



5264CH06

باب چھ

برق۔ مقناطیسی امالہ

(ELECTROMAGNETIC INDUCTION)

6.1 تعارف (INTRODUCTION)

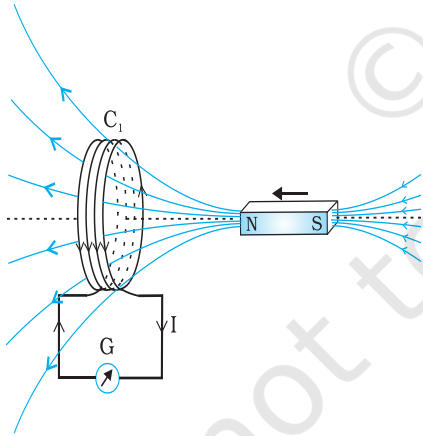
بہت عرصے تک برق اور مقناطیسیت کو ایک دوسرے سے جدا اور غیر متعلق مضافین سمجھا جاتا رہا۔ انیسویں صدی کی شروع کی دہائیوں میں، اورسٹیڈ، امپیر اور کچھ دیگر افراد کے ذریعے برقی کرنٹ پر کیے گئے تجربات سے یہ حقیقت تسلیم ہوئی کہ برق اور مقناطیسیت باہم رشتہ میں منسلک ہیں۔ ان سائنسدانوں نے معلوم کیا کہ متحرک برقی چارج، مقناطیسی میدان پیدا کرتے ہیں۔ مثلاً، ایک برقی کرنٹ اپنے نزدیک رکھی ہوئی مقناطیسی سوئی کی منفرج کرتا ہے۔ اس مشاہدہ سے قدرتی طور پر کچھ سوال پیدا ہوتے ہیں۔ جیسے! کیا اس کا برعکس اثر ہونا ممکن ہے؟ کیا متحرک مقناطیس برقی کرنٹ پیدا کرتے ہیں؟ کیا قدرت برق اور مقناطیسیت کے درمیان ایسے رشتے کی اجازت دیتی ہے؟ جواب، پرزور ”ہاں“ ہے۔ 1830 کے قریب، انگلستان میں مائیکل فیراڈے اور امریکا میں جوزف ہنری کے ذریعے کیے گئے تجربات نے قطعی طور پر مظاہرہ کر کے ثابت کر دیا کہ جب بند لچھوں پر تبدیل ہوتا ہوا مقناطیسی میدان لگایا گیا تو ان میں برقی کرنٹوں کا امالہ ہوا۔ اس باب میں ہم تبدیل ہوئے مقناطیسی میدان سے منسلک مظاہر کا مطالعہ کریں گے اور ان کے اصول سمجھیں گے۔ وہ مظہر جس میں برقی کرنٹ، مقناطیسی میدان کے تغیر کے ذریعے پیدا ہوتا ہے، بجاطور پر، برق۔ مقناطیسی امالہ (Electromagnetic Induction) کہلاتا ہے۔

جب فیراڈے نے اپنی اس دریافت کو سب سے پہلے عوام کے سامنے پیش کیا کہ ایک چھڑ مقناطیس اور ایک تار کے لوپ

برق۔ مقناطیسی امالہ



جوزف ہنری (1797 - 1978) امریکی تجرباتی طبعیات داں تھے، جو پرنسٹن یونیورسٹی میں پروفیسر تھے اور اسمتھ سینونین انسٹی ٹیوٹ کے پہلے ڈائریکٹر تھے۔ انھوں نے برقی مقناطیسوں میں اہم سدھار کیے۔ آپ نے جائز کیے ہوئے تاروں کے لچھوں کو لوہے کے قطبی ٹکڑوں پر لپیٹا اور ایک برق۔ مقناطیسی موٹر ایجاد کیا۔ آپ نے ایک نیا بہتر کارکردگی والا ٹیلی گراف بھی ایجاد کیا۔ آپ نے خود مالیت دریافت کی اور تحقیق کی کہ ایک سرکٹ کے کرنٹ دوسرے سرکٹ میں کس طرح کرنٹ کا امالہ کرتے ہیں۔



شکل 6.1 جب چھڑ مقناطیس کو کوائل کی جانب دھکیلا جاتا ہے، تو گیلوونومیٹر کی سوئی منفرج ہو جاتی ہے۔

کے درمیان اضافی حرکت، آخر الذکر میں ایک خفیف کرنٹ پیدا کرتی ہے تو ان سے پوچھا گیا کہ ”اس کا استعمال کیا ہے؟“ ان کا جواب تھا: ”ایک نومولود بچے کا کیا استعمال ہے؟“ برق۔ مقناطیسی امالہ کا مظہر صرف نظری یا علمی دلچسپی کا باعث ہی نہیں ہے بلکہ اس کے بہت سے عملی استعمال ہیں۔ ایسی دنیا کا تصور کیجیے، جس میں بجلی نہیں ہے، کوئی بجلی سے حاصل ہونے والی روشنی نہیں ہے، ریل گاڑیاں نہیں ہیں، ٹیلی فون نہیں ہیں، اور کوئی ذاتی کمپیوٹر نہیں ہے۔ فیراڈے اور ہنری کے رہنمائیہ تجربات نے جدید دور کے جزیئر اور ٹرانسفا رمر تیار کرنے کی براہ راست راہ دکھائی۔ آج کی جدید تہذیب اپنی ترقی کے لیے بڑی حد تک برق۔ مقناطیسی امالہ کی دریافت کی مرہون منت ہے۔

6.2 فیراڈے اور ہنری کے تجربات

THE EXPERIMENTS OF FARADAY AND HENRY

برق۔ مقناطیسی امالہ کی تفہیم اور دریافت، فیراڈے اور ہنری کے ذریعے کیے گئے تجربات کے ایک لمبے سلسلے پر مبنی ہے۔ اب ہم، ان میں سے کچھ تجربات بیان کریں گے۔

تجربہ 6.1

شکل 6.1 میں ایک کوائل 'C' دکھایا گیا ہے جو ایک گیلوونومیٹر سے جڑا ہوا ہے۔ جب ایک چھڑ مقناطیس کے شمالی قطب کو کوائل کی جانب دھکیلا جاتا ہے، تو گیلوونومیٹر کی سوئی منفرج ہو جاتی ہے اور کوائل میں برقی کرنٹ کی موجودگی کی نشاندہی کرتی ہے۔ انفراج اس وقت تک ہوتا رہتا ہے جب تک چھڑ مقناطیس حرکت میں رہتا ہے۔ گیلوونومیٹر اس وقت کوئی انفراج نہیں دکھاتا جب چھڑ مقناطیس ساکن رکھا جاتا ہے۔

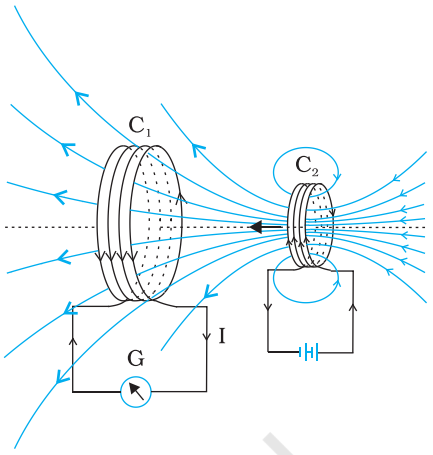
جب مقناطیس کو کوائل سے دور ہٹایا جاتا ہے، تو گیلوونومیٹر مخالف سمت میں انفراج دکھاتا ہے، جس سے کرنٹ کی سمت کی تبدیلی کی نشاندہی ہوتی ہے۔ مزید یہ کہ جب چھڑ مقناطیس کے جنوبی قطب کو کوائل کے نزدیک یا کوائل سے دور لے جایا جاتا ہے، تو گیلوونومیٹر میں انفراج ان سمتوں کی مخالف سمتوں میں ہوتے ہیں، جن میں شمالی قطب کی یکساں حرکت سے ہوئے تھے۔ مزید یہ کہ انفراج (اور اس لیے کرنٹ) اس وقت زیادہ ہوتا ہے جب مقناطیس کو کوائل کے نزدیک یا اس سے دور زیادہ تیزی سے لایا یا دھکیلا جاتا ہے۔ مزید یہ کہ اگر چھڑ مقناطیس کو اپنی جگہ قائم رکھا جائے اور کوائل C_1 کو مقناطیس کے نزدیک لایا جائے یا مقناطیس سے دور لے جایا جائے تو بھی یکساں مشاہدات ہوتے ہیں۔ اس سے ظاہر ہوتا ہے کہ مقناطیس اور کوائل کے درمیان نسبتی (اضافی Relative) حرکت، دراصل، کوائل میں برقی کرنٹ پیدا کرنے (امالہ کرنے) کے لیے ذمہ

