন্দুত কোণৰ পৰিমণ $= 150^0$

আকৌ, E হ'ল মুখ্যাচাপ BA-ত থকা এটা বিন্দু ।

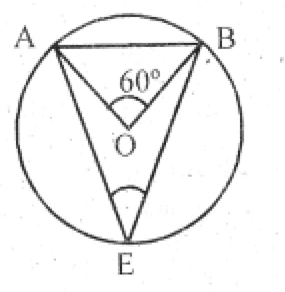
$\therefore m\, AB = 2\angle AEB$

$\Rightarrow \angle AOB = 2\angle AEB$

$\Rightarrow \angle AEB = \frac{1}{2}\angle AOB$

$\Rightarrow \angle AEB = \frac{1}{2} \times 60^0$

$\Rightarrow \angle AEB = 30^0.$



$\therefore$ E বিন্দুত গৌণ চাপ AB **দ্বাৰা** গঠিত কোণৰ পৰিমাণ $= 30^0$ (উত্তৰ) ।

প্ৰশ্নঃ 3. চিত্ৰ 10.37 ত $\angle PQR = 100^0$ য'ত P, Q আৰু R,'O' কেন্দ্ৰবিশিষ্ট বৃত্তৰ বিন্দু । $\angle OPR$ নিৰ্ণয় কৰা ।

সমাধানঃ চিত্ৰত, PQR গৌণ চাপত Q এটা বিন্দু ।

$\therefore mRP = 2\angle PQR$

$\Rightarrow \angle ROP = 2\angle PQR$

$\Rightarrow \angle ROP = 2 \times 100^0$

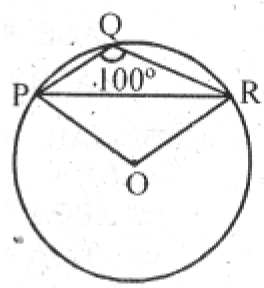
$\Rightarrow \angle ROP = 200^0$

এতিয়া, $mPR + mRP = 360^0$

$\Rightarrow \angle POR + \angle ROP = 360^0$

$\Rightarrow \angle POR + 200^0 = 360^0$

$\Rightarrow \angle POR = 360^0 - 200^0$



$\Rightarrow \angle POR = 160^0 \ldots\ldots\ldots\ldots..(i)$

∴ΔOPR এটা সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ ।

∴ OP=OR （বৃত্তৰ ব্যাসার্ধ） ।

∴∠OPR=∠ORP............ (ii)

∴ΔOPR সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজত-

$\angle \mathrm{OPR} + \angle \mathrm{ORP} + \angle \mathrm{POR} = 180^0$

$\Rightarrow \angle \mathrm{OPR} + \angle \mathrm{ORP} + 160^0 = 180^0$ [(i)আৰু (ii)ব্যৱহাৰ কৰি]

$\Rightarrow 2\angle OPR = 180 - 160^0$

$\Rightarrow 2\angle OPR = 20^0$

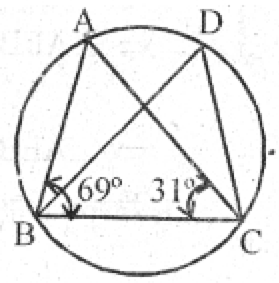
$\Rightarrow \angle OPR = \frac{20^0}{2}$

$\Rightarrow \angle OPR = 10^0$ （উত্তৰ） ।

প্ৰশ্নঃ 4. চিত্ৰ 10.38 ত $\angle ABC = 69^0, \angle ACB = 31^0, \angle BDC$ নিৰ্ণয় কৰা ।

সমাধানঃ ΔABC-ত

$\angle BAC + \angle ABC + \angle ACB = 180^0$



$\Rightarrow \angle BAC + 69^0 + 31^0 = 180^0$

$\Rightarrow \angle BAC = 180^0 - 69^0 - 31^0$

$\Rightarrow \angle BAC = 80^0 \ldots\ldots\ldots..(i)$

∴ A আৰু D বিন্দু একেই বৃত্ত চাপত অৱস্থিত ।

∴∠BDC=∠BAC

$\Rightarrow \angle \mathrm{BDC} = 80^0$ [(i)ব্যৱহাৰ কৰি] (উত্তৰ)।

প্ৰশ্নঃ 5. চিত্ৰ 10.39 ত A, B, C আৰু D এটা বৃত্তৰ চাৰিটা বিন্দু । AC আৰু BD এ E বিন্দুত কটাকটি কৰিছে যাতে $\angle \mathrm{BEC} = 130^0$ আৰু $\angle \mathrm{ECD} = 20^0$ হয় । $\angle \mathrm{BAC}$ নিৰ্ণয় কৰা ।

সমাধানঃ চিত্ৰৰ পৰা পাওঁ-

$\angle \mathrm{CED} + \angle \mathrm{BED} = 180^0$ [সৰলৰৈখিক কোণ]

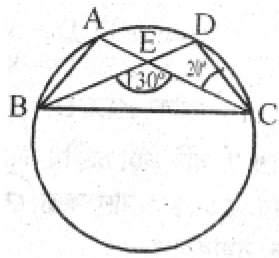
$\Rightarrow \angle CED + 130^0 = 180^0$

$\Rightarrow \angle CED = 180^0 - 130^0$

$\Rightarrow \angle CED = 50^0 \ldots\ldots\ldots\ldots (i)$

$\therefore\ \angle AEB = \angle CED$ [বিপ্ৰতীপ কোণ]

$\Rightarrow \angle AEB = 50^0$ [(i)ব্যৱহাৰ কৰি]