* جہاں کہیں بھی اصطلاح ’کوائل‘ (لچھا لوپ) یا ’لوپ‘ (حلقہ Loop) استعمال ہوئی ہے، یہ مان لیا گیا ہے کہ وہ ایصالی مادے کے بنے ہوئے

ہیں اور ایسے تار استعمال کر کے تیار کیے گئے ہیں، جن پر حازم مادے کی تہہ چڑھی ہوئی ہے۔

دار ہے۔
تجربہ 6.2:

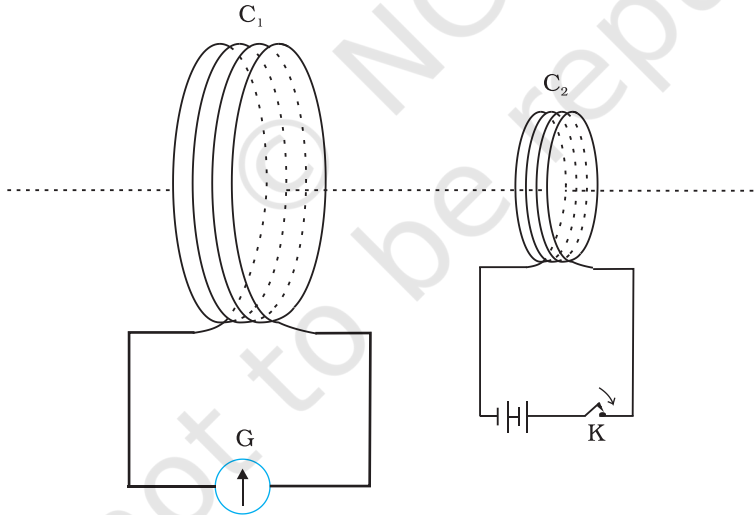
شکل 6.2 میں چھڑقناطیس کی جگہ ایک دوسرا کوائل C_2 لیا گیا ہے جو ایک بیڑی سے جڑا ہوا ہے۔ کوائل C_1 میں ایک قائم کرنٹ بہنے سے ایک قائم مقناطیسی میدان پیدا ہوتا ہے۔ جب کوائل C_2 کو کوائل C_1 کی جانب حرکت دی جاتی ہے، تو گیلوونومیٹر میں انفرج ظاہر ہوتا ہے۔ یہ انفرج اس بات کی نشاندہی کرتا ہے کہ کوائل C_1 میں برقی کرنٹ کا امالہ ہوا ہے۔ جب C_2 کو دور ہٹایا جاتا ہے تو گیلوونومیٹر میں دوبارہ انفرج ظاہر ہوتا ہے، لیکن اس مرتبہ یہ مخالف سمت میں ہوتا ہے۔ انفرج اس وقت تک جاری رہتا ہے جب تک کوائل C_2 حرکت کرتا رہتا ہے۔ جب کوائل C_2 کو اپنی جگہ قائم رکھا جاتا ہے اور C_1 کو حرکت دی جاتی ہے، تب بھی یہی مشاہدات ہوتے ہیں۔ یعنی کہ یہ کوائلوں کے درمیان نسبتی (اضافی Relative) حرکت ہے جو برقی کرنٹ کا امالہ کر رہی ہے۔



شکل 6.2 کرنٹ بردار کوائل C_2 کے حرکت کرنے کی وجہ سے کوائل C_1 میں کرنٹ کا امالہ ہوتا ہے۔

تجربہ 6.3

دونوں، مندرجہ بالا، تجربات میں، بالترتیب، ایک کوائل اور مقناطیس کے درمیان نسبتی حرکت اور دونوں کوائلوں کے درمیان نسبتی حرکت شامل تھیں۔ ایک دوسرے کے تجربے کے ذریعے فیراڈے نے دکھایا کہ یہ ”نسبتی حرکت“ کوئی لازمی شرط نہیں



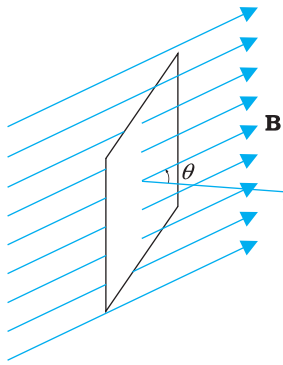
شکل 6.3 تجربہ 6.3 کے لیے تجرباتی ترتیب

ہے۔ شکل 6.3 میں دو کوائل C_1 اور C_2 دکھائے گئے ہیں۔ یہ دونوں کوائل حالت سکون میں رکھے گئے ہیں۔ کوائل C_1 کو ایک گیلوونومیٹر G سے جوڑا جاتا ہے جب کہ کوائل C_2 کو ایک ٹپنگ کی (tapping Key) کے ذریعے ایک بیڑی سے جوڑا گیا ہے۔

برق۔ مقناطیسی امالہ

یہ مشاہدہ کیا گیا کہ جب ٹپنگ کی کوڈ بایا جاتا ہے تو گیلونومیٹر میں ایک لمحے کے لیے انفرانج ہوتا ہے، اور پھر گلوونومیٹر کی سوئی فوراً ہی صفر پر واپس آ جاتی ہے۔ اگر کی کوڈ لگا تار دبائے رکھا جائے، تو گیلونومیٹر میں کوئی انفرانج نہیں ہوتا۔ جب کی کوڈ چھوڑا جاتا ہے، تو پھر ایک لمحے کے لیے انفرانج دوبارہ دکھائی دیتا ہے، لیکن اب یہ مخالف سمت میں ہوتا ہے۔ یہ بھی دیکھا گیا کہ اگر کوڈ انلوں کے محور کی سمت میں ایک لوہے کی چھڑ لگا دی جائے تو انفرانج بہت زیادہ بڑھ جاتا ہے۔

6.3 مقناطیسی فلکس (MAGNETIC FLUX)



فیراڈے کے ادراک کا اندازہ اس سے ہوتا ہے کہ انھوں نے جو برق۔ مقناطیسی امالیت پر سلسلہ وار تجربات کیے، ان سب کی وضاحت کرنے کے لیے ایک سادہ ریاضیاتی رشتہ دریافت کیا۔ لیکن اس سے پہلے کہ ہم ان کے قانون بیان کریں اور ان قوانین کی اہمیت سمجھیں، ہمیں مقناطیسی فلکس ' Φ_B ' کے تصور سے واقفیت ضرور حاصل کر لینا چاہیے۔ مقناطیسی فلکس کی تعریف بھی اسی طرح کی جاتی ہے، جس طرح باب 1 میں برقی فلکس کی تعریف کی گئی تھی۔ ایک رقبہ A کے مستوی سے، جو ہموار مقناطیسی میدان میں رکھا ہے، گذرنے والا مقناطیسی فلکس (شکل 6.4) لکھا جاسکتا ہے۔

$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A} = BA \cos \theta \quad (6.1)$$

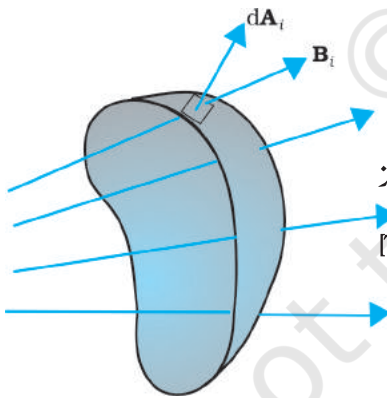
شکل 6.4 ایک ہموار مقناطیسی میدان $\vec{B}$ میں رکھا

ہوا، سطحی رقبہ A کا ایک مستوی

جہاں $\vec{B}$ اور $\vec{A}$ کے درمیان زاویہ ہے۔ رقبہ بطور سمتیہ مقدار کے تصور سے باب 1 میں پہلے ہی بحث کی جا چکی ہے۔ مساوات 6.1 کی توسیع کردی سطحوں اور غیر ہموار میدانوں کے لیے کی جاسکتی ہے۔

اگر مقناطیسی میدان کی عددی قدریں اور سمتیں، سطح کے مختلف حصوں پر مختلف ہیں، جیسا کہ شکل 6.5 میں دکھایا گیا ہے، تو سطح سے گذرنے والا مقناطیسی فلکس ہے:

$$\Phi_B = \vec{B}_1 \cdot d\vec{A}_1 + \vec{B}_2 \cdot d\vec{A}_2 + \dots = \sum_{\text{all}} \vec{B}_i \cdot d\vec{A}_i$$