এতিয়া, $\angle ABD = \angle ACD$

[∴একে চাপে পৰিধিত উৎপন্ন কৰা কোণ দুটা সমান]

$\Rightarrow \angle ABD = 20^0$ [$\therefore ACD = 20^0$ (প্ৰদত্ত)]

$\therefore \Delta AEB -$ ৰ

$\angle BAE + \angle ABE + \angle AEB = 180^0$

$\Rightarrow \angle BAE + 20^0 + 50^0 = 180^0$

$\Rightarrow \angle BAE = 180^0 - 70^0 = 110^0$ (উত্তৰ)

প্ৰশ্নঃ 6. ABCD এটা চক্ৰীয় চতুৰ্ভুজ যাৰ কৰ্ণকেইডালে E বিন্দুত কটাকটি কৰে । যদি $\angle DBC = 70^0, \angle BAC = 30^0, \angle BCD$ নিৰ্ণয় কৰা । ইয়াৰোপৰি, যদি $AB = BC, \angle ECD$ উলিওৱা ।

সমাধানঃ $\angle BDC = \angle BAD$

[∴ একে চাপে পৰিধিত উৎপন্ন কৰা কোণ দুটা সমান]

$\Rightarrow \angle BDC = 30^0$ [$\therefore \angle BAC = 30^0$]

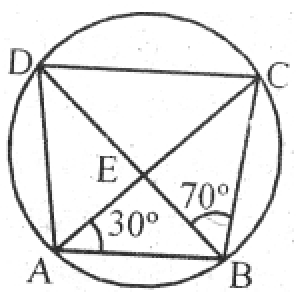
এতিয়া, ΔBCD-ৰ

$\angle BCD + \angle DBC + \angle BDC = 180^0$

$\Rightarrow \angle BCD + 70^0 + 30^0 = 180^0$[$\therefore \angle DBC = 70^0$]

$\Rightarrow \angle BCD = 180^0 - 100^0$

$\Rightarrow \angle BCD = 80^0$



$\therefore$ AB= BC

$\therefore \angle ACB = \angle BAC$

$\therefore \angle ACB = 30^0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (ii)$

এতিয়া, $\angle BCD = \angle ACB + \angle ACD$

$\Rightarrow 80^0 = 30^0 + \angle ACD$ [(i)আৰু (ii)ব্যৱহাৰ কৰি]

$\Rightarrow \angle ACD = 80^0 - 30^0$

$\Rightarrow \angle ACD = 50^0$

$\Rightarrow \angle AECD = 50^0$

$\therefore \angle BCD = 80^0$

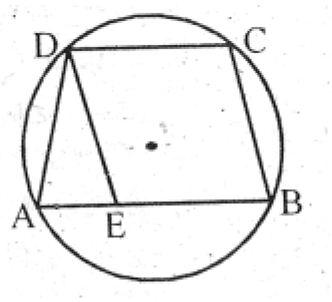
আৰু $\angle ECD = 50^0$ (উত্তৰ) ।

প্ৰশ্নঃ 8. যদি এটা ট্ৰেপিজিয়ামৰ **অসমান্তৰাল** বাহুযোৰ সমান তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে, ই চক্ৰীয় ।

সমাধানঃ ABCD ট্ৰেপিজিয়ামৰ AB II CD আৰু AD= BC

প্ৰমাণ কৰিব লাগে যে ABCD এটা চক্ৰীয় ট্ৰেপিজিয়াম ।

অংকনঃ DE II CB অংকন কৰা হ'ল ।



প্ৰমাণঃ ∴ DE II CB আৰু EB II DC

∴EBCD এটা **সামান্তৰিক** ।

∴ DE=CB আৰু ∠DEB=∠DCB

[∴ সামান্তৰিকৰ বিপৰীত কোণবোৰ সমান]

এতিয়া, ∴ AD=BC আৰু BC=DE

$\therefore DA = DE \Rightarrow \angle DAE = \angle DEA$

কিন্তু $\angle DEA + \angle DEB = 180^0$[∴ সৰল কোণ]

$\Rightarrow \angle DAE + \angle DCB = 180^0$

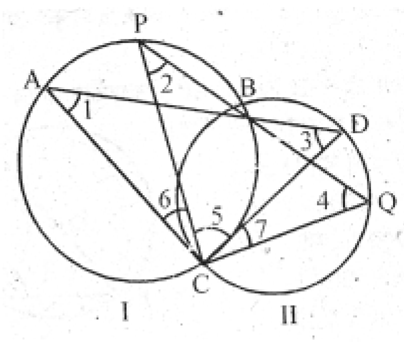
[$\therefore \angle DEA = \angle DAE$ আৰু $\angle DEB = \angle DCB$]

$\Rightarrow \angle DAB + \angle DCB = 180^0$

$\Rightarrow \angle A + \angle C = 180^0$

∴ ABCD ট্ৰেপিজিয়ামটো চক্ৰীয় (প্ৰমাণিত) ।

প্ৰশ্নঃ 9. দুটা বৃত্তই দুটা বিন্দু B আৰু Cত কটাকটি কৰিছে । Bৰ মাজেৰে দুডাল ৰেখাখণ্ড ABD আৰু PBQ টনা হ'ল যাতে, ইহঁতে ক্ৰমে A, D আৰু P, Q বিন্দুত বৃত্ত দুটাক কাটিছে (চিত্ৰ 10.40 চোৱা) । প্ৰমাণ কৰা যে, $\angle ACP = \angle QCD$.