جہاں 'all' کا مطلب ہے ان تمام رقبہ اجزا (Area elements) پر جمع، جن پر سطح مشتمل ہے اور $\vec{B}_i$ ، رقبہ جز

پر مقناطیسی میدان ہے۔ مقناطیسی فلکس کی SI اکائی ویبر [Weber (Wb)] یا ٹیسلا مربع میٹر [Tesla]

squard (Tm^2) meter ہے۔ مقناطیسی فلکس ایک عددیہ مقدار ہے۔

6.4 فیراڈے کا امالہ کا قانون (Faraday's Law of Induction)

شکل 6.5: رقبہ جز پر مقناطیسی میدان $\vec{B}_i$ ،

$d\vec{A}_i$ ، رقبہ جز کے سمتیہ کوٹا ہر کرتا ہے۔

تجرباتی مشاہدات کے ذریعے، فیراڈے نے یہ نتیجہ اخذ کیا کہ ایک کوائل میں اس وقت ایک emf کا امالہ ہوتا ہے جب کوائل میں سے گذرنے والا مقناطیسی فلکس، وقت کے ساتھ تبدیل ہوتا ہے۔ حصہ 6.2 میں جو تجرباتی مشاہدات بیان کیے گئے ہیں، یہ تصور ان سب کی وضاحت کر سکتا ہے۔

*نوٹ کریں کہ ایک برقی۔ مقناطیس کے نزدیک رکھے ہوئے حساس برقی آلے، برقی مقناطیس کو آن یا آف کرنے سے امالہ ہوئی emf (اور اس کے نتیجے میں پیدا ہونے کرنٹ) کی وجہ سے خراب ہو سکتے ہیں۔



مائیکل فیراڈے (1791–1867)

فیراڈے نے سائنس میں کئی اہم ایجادات اور دریافتیں کیں: برقی و مقناطیسی امالہ کی دریافت، برق-پاشی کے قوانین، بینزین اور یہ راز دریافت کرنا کہ ایک برقی میدان میں تقطیب کا مستوی گھوم جاتا ہے۔ برقی موٹر برقی جزیئر اور ٹرانسفارمر کی ایجادات کا سہرا بھی انھیں کے سر ہے۔ انھیں زیادہ تر لوگ انیسویں صدی کا سب سے عظیم سائنسدان مانتے ہیں۔

تجربہ 6.1 میں ایک مقناطیس کو کوائل C_1 کے نزدیک لے جانے یا اس سے دور لے جانے سے اور تجربہ 6.2 میں ایک کرنٹ بردار کوائل C_2 کو دوسرے کوائل C_1 کے نزدیک یا اس سے دور لے جانے سے، کوائل C_1 سے منسلک مقناطیسی فلکس تبدیل ہوتا ہے۔ مقناطیسی فلکس میں تبدیلی، کوائل C_1 میں emf کا امالہ کرتی ہے۔ اور یہ امالہ ہوئی یہی emf تھی جس کی وجہ سے کوائل C_1 اور گیونومیٹر میں سے کرنٹ گذرا۔ تجربہ 6.3 میں کیے گئے مشاہدات کی ایک ممکنہ توضیح مندرجہ ذیل ہے۔ جب ٹپنگ کی کو دبایا جاتا ہے تو کوائل C_2 میں کرنٹ (اور اس کے نتیجے میں پیدا ہونے والا مقناطیسی میدان) ایک مختصر وقفے میں، صفر سے بڑھ کر اپنی اعظم قدر (Maximum Value) تک پہنچ جاتا ہے۔ اس کے نتیجے میں، اس کے قریب رکھے ہوئے کوائل C_1 میں سے گذرنے والا مقناطیسی فلکس بھی بڑھتا ہے۔ اور کوائل C_1 میں سے گذرنے والے فلکس کی یہ تبدیلی ہی کوائل C_1 میں ایک امالی emf پیدا کرتی ہے۔ جب کی کو دبائے رکھا جاتا ہے تو کوائل C_2 میں کرنٹ کی مقدار مستقل رہتی ہے۔ اس لیے، C_1 میں کرنٹ صفر پر پہنچ جاتا ہے۔ جب کی کو چھوڑا جاتا ہے، تو C_2 میں کرنٹ اور اس سے پیدا ہونے والے مقناطیسی میدان کی قدر، ایک مختصر وقفے میں، اپنی اعظم قدر سے کم ہو کر صفر ہو جاتی ہے۔ اس کے نتیجے میں کوائل C_1 میں پھر ایک برقی کرنٹ کا امالہ ہوتا ہے۔ ان تمام مشاہدات میں مشترک نکتہ یہ ہے کہ ایک سرکٹ سے گذرنے والے مقناطیسی فلکس کی تبدیلی کی شرح وقت اس سرکٹ میں کرنٹ کا امالہ کرتی ہے۔ فیراڈے نے ان تجرباتی مشاہدات کو ایک قانون کی شکل میں بیان کیا، جو فیراڈے کا برق-مقناطیسی امالہ کا قانون کہلاتا ہے۔ اس قانون کا بیان ہے: ایک سرکٹ میں امالہ ہوئی emf کی عددی قدر، اس سرکٹ سے گذر رہے مقناطیسی فلکس کی تبدیلی شرح وقت، کے مساوی ہوتی ہے۔

کی تبدیلی شرح وقت، کے مساوی ہوتی ہے۔

ریاضیاتی شکل میں، امالیاتی emf دی جاتی ہے:

$$\varepsilon = - \frac{d\Phi_B}{dt} \quad (6.3)$$

منفی علامت، ε کی سمت اور اس لیے ایک بند لوپ میں کرنٹ کی سمت کی نشاندہی کرتی ہے۔ اگلے حصے میں اس سے تفصیلی بحث کی جائے گی۔

قریب قریب لپٹے ہوئے N چکروں کے کوائل کے لیے، ہر چکر سے منسلک فلکس کی تبدیلی یکساں ہے۔ اس لیے، کل امالیاتی emf کے لیے ریاضیاتی عبارت ہوگی:

$$\varepsilon = -N \frac{d\Phi_B}{dt} \quad (6.4)$$

ایک بند کوائل میں، چکروں کی تعداد N میں اضافہ کر کے، امالیاتی emf میں اضافہ کیا جاسکتا ہے۔

مساوات (6.1) اور مساوات (6.2) سے ہم دیکھ سکتے ہیں کہ فل کس، $\vec{A}$ ، $\vec{B}$ اور q میں سے کسی ایک رکن یا ایک سے

برق۔ مقناطیسی امالہ

زیادہ رکن میں تبدیلی کرنے سے تبدیل کیا جاسکتا ہے۔ حصہ 6.2 میں بیان کیے گئے تجربات 6.1 اور 6.2 میں، فلکس، $\vec{B}$ کو بدل کر، تبدیل کیا گیا ہے۔ ایک مقناطیسی میدان میں ایک کوائل کی شکل (shape) میں تبدیلی کر کے (یعنی اسے سیکٹر کر یا پھیلا کر) بھی یا ایک کوائل کو مقناطیسی میدان میں اس طرح گھما کر بھی کہ $\vec{B}$ اور $\vec{A}$ کا درمیانی زاویہ تبدیل ہو جائے، ہم فلکس کو تبدیل کر سکتے ہیں۔ ان صورتوں میں بھی مناسبت رکھنے والے کوائلوں میں ایک emf کا امالہ ہوتا ہے۔

مثال 6.1

مثال 6.1 تجربہ 6.2 پر غور کیجیے: (a) آپ گیلونومیٹر میں بڑا انفرج حاصل کرنے کے لیے کیا کریں گے؟ (b) ایک گیلونومیٹر کی غیر موجودگی میں آپ امالیاتی کرنٹ کی موجودگی کا مظاہرہ کیسے کریں گے؟

حل:

(a) مقابلاً زیادہ انفرج حاصل کرنے کے لیے مندرجہ ذیل اقدامات میں سے کوئی ایک قدم یا ایک سے زیادہ اقدامات اٹھائے جاسکتے ہیں: (i) کوائل C_2 کے اندر نرم لوہے سے بنی چھڑ استعمال کیجیے (ii) کوائل کو ایک زیادہ طاقت ور بیٹری سے جوڑیے (iii) جانچ کوائل C_1 کی جانب دوسرے کوائل کو تیزی سے حرکت دیں۔ (b) گیلونومیٹر کی جگہ ایک چھوٹا بلب استعمال کریں، جیسا بلب ایک چھوٹی ٹارچ میں استعمال ہوتا ہے۔ دونوں کوائلوں کے درمیان نسبتی حرکت بلب کو روشن کر دے گی اور اس طرح امالیاتی کرنٹ کی موجودگی کا مظاہرہ ہو جائے گا۔