সমাধানঃ বৃত্ত Iৰ চাপ BC $\angle 1$ আৰু $\angle 2$ উৎপন্ন কৰিছে ।

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ [∴ একে চাপে পৰিধিৰ উৎপন্ন কৰা দুটা সমান]

আকৌ, বৃত্ত II-ৰ চাপ BC $\angle 3$ আৰু $\angle 4$ উৎপন্ন কৰিছে ।

$\therefore \angle 3 = \angle 4$

এতিয়া, ΔACD-ৰ

$\therefore \angle A + \angle C + \angle D = 180^0$

$\Rightarrow \angle 1 + \angle 5 + \angle 6 + \angle 3 = 180^0 \ldots\ldots\ldots\ldots (i)$

ΔPCQ-j

$\angle P + \angle C + \angle Q = 180^0$

$\Rightarrow \angle 1 + \angle 5 + \angle 7 + \angle 4 = 180^0 \ldots\ldots\ldots\ldots (ii)$

$\therefore$ (i) আৰু (ii) -ৰ পৰা পাওঁ -

$\angle 1 + \angle 5 + \angle 6 + \angle 3 = \angle 2 + \angle + \angle 7 + \angle 4 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.. (iii)$

কিন্তু, $\angle 1 = \sqrt{2}$ আৰু $\angle 3 = \angle 4$

$\therefore$ (iii) -ৰ পৰা পাওঁ-

$\angle 1 + \angle 5 + \angle 6 + \angle 3 = \angle 1 + \angle 5 + \angle 7 + \angle 3$

$\therefore \angle 6 = \angle 7$

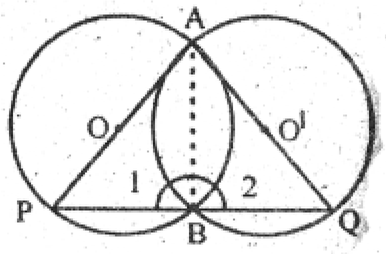
$\Rightarrow \angle ACP = \angle QCD$ (প্ৰমাণিত)

প্ৰশ্নঃ 10. যদি এটা ত্ৰিভুজৰ দুটা বাহুক ব্যাস হিচাপে লৈ বৃত্ত দুটা আঁকা হয়, প্ৰমাণ কৰা যে, বৃত্ত দুটাই কটাকটি কৰা বিন্দু তৃতীয় বাহুত থাকিব ।

সমাধানঃ দিয়া আছে, দুটা বৃত্ত **পৰস্পৰ** A আৰু B বিন্দুত ছেদ কৰিছে । AP আৰু AQ দুট ব্যাস ।

প্ৰমাণ কৰিব লাগে যে- B বিন্দু, ΔAPQ-ৰ তৃতীয় বাহুৰ ওপৰত অৱস্থিত ।

অংকনঃ A আৰু B সংযোগ কৰা হ'ল ।



প্ৰমাণঃ ∴ AP এটা ব্যাস ।

$\therefore \angle 1 = 90^0$ [অৰ্ধবৃত্তস্থ কোণ]..........(i)

আকৌ, AQ এটা ব্যাস ।ব্যাসাৰ্দ্ধৰ

$\therefore \angle 2 = 90^0$ ………..(ii)

∴ (i) + (ii) ⇒

$\angle 1 + \angle 2 = 90^0 + 90^0$

$\Rightarrow \angle PBQ = 180^0$

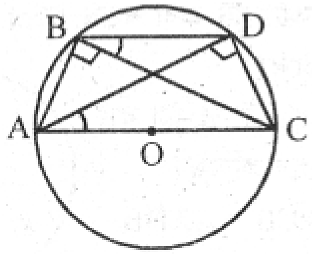
⇒PBQ এটা সৰলৰেখা ।

∴ বিন্দু B, বৃত্ত দুটাৰ ছেদবিন্দু আৰু ত্ৰিভুজ APQ-ৰ তৃতীয় বাহুৰ ওপৰত অৱস্থিত ।

(প্ৰমাণিত) ।

প্ৰশ্নঃ 11. ABC আৰু ADC সমকোণী ত্ৰিভুজ দুটাৰ সাধাৰণ অতিভুজ AC, প্ৰমাণ কৰা যে,

$\angle ACD = \angle CBD$ ।



সমাধানঃ ABC আৰু ADC দুটা সমকোণী ত্ৰিভুজ । ত্ৰিভুজ দুটাৰ $\angle B = \angle D = 90^0$

$\therefore \angle ABC = \angle ADC = 90^0$

যদি সাধাৰণ অতিভূজ AC (বৃত্তৰ ব্যাস) বিশিষ্ট এটা বৃত্ত অংকন কৰা হয়, তেতিয়া সেই বৃত্তটো B আৰু D বিন্দুগামী হ'ব ।

এতিয়া, CD চাপ $\angle CBD$ আৰু $\angle CAD$ কোণদ্বয় উৎপন্ন কৰিছে ।

$\therefore \angle CAD = \angle CBD$ (প্ৰমাণিত)

প্ৰশ্নঃ 12. প্ৰমাণ কৰা যে এটা চক্ৰীয় সামান্তৰিক এটা আয়ত ।

সমাধানঃ ধৰা হ'ল ABCD এটা চক্ৰীয় সামান্তৰিক ।

প্ৰমাণ কৰিব লাগে যে-ABCD সামান্তৰিকটো এটা আয়ত ।

প্ৰমাণঃ $\therefore$ ABCD এটা সামান্তৰিক ।

$\therefore \angle B = \angle D$ [$\therefore$সামান্তৰিকৰ বিপৰীত কোণবোৰ সমান]................(i)