مثال 6.2

مثال 6.2 10cm ضلع اور 0.5Ω مزاحمت کا ایک مربع لوپ، مشرق۔ مغرب مستوی میں راسی طور پر رکھا گیا ہے۔ 0.10 T کا ایک ہموار مقناطیسی میدان، شمال۔ مشرق سمت میں مستوی پر لگایا گیا ہے۔ مقناطیسی میدان کو ایک قائم شرح سے، 0.70 s میں، کم کر کے صفر کر دیا گیا۔ اس وقفہ وقت کے دوران پیدا ہونے والی امالیاتی emf اور اس کے نتیجے میں پیدا ہونے والے امالیاتی کرنٹ کی عددی قدریں معلوم کیجیے۔

حل: لوپ کے رقبہ سمتیہ کے ذریعے مقناطیسی میدان سے بنایا گیا زاویہ θ ، 45° ہے۔ مساوات (6.1) سے آغازی مقناطیسی فلکس Φ ہے:

$$\Phi = BA \cos \theta$$

$$= \frac{0.1 \times 10^{-2}}{\sqrt{2}} \text{ Wb}$$

$$\Phi_{\min} = 0$$

فلکس میں یہ تبدیلی 0.70 s میں کی گئی ہے۔ مساوات (6.3) سے، امالیاتی emf کی عددی قدر، دی جاتی ہے۔

$$\varepsilon = \frac{|\Delta \Phi_B|}{\Delta t} = \frac{|(\Phi - 0)|}{\Delta t} = \frac{10^{-3}}{\sqrt{2} \times 0.7} = 1.0 \text{ mV}$$

اور کرنٹ کی عددی قدر ہے:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{10^{-3} \text{ V}}{0.5 \Omega} = 2 \text{ mA}$$

نوٹ کریں کہ زمین کے مقناطیسی میدان کی وجہ سے بھی لوپ میں سے ایک فلکس گذرتا ہے۔ لیکن یہ ایک قائم میدان ہے (جو تجربہ میں لگنے والے وقت کے دوران تبدیل نہیں ہوتا) اس لیے کسی emf کا امالہ نہیں کرتا۔

مثال 6.3: نصف قطر 10 cm، چکروں اور 2 Ω مزاحمت والے ایک دائری کوائل کو اس طرح رکھا گیا ہے کہ اس کا مستوی، زمین کے مقناطیسی میدان کے افقی جز پر، عمود ہے۔ اسے 0.25 s میں، اس کے راسی قطر کے گرد، 180° سے گھمایا جاتا ہے۔ کوائل میں امالہ ہوئی emf اور اس کے ساتھ امالہ ہوئے کرنٹ کی عددی قدریں معلوم کیجیے۔ اس مقام پر زمین کے مقناطیسی میدان کے افقی جز کی قدر $3.0 \times 10^{-5} \text{ T}$ ہے۔

حل: کوائل میں سے گزرنے والا آغازی فلکس

$$\begin{aligned}\Phi_B(\text{آغازی}) &= BA \cos \theta \\ &= 3.0 \times 10^{-5} \times (\pi \times 10^{-2}) \times \cos 0^\circ \\ &= 3\pi \times 10^{-7} \text{ Wb}\end{aligned}$$

گھمانے کے بعد اختتامی فلکس

$$\begin{aligned}\Phi_B(\text{اختتامی}) &= 3.0 \times 10^{-5} \times (\pi \times 10^{-2}) \times \cos 180^\circ \\ &= -3\pi \times 10^{-7} \text{ Wb}\end{aligned}$$

اس لیے، امالہ ہونے والی emf کی عددی قدر کا تخمینہ ہے:

$$\begin{aligned}\varepsilon &= N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \\ &= \frac{500 \times (6\pi \times 10^{-7})}{0.25} \\ &= 3.8 \times 10^{-3} \text{ V}\end{aligned}$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = 1.9 \times 10^{-3} \text{ A}$$

نوٹ کریں، کہ ε اور I کی یہ عددی قدریں، قدروں کا تخمینہ ہیں۔ ان کی لمحاتی قدریں (Instantaneous Values) مختلف ہیں اور ایک مخصوص لمحہ پر گردش کی رفتار کے تابع ہیں۔

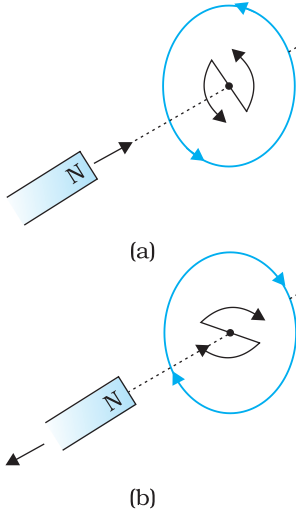
6.5 لینز کا قانون اور توانائی کا تحفظ (Lenz's Law and Conservation of Energy)

1834 میں، جرمن طبیعیات داں، ہینرک فریڈرک لینز (Heinrich Friedrich Lenz) نے ایک قاعدہ اخذ کیا، جو لینز کا قانون (Lenz's Law) کہلاتا ہے۔ یہ قانون امالہ شدہ emf کی قطبیت (Polarity) واضح اور ٹھوس شکل میں بتاتا ہے۔ قانون کا بیان ہے:

برق۔ مقناطیسی امالہ

امالہ ہوئی emf کی قطبیت اس طرح ہوتی ہے کہ یہ ایک ایسا کرنٹ پیدا کرنے کی کوشش کرتی ہے جو اس مقناطیسی فلکس میں تبدیلی کی مخالفت کرتا ہے، جس کی تبدیلی کی وجہ سے emf پیدا ہوئی ہے۔

مساوات (6.3) میں دکھائی گئی منفی علامت یہی اثر ظاہر کرتی ہے۔ ہم حصہ 6.2.1 میں دیے گئے تجربہ 6.1 کی جانچ کی مدد سے لینز کے قانون کو سمجھ سکتے ہیں۔ شکل 6.1 میں ہم دیکھتے ہیں کہ ایک چھڑ مقناطیس کا شمالی قطب بند کوائل کی جانب دھکیلا جا رہا ہے۔ جیسے جیسے چھڑ مقناطیس کا شمالی قطب کوائل کی جانب حرکت کرتا ہے، کوائل میں سے گزرنے والا مقناطیسی فلکس بڑھتا جاتا ہے۔ اس لیے کوائل میں کرنٹ کا امالہ ایسی سمت میں ہوتا ہے کہ یہ فلکس میں اضافہ کی مخالفت کرتا ہے۔ یہ اسی وقت ممکن ہے اگر کوائل میں کرنٹ، اس مشاہد کی مناسبت سے جو مقناطیس کی جانب کھڑا ہے، گھڑی مخالف سمت میں ہو۔ نوٹ کریں کہ اس کرنٹ سے منسلک مقناطیسی معیار اثر کی شمالی قطبیت ہے۔ اسی طرح، اگر مقناطیس کے شمالی قطب کو کوائل سے دور لے جایا جائے تو کوائل سے گزرنے والا مقناطیسی فلکس کم ہوگا۔ مقناطیسی فلکس میں ہونے والی اس کمی کو پورا کرنے کے لیے، کوائل میں پیدا ہونے والا امالیاتی کرنٹ گھڑی کی سوئیوں کی سمت میں بہتا ہے اور اس کا جنوبی قطب، چھڑ مقناطیس کے دور ہوتے ہوئے شمالی قطب کے سامنے ہوتا ہے۔ اس کے نتیجے میں ایک کششی قوت پیدا ہوگی جو مقناطیس کی حرکت اور اس کے مطابق فلکس میں ہونے والی کمی کی مخالفت کرے گی۔