আকৌ, $\therefore$ ABCD সামান্তৰিকটো চক্ৰীয় ।

$\therefore\ \angle B + \angle D = 180^0$ ... ... (ii)

$\therefore$ (i) আৰু (ii)-ৰ পৰা পাওঁ-

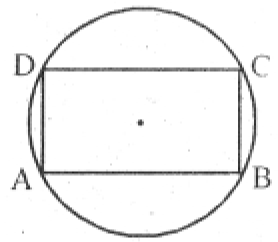
$\angle B + \angle B = 180^0$

$\Rightarrow 2\angle B = 180^0$

$\Rightarrow \angle B = \frac{180^0}{2} = 90^0$

$\therefore \angle B \angle D = 90^0$

$\therefore$ABCD এটা আয়ত (প্ৰমাণিত)



অনুশীলনী- 10.6

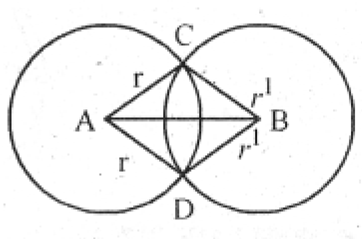
প্ৰশ্নঃ 1. প্ৰমাণ কৰা যে দুটা কটাকটি কৰা বৃত্তৰ কেন্দ্ৰ সংযোগী ৰেখাই ছেদবিন্দু দুটাত সমান কোণ উৎপন্ন কৰে ।

সমাধানঃ A আৰু B কেন্দ্ৰ বিশিষ্ট দুটা বৃত্ত পৰস্পৰ C আৰু D বিন্দুত ছেদ কৰিছে ।

প্ৰমাণ কৰিব লাগেঃ $\angle ACB = \angle ADB$

অংকনঃ AB, AC, CD, BD আৰু DA সংযোগ কৰা হ'ল .

প্ৰমাণঃ ΔABC আৰু ABD–ৰ



AC=AD [বৃত্তৰ ব্যাসাৰ্ধ]

BC=BD

আৰু AB=AB [সাধাৰণ বাহু]

∴ΔABC≅ΔABD [SSS স্বীকাৰ্য্য মতে]

∴∠ACB=∠ADB [প্ৰামণিত]

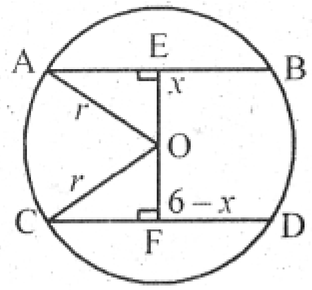
প্ৰশ্নঃ 2. 5ছে.মি আৰু 11 ছে.মি. দৈৰ্ঘ্যৰ জ্যা দুডাল ক্ৰমে AB আৰু CD পৰস্পৰ **সমান্তৰাল** আৰু কেন্দ্ৰৰ বিপৰীত ফালে অৱস্থিত । যদি AB আৰু CD–ৰ মাজৰ দূৰত্ব 6 ছে.মি. হয়, তেন্তে বৃত্তটোৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ নিৰ্ণয় কৰা ।

সমাধানঃ O বৃত্তটোৰ কেন্দ্ৰ । OA আৰু OC সংযোগ কৰা হ'ল ।

∴ কেন্দ্ৰৰ পৰা অংকিত **লম্ব** জ্যাক সমদ্বিখণ্ডিত কৰে ।

$\therefore\ AE = EB = \frac{1}{2}AB$

$= \frac{1}{2} \times 5 = \frac{5}{2}$ ছে.মি.



আৰু $CF = FD = \frac{1}{2}CD$

$= \frac{1}{2} \times 11 = \frac{11}{2}$ ছে.মি.

ধৰা হ'ল $OE = x$ ছে.মি.

$\therefore\ OF = (6 - x)$ ছে.মি.

ব্যাসাৰ্ধ ধৰা হ'ল r

∴ সমকোণী ত্ৰিভুজ AEO–ৰ পৰা –

$AO^2 = AE^2 + OE^2$ [পাইথাগোৰাছৰ সূত্ৰমতে]

$\Rightarrow r^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 + x^2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (i)$

আকৌ, সমকোণী ত্ৰিভুজ CFO-ৰ পৰা

$$OC^2 = CF^2 + OF^2$$

$$\Rightarrow r^2 = \left(\frac{11}{2}\right)^2 + (6-x)^2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (ii)$$

∴ (i) আৰু (ii)-ৰ পৰা পাওঁ-

$$\left(\frac{5}{2}\right)^2 + x^2 = \left(\frac{11}{2}\right)^2 + (6-x)^2$$

$$\Rightarrow \frac{25}{4} + x^2 = \frac{121}{4} + 6^2 + x^2 - 2\times 6\times x$$

$$\Rightarrow 12x = \left(\frac{121}{4} - \frac{25}{4}\right) + 36 + x^2 - x^2$$

$$\Rightarrow 12x = \left(\frac{121-25}{4}\right) + 36$$

$$\Rightarrow 12x = \frac{96}{4} + 36$$

$$\Rightarrow 12x = 60$$

$$\Rightarrow x = \frac{60}{12}$$

$$\Rightarrow x = 5$$

(i)-ৰ পৰা পাওঁ-

$$\mathrm{r}^2 = \frac{25}{4} + \mathrm{x}^2$$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{25}{4} + 5^2 \ [\therefore x = 5]$$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{25}{4} + 25$$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{25+10}{4}$$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{125}{4}$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{\frac{125}{4}}$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{\frac{5^2\times 5}{2^2}}$$

$$\Rightarrow r = \frac{5}{2}\sqrt{5}$$

∴ বৃত্তটোৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ $= \sqrt{\frac{5^2\times 5}{2^2}}$ ছে.মি.

প্ৰশ্নঃ 3. এটা বৃত্তৰ দুডাল **পৰস্পৰ** সমান্তৰাল জ্যাৰ দৈৰ্ঘ্য ক্ৰমে 6 ছে.মি. আৰু 8 ছে.মি. । যদি চুটি জ্যাডাল কেন্দ্ৰৰ পৰা 4 ছে.মি. দূৰত্বত থাকে তেন্তে কেন্দ্ৰৰ পৰা আনডালৰ দূৰত্ব কিমান ?

সমাধানঃ ধৰা হ'ল AB=6 ছে.মি. আৰু CD=8 ছে.মি. ।

OA আৰু OC সংযোগ কৰা হ'ল ।

∴ কেন্দ্ৰৰ পৰা অংকিত **লম্ব** জ্যাক সমদ্বিখণ্ডিত কৰে

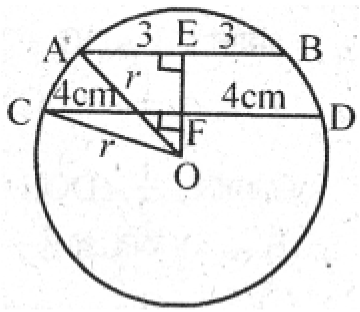
$\therefore\ AE = EB = \frac{1}{2}AB$

$= \frac{1}{2} \times 6 = 3$ ছে.মি.

আৰু $CF = FD = \frac{1}{2}CD$

$= \frac{1}{2} \times 8 = 4$ ছে.মি.

OF=4 ছে.মি (প্ৰদত্ত)



এতিয়া, AOE সমকোণী ত্ৰিভুজৰ পৰা-

$OA^2 = AE^2 + OE^2$

$\Rightarrow r^2 = 3^2 + 4^2$

$\Rightarrow r^2 = 9 + 16$

$\Rightarrow r^2 = 25$

$\Rightarrow r = \sqrt{25} = 5$ ছে.মি.

কেন্দ্ৰৰ পৰা CD–জ্যাৰ লম্ব দূৰত্ব =OF

∴ সমকোণী ত্ৰিভুজ OFC–ৰ পৰা –

$OC^2 = CF^2 + OF^2$

$\Rightarrow r^2 = 4^2 + OF^2$

$\Rightarrow 5^2 = 4^2 + OF^2$

$\Rightarrow OF^2 = 25 - 16$

$\Rightarrow OF^2 = 9$

$\Rightarrow OF = \sqrt{9}$

$\Rightarrow OF = 3$ ছে.মি.

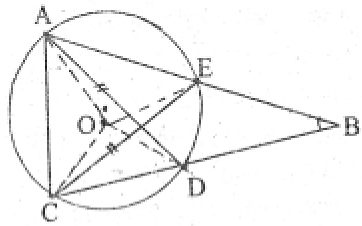
∴ কেন্দ্ৰৰ পৰা CD–জ্যাৰ দূৰত্ব =3 ছে.মি. (উত্তৰ) ।

প্ৰশ্নঃ 4. এটা কোণ ABCৰ **শীৰ্ষবিন্দু** এটা বৃত্তৰ াহিৰত অৱস্থিত আৰু ধৰোঁ **কোণৰ** বাহু দুটাই বৃত্তটোত AD আৰু CE দুডাল সমান জ্যা কাটে । প্ৰমাণ কৰা যে, $\angle ABC, AC$ আৰু DE জ্যাই কেন্দ্ৰত উৎপন্ন কৰা কোণৰ **পাৰ্থক্যৰ** আধা ।

সমাধানঃ ∠ABC–ৰ শীৰ্ষবিন্দুৰ B, O কেন্দ্ৰ বিশিষ্ট বৃত্তৰ বাহিৰত অৱস্থিত ।

AB বাহু CD জ্যাক E **বিন্দুত** আৰু BC বাহু AD জ্যাক D বিন্দুত ছেদ কৰিছে ।

প্ৰমাণ কৰিব লাগেঃ



$\angle ABC = \frac{1}{2}[\angle AOC - \angle DOE]$

অংকনঃ OA, OC, OE আৰু OD সংযোগ কৰা হ'ল ।

প্ৰমাণঃ $\angle AOC = 2\angle AEC$[**কেন্দ্ৰস্থ** কোণ বৃত্তস্থ কোণৰ দ্বিগুণ]

$= \frac{1}{2}\angle AOC = \angle AEC \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (i)$

একেদৰে, $\frac{1}{2}\angle DOE = \angle DCE \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (ii)$

∴ (i)–(ii) কৰি পাওঁ–

$\frac{1}{2}(\angle AOC - \angle DOE) = \angle AEC - \angle DCE \ldots\ldots\ldots\ldots.(iii)$

এতিয়া, $\angle AEC = \angle ADC$(একে **বৃত্তৰ** চাপৰ কোণ)............(iv)

আৰু $\angle DCE = \angle DAE$(একে **বৃত্তৰ** চাপৰ কোণ)............(v)

(iii), (iv), (v) ব্যৱহাৰ কৰি পাওঁ–

$\frac{1}{2}[\angle AOC - \angle DOE] = \angle ADC - \angle DAE \ldots\ldots\ldots\ldots.(vi)$

ΔABD–ৰ পৰা পাওঁ–

$\angle ADC = \angle DAE + \angle ABD \ldots\ldots\ldots..(vii)$

[এটা ত্ৰিভুজৰ বহিঃকোণ ইয়াৰ বিপৰীত অন্তঃকোণ দুটাক সমষ্টিৰ সমান]