شکل 6.6 لینز کے قانون کا تصویری اظہار

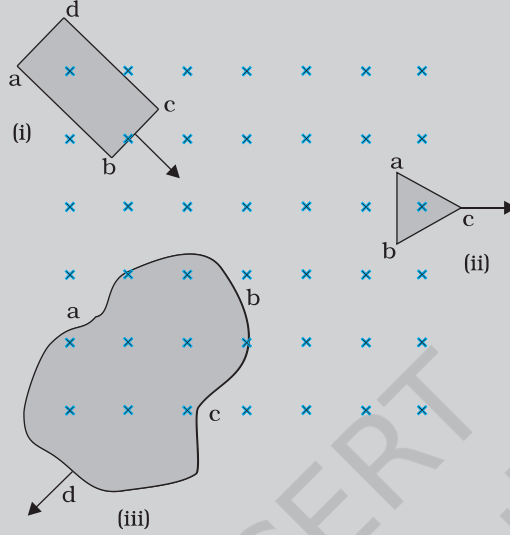
مندرجہ بالا مثال میں ایک بند لوپ کی جگہ اگر ایک کھلا سرکٹ استعمال کیا جائے، تو کیا ہوگا؟ اس صورت میں بھی، سرکٹ کے کھلے سروں کے درمیان ایک emf کا امالہ ہوتا ہے۔ امالہ ہوئی emf کی سمت، لینز کا قانون استعمال کر کے معلوم کی جاسکتی ہے۔ شکلیں 6.6(a) اور 6.6(b) دیکھیے۔ ان کی مدد سے امالہ ہوئے کرنٹ کی سمت کو زیادہ آسانی سے سمجھا جاسکتا ہے۔ نوٹ کریں کہ $\vec{B}$ اور $\vec{I}$ کے ذریعے امالہ ہوئے کرنٹوں کی سمتوں کی نشاندہی کی گئی ہے۔

اگر ہم اس معاملے پر ذرا سا غور کریں تو ہم لینز کے قانون کی درستی صحت سے مطمئن ہو جائیں گے۔ فرض کیجیے کہ امالہ ہوئے کرنٹ کی سمت، شکل 6.6(a) میں دکھائی گئی سمت کے مخالف تھی۔ اس صورت میں امالہ ہوئے کرنٹ کی وجہ سے بنا جنوبی قطب، مقناطیس کے نزدیک آتے شمالی قطب کے سامنے ہوگا۔ تب چھڑ مقناطیس، کوائل کی جانب، مستقل بڑھتے ہوئے اسراع کے ساتھ، کشش ہوگا۔ مقناطیس کو اگر ایک ہلکا سا دھکا دے دیا جائے تو یہ عمل شروع ہو جائے گا اور مقناطیس کی رفتار اور حرکی توانائی، بنا کوئی توانائی خرچ کیے، لگاتار بڑھتی جائیں گی۔ اگر ایسا ہونا ممکن ہوتا تو مناسب ترتیب کے ذریعے ایک دائمی حرکت (perpetual motion) مشین بنائی جاسکتی تھی۔ یہ توانائی کی بقا کے قانون کی خلاف ورزی ہے اور اس لیے ایسا ہونا ممکن نہیں ہے۔

اب وہ درست صورت دیکھیے جو شکل 6.6(a) میں دکھائی گئی ہے۔ اس صورت میں چھڑ مقناطیس، امالہ ہوئے کرنٹ کی وجہ سے ایک دفاعی قوت محسوس کرتا ہے۔ اس لیے مقناطیس کو حرکت دینے والے شخص کو حرکت دینے کے لیے کام کرنا پڑتا ہے۔ اس شخص کے ذریعے صرف کی گئی توانائی کہاں جاتی ہے؟ یہ توانائی، امالہ ہوئے کرنٹ کی وجہ سے پیدا ہوئی جول حرارت کے ذریعے صرف ہو جاتی ہے۔

مثال 6.4

شکل 6.7 میں مختلف شکلوں کے مسطح لوپ (Planar Loops)، ایک ایسے میدان کے علاقے میں داخل ہوتے یا اس سے باہر جاتے دکھائے گئے ہیں، جس کی سمت لوپ کے مستوی پر عمود، قاری سے دور کی جانب ہے۔ لینز کا قانون استعمال کرتے ہوئے ہر لوپ میں امالہ ہوئے کرنٹ کی سمت معلوم کیجیے۔



شکل (6.7)

حل:

- (i) مقناطیسی میدان کے علاقے میں اندر داخل ہونے کی حرکت کی وجہ سے مستطیل نما لوپ abcd میں سے گزرنے والے مقناطیسی فلکس میں اضافہ ہوتا ہے۔ اس لیے امالہ ہوئے کرنٹ کو راستہ bcdab پر بہنا لازمی ہے تاکہ یہ بڑھتے ہوئے فلکس کی مخالفت کر سکے۔
- (ii) باہری سمت میں حرکت کرنے کی وجہ سے، مثلث نما لوپ abc میں سے گزرنے والا فلکس کم ہوتا ہے، جس کی وجہ سے امالہ ہوا کرنٹ bacb پر بہتا ہے تاکہ فلکس میں تبدیلی کی مخالفت کر سکے۔
- (iii) کیونکہ بے قاعدہ شکل والے لوپ میں سے گزرنے والا فلکس، لوپ abcd کے مقناطیسی میدان کے علاقے سے باہر کی جانب حرکت کرنے کی وجہ سے، کم ہوتا ہے، امالہ ہوا کرنٹ cdabc کی سمت میں بہتا ہے تاکہ فلکس میں تبدیلی کی مخالفت کر سکے۔
- نوٹ کریں کہ لوپ جب تک مکمل طور پر مقناطیسی میدان کے علاقے کے اندر یا باہر ہیں، اس وقت تک کسی کرنٹ کا امالہ نہیں ہوگا۔

مثال 6.4

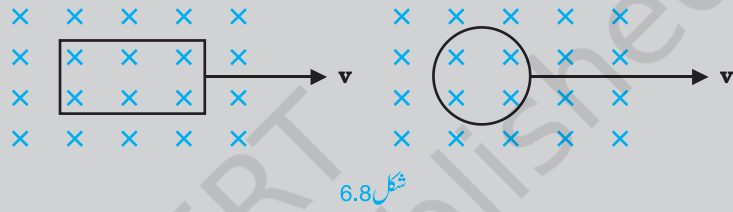
مثال 6.5

- (a) دو اپنی جگہ قائم رکھے گئے مستقل مقناطیسوں کے شمالی اور جنوبی قطبین کے درمیان، مقناطیسی میدان میں ایک بند لوپ کو ساکن رکھا جاتا ہے۔ کیا ہم بہت زیادہ طاقت ور مقناطیس استعمال کر کے لوپ میں کرنٹ

مثال 6.5

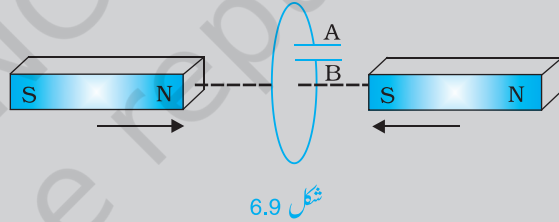
پیدا کر سکنے کی امید کر سکتے ہیں؟

- (b) ایک بڑے کپیسٹر کی چادروں کے درمیان مستقل برقی میدان کی عمودی سمت میں ایک بند لوپ حرکت کرتا ہے۔ کیا لوپ میں کسی کرنٹ کا امالہ ہوگا (i) جب یہ لوپ مکمل طور پر کپیسٹر کی چادروں کے درمیانی علاقہ میں ہے (ii) جب یہ لوپ جزوی طور پر کپیسٹر کی چادروں کے باہر ہے؟ برقی میدان، لوپ کے مستوی پر عمود ہے۔
- (c) ایک مستطیل نما لوپ اور ایک دائری لوپ، ایک ہموار مقناطیسی میدان کے علاقے سے (شکل 6.8) ایک میدان۔ آزاد علاقے کی طرف، مستقلہ رفتار v کے ساتھ حرکت کر رہے ہیں۔ آپ کس لوپ میں امید کرتے ہیں کہ میدان کے علاقے سے گزرنے کے دوران، امالہ ہوئی emf مستقلہ ہوگی؟ میدان لوپ پر عمود ہے۔



شکل 6.8

- (d) شکل 6.9 میں دکھائی گئی صورت میں کپیسٹر کی قطبیت کی پیشین گوئی کیجیے۔



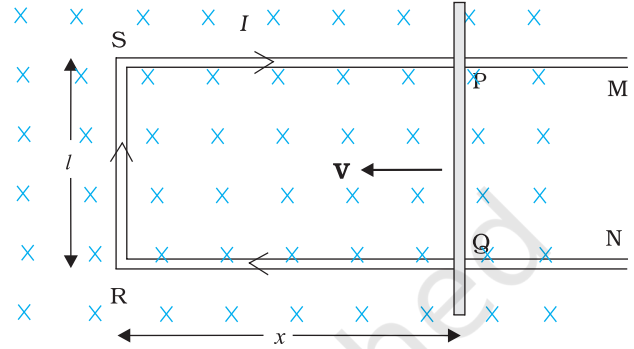
شکل 6.9

حل:

- (a) نہیں۔ مقناطیس چاہے کتنا بھی طاقت ور ہو، کرنٹ صرف لوپ سے گزرنے والے مقناطیسی فلکس کو تبدیل کر کے ہی امالہ کیا جاسکتا ہے۔
- (b) دونوں صورتوں میں سے کسی میں بھی کرنٹ کا امالہ نہیں ہوتا۔ کرنٹ کا امالہ، برقی فلکس تبدیل کر کے نہیں کیا جاسکتا ہے۔
- (c) صرف مستطیل نما لوپ کے لیے امالہ ہوئی emf کے مستقلہ ہونے کی امید کی جاسکتی ہے۔ دائری لوپ کے لیے، میدان کے علاقے سے باہر نکلنے کے دوران، لوپ کے رقبہ کی تبدیلی کی شرح مستقلہ نہیں ہے، اس لیے امالہ شدہ emf بھی اس کے مطابق تبدیل ہوتی رہے گی۔
- (d) کپیسٹر میں چادر B کی مناسبت سے چادر A کی قطبیت مثبت ہوگی۔

6.6 حرکتی برق محرک قوت (Motional Electromotive Force)

ایک مستقیم موصل لیچے جو ایک ہموار اور وقت-غیر تابع مقناطیسی میدان میں حرکت کر رہا ہے۔ شکل 6.10 میں ایک مستطیل نما موصل PQRS دکھایا گیا ہے، جس میں موصل PQ حرکت کر سکتا ہے۔ چھڑ PQ کو بائیں جانب مستقل رفتار $\vec{v}$ سے حرکت دی جاتی ہے، جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ یہ مان لیجئے کہ رگڑ کی وجہ سے توانائی ضائع نہیں ہو رہی ہے۔ PQRS ایک بند سرکٹ تشکیل دیتا ہے، جس سے گھرا رقبہ PQ کے حرکت کرنے کے ساتھ تبدیل ہوتا رہتا ہے۔ اسے ایک ہموار مقناطیسی میدان میں رکھا گیا ہے، جو کہ اس نظام کے مستوی پر عمود ہے۔ اگر لمبائی: $RQ = x$ اور $RS = l$ ، تو لوپ PQRS سے گھرا مقناطیسی فلکس Φ_B ہوگا۔



شکل 6.10 بازو PQ کو بائیں جانب حرکت دی جاتی ہے، جس سے مستطیل نما لوپ کا رقبہ کم ہو جاتا ہے۔ اس حرکت سے کرنٹ I کا امالہ ہوتا ہے۔

شکل 6.10: بازو PQ کو بائیں جانب حرکت کر دی جاتی ہے، جس سے مستطیل نما لوپ کا رقبہ کم ہو جاتا ہے۔ اس حرکت سے کرنٹ I کا امالہ ہوتا ہے

کیونکہ x ، وقت کے ساتھ تبدیل ہو رہا ہے، اس لیے فلکس Φ_B کی تبدیلی کی شرح ایک emf کا امالہ کرے گی، جو دی جائے گی:

$$\varepsilon = \frac{-d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}(Blx)$$

$$-Bl \frac{dx}{dt} = Blv \quad (6.5)$$

جہاں ہم نے $\frac{dx}{dt} = -v$ استعمال کیا ہے، جو موصل PQ کی چال ہے۔ امالہ شدہ emf Blv ، حرکتی emf (Motional emf) کہلاتی ہے۔ اس طرح ہم مقناطیسی میدان کو تبدیل کرنے کے بجائے ایک موصل کو حرکت دے کر بھی امالہ شدہ emf پیدا کر سکتے ہیں، یعنی کہ سرکٹ سے گھرے ہوئے مقناطیسی فلکس کو تبدیل کر کے۔

مساوات (6.5) میں حرکتی emf کی ریاضیاتی عبارت کو موصل PQ کے آزاد چارج برداروں پر لگ رہی لورینٹز قوت کا استعمال کر کے بھی سمجھا جاسکتا ہے۔ موصل PQ میں کوئی بھی اختیاری چارج q لیچے۔ جب چھڑ چال v کے ساتھ حرکت کرتی ہے، تو چارج بھی مقناطیسی میدان $\vec{B}$ میں، چال $\vec{v}$ کے ساتھ حرکت کر رہا ہوگا۔ اس چارج پر لگ رہی لورینٹز قوت کی عددی قدر qvB ہوگی اور اس کی سمت $\vec{Q}$ کی جانب ہوگی۔ تمام چارجوں پر یکساں قوت لگتی ہے، عددی قدر اور سمت دونوں کے لحاظ سے، چاہے چھڑ PQ میں ان کا مقام کوئی بھی ہو۔ اس لیے، چارج کو P سے Q تک حرکت دینے میں کیا گیا کام ہے:

$$W = qvBl$$

کیونکہ emf ، کیا گیا کام فی اکائی چارج ہے،

$$\varepsilon = \frac{W}{q}$$

$$= Blv$$

یہ مساوات چھٹر PQ پر امالہ شدہ emf دیتی ہے اور مساوات (6.5) کے متماثل ہے۔ ہم زور دے کر یہ کہنا چاہتے ہیں کہ ہماری پیش کش مکمل طور پر پختہ نہیں ہے۔ لیکن اس کی مدد سے، جب ایک موصل ایک ہموار اور وقت۔ غیر تابع مقناطیسی میدان میں حرکت کر رہا ہو تو فیراڈے کے قانون کی بنیاد کو سمجھا جاسکتا ہے۔

دوسری طرف، یہ واضح نہیں ہے کہ جب موصل ساکن ہوتا ہے اور مقناطیسی میدان تبدیل ہو رہا ہوتا ہے تو ایک emf کا امالہ کیسے ہوتا ہے، جس حقیقت کی تصدیق فیراڈے نے اپنے کئی تجربات کے ذریعے کی۔ ایک ساکن موصل کے لیے، اس کے چارجوں پر لگ رہی قوت ہے:

$$\vec{F} = q (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) = q \vec{E} \quad (6.6)$$

کیونکہ $\vec{v} = 0$ ، اس لیے چارج پر لگ رہی کوئی بھی قوت، صرف برقی میدان رکن سے ہی پیدا ہونی چاہیے۔ اس لیے امالہ شدہ emf یا امالہ شدہ کرنٹ کی موجودگی کی وضاحت کرنے کے لیے یہ فرض کرنا لازمی ہوگا کہ وقت کے ساتھ تبدیل ہوتا ہوا مقناطیسی میدان، ایک برقی میدان پیدا کرتا ہے۔ لیکن یہاں ہم یہ اضافہ فوراً ہی کرنا چاہیں گے کہ ساکن برقی چارجوں کے ذریعے پیدا ہوئے برقی میدانوں کی خاصیتیں، وقت کے ساتھ بدلتے ہوئے مقناطیسی میدانوں کے ذریعے پیدا ہوئے برقی میدانوں سے مختلف ہوتی ہیں۔ باب 4 میں ہم نے پڑھا تھا کہ متحرک چارج (کرنٹ) ایک ساکن مقناطیس پر قوت/قوت گردشہ لگا سکتے ہیں۔ اس کے برعکس، ایک حرکت کرتا ہوا چھڑ مقناطیس (یا زیادہ عمومی شکل میں، ایک بدلتا ہوا مقناطیسی میدان) ایک ساکن چارج پر قوت لگا سکتا ہے۔ یہ فیراڈے کی دریافت کی بنیادی اہمیت ہے۔ برق اور مقناطیسیت میں آپسی رشتہ ہے۔

مثال 6.6: 1m لمبی ایک دھاتی چھڑ ہے، جس کا ایک سر 1m نصف قطر کے دائری دھاتی چھلے کے مرکز پر

اور دوسرا سر اس چھلے کے محیط پر لگا ہے۔ اس چھڑ کو چھلے کے مرکز سے گزرتے ہوئے اور چھلے کے مستوی پر عمود

محور کے گرد 50 rev/s کے تعدد (Frequency) سے گھمایا گیا (شکل 6.11)۔ محور کے متوازی، IT کا