এতিয়া, (vi) আৰু (vii) **ব্যৱহাৰ** কৰিঃ

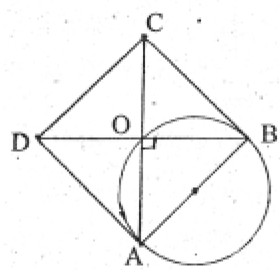
$\frac{1}{2}[\angle AOC - \angle DOE] = \angle DAE + \angle ABD - \angle DAE$

$\Rightarrow \frac{1}{2}[\angle AOC - \angle DOE] = \angle ABD$

$\Rightarrow \frac{1}{2}\left[\Rightarrow \frac{1}{2}AOC - \Rightarrow \frac{1}{2}\boldsymbol{DOE}\right] = \Rightarrow \frac{1}{2}ABC$ [প্ৰমাণিত]

প্ৰশ্নঃ 5. প্ৰমাণ কৰা যে ৰম্বাচৰ যিকোনো বাহুক ব্যাস হিচাপে লৈ অংকন কৰা বৃত্ত ইয়াৰ কৰ্ণ দুডালৰ ছেদবিন্দুৰেদি যায় ।

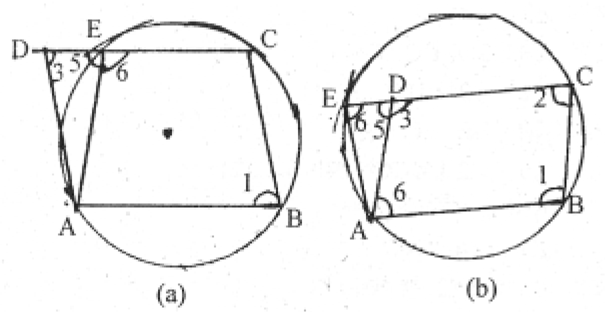
সমাধানঃ ধৰা হ'ল ABCD এটা **ৰম্বাচ** । AC আৰু BD কৰ্ণদ্বয় O বিন্দুত ছেদ কৰিছে ।



∴ ৰম্বাচৰ কৰ্ণদ্বয় **পৰস্পৰ** সমকোণত দ্বিখণ্ডিত হয় ।

∴ $\angle AOB = 90^0$ আৰু যদি AB–ক ব্যাস ধৰি বৃত্ত অংকন কৰা হয়, তেতিয়া বৃত্তটো O বিন্দুৰ মাজেৰে অতিক্ৰম কৰে । O বিন্দু হ'ল ৰম্বাচৰ **কৰ্ণদ্বয়ৰ** ছেদ বিন্দু ।

প্ৰশ্নঃ 6. ABCD এটা সামান্তৰিক । A, B আৰু C ৰ মাজেৰে যোৱা বৃত্তই CD (যদি প্ৰয়োজন হয় বৰ্ধিত অংশ)ক E **বিন্দুত** কাটে । প্ৰমাণ কৰা যে, $AE = AD$ ।



সমাধানঃ চিত্ৰ (a)–ৰ পৰা –

ABCD এটা **সামান্তৰিক** ।

∴ $\angle 1 = \angle 3$..............(i)

[সামান্তৰিকৰ বিপৰীত কোণ সমান]

∴ ABCE এটা চক্ৰীয় **চতুৰ্ভুজ** ।

∴ $\angle 1 + \angle 6 = 180^0$ … … … … … (ii)

$\angle 5 + \angle 6 = 180^0$ [সৰল কোণ]...............(iii)

(ii) আৰু (iii)-ৰ পৰা –

$\angle 1 = \angle 5$.................(iv)

এতিয়া, (i) আৰু (iv) –ৰ পৰা –

$\angle 3 = \angle 5$

ΔAED-ৰ পৰা-

$\Rightarrow \angle 3 = \angle 5$

$\Rightarrow AE = AD$ [∴ ত্ৰিভুজৰ সমান কোণৰ বিপৰীত বাহু সমান হয়] (প্ৰমাণিত)।

চিত্ৰ (b) –ৰ পৰা-

ABCD এটা সামান্তৰিক ।

$\therefore \angle 1 = \angle 3$ [∴ সামান্তৰিকৰ বিপৰীত কোণবোৰত সমান]

আৰু $\angle 2 = \angle 4$

আকৌ, AB II CD, BC ছেদক ।

$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 180^0$ ... ... (1)

আৰু AD II BC, EC ছেদক ।

$\angle 5 = \angle 2$ [অনিৰূপ কোণ]...........(2)

∴ ABCE চক্ৰীয় চতুৰ্ভুজ ।

$\angle 1 + \angle 6 = 180^0$ ... ... (3)

এতিয়া, (1) আৰু (3) –ৰ পৰা পাওঁ-

$\angle 1 + \angle 2 = \angle 1 + \angle 6$

$\Rightarrow \angle 2 = \angle 6$

কিন্তু, (2)-ৰ পৰা পাওঁ-

$\angle 2 = \angle 5$

$\therefore \angle 5 = \angle 6$

এতিয়া, ΔAED-ৰ পৰা –

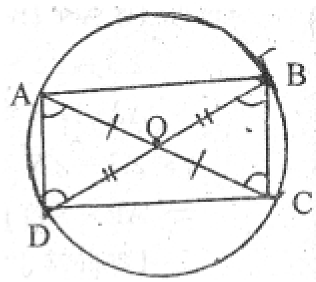
∠5=∠6

⇒AE=AD [প্ৰমাণিত]

প্ৰশ্নঃ 7. এটা বৃত্তৰ AC আৰু BD জ্যা দুডালে পৰস্পৰ সমদ্বিখণ্ডিত কৰে। প্ৰমাণ কৰা যে, ( ) AC আৰু BD ব্যাস, (ii) ABCD এটা আয়ত।

সমাধানঃ ধৰা হ'ল AC আৰু BD জ্যা দুটা পৰস্পৰ O বিন্দুত ছেদ কৰিছে।

অৰ্থাৎ OA=OC আৰু OB=OD



প্ৰমাণ কৰাব লাগে যেঃ

(i) AC আৰু BD দুটা ব্যাস।

(ii) ABCD এটা আয়ত।

প্ৰমাণঃ ΔAOD আৰু ΔBOC-ৰ পৰা-

AO=OC [প্ৰদত্ত]

∠AOD=∠BOC [বিপ্ৰতীপ কোণ]

আৰু OD=OB

∴ΔAOD≅ΔCOB [SAS স্বীকাৰ্য্য মতে]

⇒AD=CD

একেদৰে, ΔAOB≅ΔCOD

⇒AB=CD

⇒AB=CD [∴ সমান জ্যাৰ বিপৰীত চাপ]

$\Rightarrow AB + BC = CD + BC$

$\Rightarrow ABC = BCD$

⇒AC=BD [সমান চাপৰ বিপৰীত জ্যা সমান হয়]

∴AC আৰু BD হ'ল দুটা ব্যাস, কাৰণ একমাত্ৰেৰ ব্যাসবোৰ জ্যা হিচাপে সমদ্বিখণ্ডিত হ'ব পাৰে।

(ii) ∴AC এটা ব্যাস।

$\therefore \angle B = \angle D = 90^0 \ldots\ldots\ldots\ldots.(1)$

[∴অৰ্ধবৃত্তস্থ কোণ সমকোণ]

একেদৰে, যিহেতু BD এটা ব্যাস ।

$\therefore \angle A = \angle C = 90^0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.(2)$

এতিয়া ব্যাস AC= ব্যাস BD

$\Rightarrow AC = BD$ [∴ সমান জ্যাৰ অনুৰূপ চাপবোৰ সমান]

$\Rightarrow AC - CD = BD - DC$

$\Rightarrow AD = BC$ [∴ সমান চাপৰ অনুৰূপ জ্যাবোৰ সমান]............(3)

একেদৰে, AB=DC............(4)

∴ (1), (2), (3) আৰু (4) ৰ পৰা দেখা যায় যে ABCD চতুৰ্ভুজটোৰ প্ৰতিটো কোণৰ মাপ 90^0 আৰু বিপৰীত বাহুবোৰ সমান ।

∴ ABCD এটা আয়ত (প্ৰমাণিত)

প্ৰশ্নঃ 8. ABC ত্ৰিভুজৰ A,B আৰু C কোণৰ সমদ্বিখণ্ডকবোৰ ইয়াৰ পৰিবৃত্তক ক্ৰমে D,E আৰু F বিন্দুত কাটে । প্ৰমাণ কৰা যে, DEF ত্ৰিভুজৰ কোণবোৰ $90^0 - \frac{1}{2}A, 90^0 - \frac{1}{2}B$ আৰু $90^0 - \frac{1}{2}C$

সমাধানঃ দিয়া আছে: ΔABC-ৰ কোণবোৰৰ সমদ্বিখণ্ডকবোৰ ইয়াৰ পৰিবৃত্তক যথাকৰ্মে D,E আৰু F বিন্দুত ছেদ কৰিছে ।

প্ৰমাণ কৰিব লাগে যে: DEF ত্ৰিভুজটোৰ কোণ তিনিটাৰ পৰিমাপ হ'ল যথাক্ৰমে, $90^0 - \frac{1}{2}A, 90^0 - \frac{1}{2}B$ আৰু $90^0 - \frac{1}{2}C$

প্ৰমাণঃ ∴ AD,∠A-ৰ সমদ্বিখণ্ডক ।

$\therefore \angle 1 = \angle 2 = \frac{A}{2}$

∴ BE, ∠B-ৰ সমদ্বিখণ্ডক ।

$\therefore \angle 3 = \angle 4 = \frac{B}{2}$

আৰু যিহেতু, CE, ∠C-ৰ সমদ্বিখণ্ডক ।

$\therefore \angle 5 = \angle 6 = \frac{C}{2}$

আমি জানো যে, একে বৃত্তৰ চাপৰ কোণবোৰ সমান ।

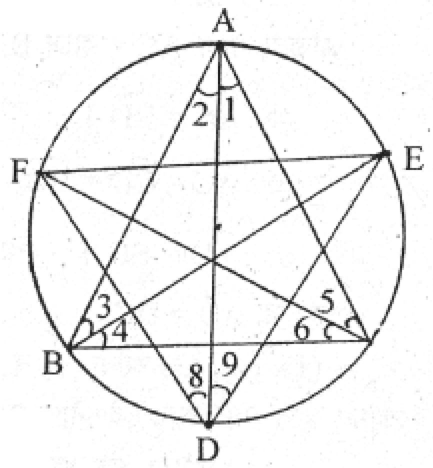
$\therefore \angle 9 = \angle 3$ (AE চাপৰ দ্বাৰা গঠিত কোণ)

$\angle 8 = \angle 5$(FA চাপৰ দ্বাৰা গঠিত কোণ)

$\angle 8 = \angle 5$ (FA চাপৰ দ্বাৰা গঠিত কোণ)

$\therefore \angle 9 + \angle 8 = \angle 3 + \angle 5$

$\Rightarrow \angle D = \frac{B}{2} + \frac{C}{2}$



একেদৰে, $\angle E = \frac{A}{2} + \frac{C}{2}$

আৰু $\angle F = \frac{A}{2} + \frac{B}{2}$

ΔDEF-ৰ পৰা –

$\angle D + \angle E + \angle F = 180^0$

$\Rightarrow \angle D = 180^0 - (\angle E + \angle F)$

$\Rightarrow \angle D = 180^0 - \left(\frac{A}{2} + \frac{C}{2} + \frac{A}{2} + \frac{B}{2}\right)$

$\Rightarrow \angle D = 180^0 - \left(\frac{A}{2} + \frac{B}{2} + \frac{C}{2}\right) - \frac{A}{2}$

$\Rightarrow \angle = 180^0 - 90^0 - \frac{A}{2}$

$\Rightarrow \angle D = 90^0 - \frac{A}{2}$

[$\therefore \Delta ABC$-ত

$\angle A + \angle B + \angle C = 180^0$

$\Rightarrow \frac{\angle A}{2} + \frac{\angle B}{2} + \frac{\angle C}{2} = 90^0$]

একেদৰে, আমি প্ৰমাণ কৰিব পাৰোঁ যে–

$\angle E = 90^0 - \frac{B}{2}$ আৰু $\angle F = 90^0 - \frac{C}{2}$

প্রশ্নঃ 9. দুটা সৰ্বসম বৃত্তই **পৰস্পৰ** A আৰু B বিন্দুত কটাকটি কৰিছে । A ৰ মাজেৰে যিকোনো ৰেখাখণ্ড PAQ টনা হ'ল যাতে P,Q বৃত্ত দুটাত থাকে । প্ৰমাণ কৰা যে, BP=BQ ।

সমাধানঃ দিয়া আছে: দুটা **সৰ্বাংগসম** বৃত্ত পৰস্পৰ A আৰু B বিন্দুত ছেদ কৰিছে । A- বিন্দুৰ মাজেৰে এটা সৰল ৰেখা অংকন কৰা হৈছে যি বৃত্ত দুটাক P আৰু Q বিন্দুত ছেদ কৰিছে ।

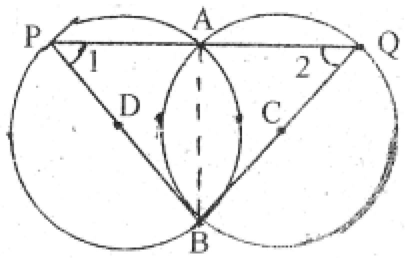
প্ৰমাণ কৰিব লাগে যে : BP=BQ

অংকনঃ A, B; P, B আৰু Q, B সংযোগ কৰা হ'ল ।

প্ৰমাণঃ AB সাধাৰণ জ্যা আৰু **বৃত্ত** দুটা সৰ্বাংগসম ।

∴ সমান জ্যাৰ বিপৰীত চাপ সমান হয় ।

∴ ACB=ADB



∴ $\angle 1=\angle 2$

ΔPBQ-ৰ পৰা আমি পাওঁ-

$\angle 1=\angle 2$

∴ সমান কোণৰ বিপৰীত বাহু সমান ।

∴ BP=BQ [প্ৰমাণিত]

প্ৰশ্নঃ 10. যিকোনো ত্ৰিভুজ ABC ত, যদি $\angle A$ কোণৰ সমদ্বিখণ্ডক আৰু BC ৰ **সমদ্বিখণ্ডকে** কটাকটি কৰে প্ৰমাম কৰা যে সিহঁতে ABC ত্ৰিভুজৰ পৰিবৃত্তত কটাকটি কৰে ।

সমাধানঃ দিয়া আছে ABC এটা **ত্ৰিভুজ** আৰু শীৰ্ষবিন্দুৰ মাজেৰে বৃত্ত অতিক্ৰম কৰে । $\angle A$-ৰ সমদ্বিখণ্ডক আৰু ইয়াৰ বিপৰীত বাহু BC-ৰ লম্ব সমদ্বিখণ্ডক (ধৰা হ'ল l) **পৰস্পৰ** P বিন্দুত ছেদ কৰিছে ।

প্ৰমাণ কৰিব লাগে যেঃ ΔABC-ৰ পৰিবৃত্তটো P বিন্দুৰ মাজেৰে গতি কৰে ।

প্ৰমাণঃ আমি জানো যে **লম্বসমদ্বিখণ্ডকৰ** ওপৰত থকা যাকোন বিন্দু, অনুৰূপ বাহুৰ প্ৰান্ত বিন্দুদ্বয়ৰ পৰা **সমদূৰৱৰ্ত্ত** থাকে ।

∴ BP=PC............(i)

আকৌ, $\angle 1 = \angle 2$ [∴ A-ৰ সমদ্বিখণ্ডক হ'ল AP] ....(ii)

(i) আৰু (ii)ৰ পৰা দেখা যায় যে- একে চাপৰ পৰিধিৰ কোণবোৰ সমান ।

ইয়াত, ΔABC-ৰ পৰিবৃত্তৰ A বিন্দুত গঠন কৰা কোণদ্বয় সমান । সুতৰাং BP PC পৰিবৃত্তৰ অংশ । অৰ্থাৎ P বিন্দুটো পৰিবৃত্তৰ ওপৰত অৱস্থিত । অৰ্থাৎ A, B, P আৰু C বিন্দু চাৰিটা এক চক্ৰীয় (প্ৰমাণিত) ।