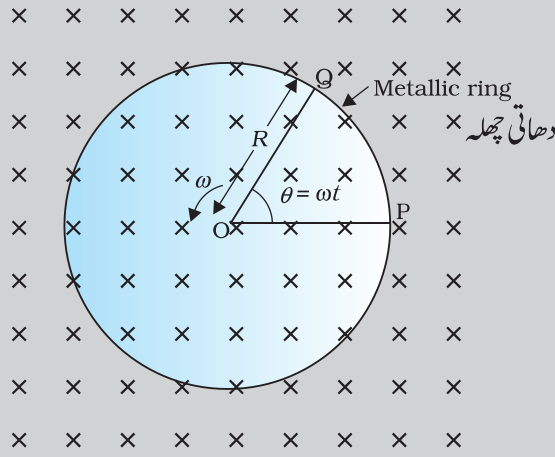
مقناطیسی میدان ہر جگہ موجود ہے۔ مرکز اور دھاتی چھلے کے درمیان emf کیا ہے؟

حل:

طریقہ 1:

جب چھڑ کو گھمایا جاتا ہے، تو چھڑ کے آزاد الیکٹران، لوہے کی قوت کی وجہ سے، باہری سرے کی جانب حرکت

کرتے ہیں اور چھلے پر تقسیم ہو جاتے ہیں۔ اس طرح چارجوں میں پیدا ہوئی دوری چھڑ کے سروں کے درمیان



شکل 6.11

ایک emf پیدا کرتی ہے۔ emf کی ایک مخصوص قدر پر، الیکٹرانوں کا مزید بہاؤ نہیں ہوتا اور ایک قائم حالت (steady state) حاصل ہوتی ہے۔ مساوات (6.5) استعمال کرتے ہوئے، چھڑ کی لمبائی dr پر پیدا ہوئی emf کی عددی قدر، جب کہ چھڑ مقناطیسی میدان سے قائم زاویہ بناتے ہوئے حرکت کرتی ہے، دی جاتی ہے:

$$d\varepsilon = Bvdr$$

اس لیے

$$\varepsilon = \int d\varepsilon = \int_0^R Bvdr = \int_0^R B\omega r dr = \frac{B\omega R^2}{2}$$

نوٹ کریں کہ ہم نے $v = \omega r$ استعمال کیا ہے۔ اس سے حاصل ہوتا ہے:

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \times 1.0 \times 2\pi \times 50 \times (1^2)$$

$$= 157 \text{ V}$$

طریقہ II

emf کا حساب لگانے کے لیے ہم ایک بند OPQ تصور کر سکتے ہیں، جس میں نقطہ O اور نقطہ P ایک مزاحمہ R سے جڑے ہوئے ہیں اور OQ ایک گھومنے والی چھڑ ہے۔ پھر مزاحمہ کے سروں کے درمیان مضمر فرق، امالہ شدہ emf کے مساوی ہے جو (لوپ کے رقبے کی تبدیلی کی شرح) $\vec{B} \times$ کے مساوی ہے۔ اگر چھڑ اور وقت t پر دائرہ کے نصف قطر کے نقطہ P کے درمیان زاویہ θ ہے، تو قطعہ (سیکٹر) OPQ کا رقبہ ہے:

$$\pi R^2 \times \frac{\theta}{2\pi} = \frac{1}{2} R^2 \theta$$

جہاں R، دائرہ کا نصف قطر ہے۔ اس لیے امالہ شدہ emf ہے:

$$\varepsilon = B \times \frac{d}{dt} \left[\frac{1}{2} R^2 \theta \right] = \frac{1}{2} BR^2 \frac{d\theta}{dt} = \frac{B\omega R^2}{2}$$

مثال 6.6

$$\left[\frac{d\theta}{dt} = \omega = 2\pi\nu \right]$$

یہ ریاضیاتی عبارت، طریقہ 1 سے حاصل کی گئی ریاضیاتی عبارت کے متماثل ہے اور ہمیں ε کی یکساں قدر حاصل ہوتی ہے۔

مثال 6.7

ایک پہیہ، جس میں 10 دھاتی کیلیں لگی ہوئی ہیں اور ہر کیل کی لمبائی 0.5m ہے، 120 rev/min کی چال سے، زمین کے مقناطیسی میدان کے افقی جز H_E کی عمودی سمت میں، گھمایا جاتا ہے۔ اگر اس مقام پر $H_E = 0.4 \text{ G}$ ، تو پہیے کے رِم اور دھرے کے درمیان امالہ شدہ emf کیا ہے؟ نوٹ کریں:

$$1 \text{ G} = 10^{-4} \text{ T}$$

حل:

$$\begin{aligned} \text{emf شدہ} &= \left(\frac{1}{2} \right) \omega B R^2 \\ &= \left(\frac{1}{2} \right) \times 4\pi \times 0.4 \times 10^{-4} \times (0.5)^2 \\ &= 6.28 \times 10^{-5} \text{ V} \end{aligned}$$

کیلوں کی تعداد بے معنی ہے، کیونکہ کیلوں پر emfs متوازی ہیں۔

مثال 6.7

6.7 توانائی کی بقا: ایک مقداری مطالعہ

(Energy Consideration: A Quantitative Study)

حصہ 6.5 میں ہم نے کیفیتی طور پر بحث کی تھی کہ لینز کا قانون، توانائی کی بقا کے قانون کے ساتھ ہم آہنگ ہے۔ اب ہم ایک ٹھوس مثال کی مدد سے اس پہلو کی مزید تحقیق کریں گے۔

فرض کیجیے شکل 6.10 میں دکھائے گئے حرکت کر سکنے والے مستطیل نما موصل کے بازو PQ کی مزاحمت r ہے۔ ہم فرض کر لیتے ہیں کہ دیگر بازوؤں RS، QR، SP کی مزاحمتیں r کے مقابلے میں نظر انداز کی جاسکتی ہیں۔ اس لیے مستطیل نما لوپ کی مجموعی مزاحمت r ہے اور PQ کے حرکت کرنے سے یہ تبدیل نہیں ہوتی۔ لوپ میں بہہ رہا کرنٹ I ہے:

$$I = \frac{\varepsilon}{r}$$

$$= \frac{Blv}{r} \quad (6.7)$$

مقناطیسی میدان کی موجودگی کی وجہ سے، بازو PQ پر ایک قوت لگے گی۔ یہ قوت $I (\vec{l} \times \vec{B})$ باہر کی جانب، چھڑکی رفتار کی مخالف سمت میں ہے۔ اس قوت کی عددی قدر ہے:

$$F = I l B = \frac{B^2 l^2 v}{r}$$

جہاں ہم نے مساوات (6.7) استعمال کی ہے۔ نوٹ کریں کہ یہ قوت چھڑ پر چارجوں کی باڈ اور رفتار (Drift Velocity) کرنٹ کے لیے ذمہ دار اور اس کے نتیجے میں ان پر لگ رہی اور یہ قوت سے پیدا ہوتی ہے۔ متبادل طور پر، بازو PQ، ایک مستقل چال v سے دھکیلی جا رہی ہے۔ ایسا کرنے کے لیے درکار پاور ہے:

$$P = F v$$

$$= \frac{B^2 l^2 v^2}{r} \quad (6.8)$$

وہ ایجنٹ جو یہ کام کرتا ہے، میکینکی ہے۔ یہ میکینکی توانائی کہاں چلی جاتی ہے؟ جواب ہے: یہ جول حرارت کے بطور اسراف شدہ توانائی (Dissipated energy) ہے، اور یہ دی جاتی ہے:

$$P_J = I^2 r = \left(\frac{Blv}{r} \right)^2 r = \frac{B^2 l^2 v^2}{r}$$

جو مساوات (6.8) کے متماثل ہے۔

اس لیے، وہ میکینکی توانائی جو بازو PQ کو حرکت دینے کے لیے درکار تھی، برقی توانائی (امالہ شدہ emf) میں تبدیل ہو جاتی ہے اور پھر حرارتی توانائی میں تبدیل ہو جاتی ہے۔ سرکٹ میں چارج کے بہاؤ اور مقناطیسی فلکس میں تبدیلی کے مابین ایک دلچسپ رشتہ ہے۔ فیراڈے کے قانون سے، ہم سیکھ چکے ہیں کہ امالہ شدہ emf کی عددی قدر ہے:

$$|\varepsilon| = \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t}$$

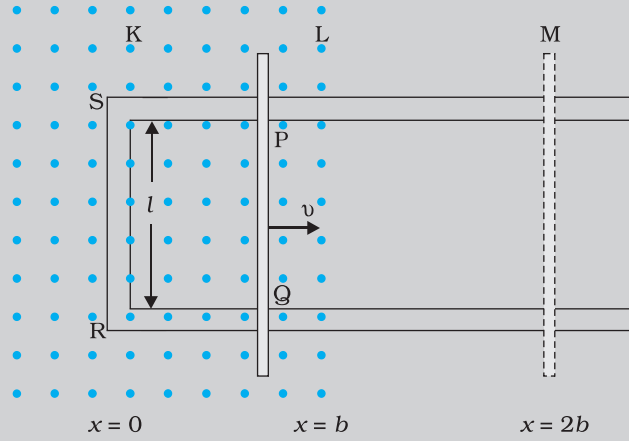
لیکن

$$|\varepsilon| = I r = \frac{\Delta Q}{\Delta t} r$$

اس لیے

$$\Delta Q = \frac{\Delta \Phi_B}{r}$$

مثال 6.8: شکل (10) 6.12 دیکھیے۔ مستطیل نما موصل کے بازو PQ کو، $x=0$ سے باہر کی جانب حرکت دی گئی ہے۔ ہموار مقناطیسی میدان، مستوی پر عمود ہے اور $x=0$ سے $x=b$ تک پھیلا ہوا ہے اور $x > b$ کے لیے صفر ہے۔ صرف بازو PQ میں قابل لحاظ مزاحمت r ہے۔ وہ صورت لیجیے جب بازو PQ چال v سے، $x=0$ سے $x=2b$ تک باہر کی جانب کھینچا گیا ہے اور پھر $x=0$ پر واپس لایا گیا ہے۔ فلکس، امالہ شدہ emf، بازو کو کھینچنے کے لیے درکار قوت اور جول حرارت کے بطور اسراف شدہ توانائی کے لیے ریاضیاتی عبارتیں حاصل کیجیے۔ فاصلہ کے ساتھ ان مقداروں کی تبدیلی کا نقشہ کھینچیے۔



شکل 6.12(a)

حل: پہلے ہم آگے کی جانب $x=0$ سے $x=2b$ تک حرکت لیتے ہیں۔

سرکٹ SPQR سے منسلک فلکس Φ_B ہے۔

$$\Phi_B = Blx \quad 0 \leq x < b$$

$$= Blb \quad b \leq x < 2b$$

امالہ شدہ emf ہے

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$= -Blv \quad 0 \leq x < b$$

$$= 0 \quad b \leq x < 2b$$

جب امالہ شدہ emf غیر صفر ہے، تو کرنٹ I (عددی قدر) ہے:

$$I = \frac{Blv}{r}$$

بازو PQ کو لگا تار حرکت میں رکھنے لیے درکار قوت IB ہے۔ اس کی سمت بائیں جانب ہے۔ عددی قدر میں،

$$F = \frac{B^2 l^2 v}{r} \quad 0 \leq x < b$$

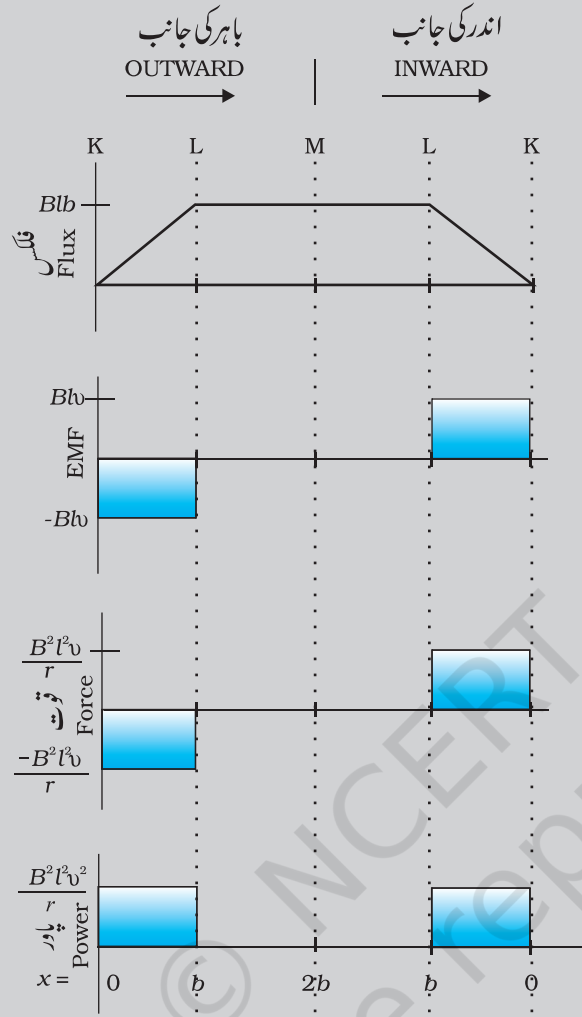
$$= 0 \quad b \leq x < 2b$$

جول حرارتی نقصان ہے

$$P_J = I^2 r$$

$$= \frac{B^2 l^2 v^2}{r} \quad 0 \leq x < b$$

$$= 0 \quad b \leq x < 2b$$



شکل 6.12

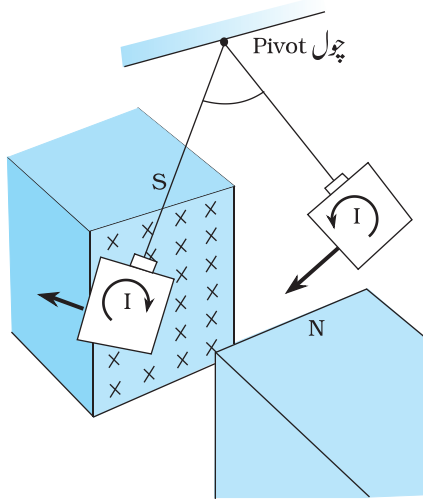
شکل 6.12(b) میں دکھائے گئے نقشے کو دیکھ کر پورے عمل کو سمجھا جاسکتا ہے۔
 سے $x=0$ تک کی اندر کی جانب حرکت کے لیے بھی یکساں ریاضیاتی عبارتیں حاصل کی جاسکتی ہیں۔

مثال 6.8

6.8 ایڈی کرنٹ (Eddy Currents)

اب تک ہم نے ان برقی کرنٹوں کا مطالعہ کیا ہے جو دائری لوپ جیسے موصلوں میں، بخوبی معروف راستوں میں امالہ ہوتے ہیں۔ جب موصلوں کے حجمی ٹکڑوں پر بھی تبدیل ہوتے ہوئے مقناطیسی فلکس اثر انداز ہوتے ہیں، تب ان میں بھی امالہ شدہ کرنٹ پیدا ہوتے ہیں۔ لیکن ان کے بہاؤ کا انداز پانی میں چکراتے ہوئے گرداب (eddies) جیسا ہوتا ہے۔ یہ اثر طبیعیات داں فوکالٹ (Foucault [1819–1868]) نے دریافت کیا اور یہ کرنٹ گردابی کرنٹ (ایڈی کرنٹ eddy currents) کہلاتے ہیں۔

برق۔ مقناطیسی امالہ



شکل 6.13 مقناطیسی میدان کے علاقے میں داخل ہوتے ہوئے اور اس علاقے سے باہر نکلتے ہوئے تانبہ کی چادر میں ایڈی کرنٹ پیدا ہوتے ہیں۔

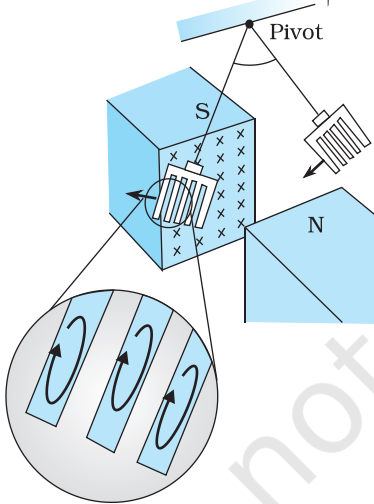
شکل 6.13 میں دکھائے گئے تجرباتی سامان (Apparatus) کو دیکھیے۔ ایک تانبہ کی چادر کو ایک طاقت ور مقناطیس کے قطبین کے درمیان ایک سادہ پینڈولم کی طرح جھولنے دیا جاتا ہے۔ یہ پتہ چلا ہے کہ چادر کی یہ حرکت قعری (Damped) ہوتی ہے اور کچھ ہی دیر میں چادر مقناطیسی میدان میں رک جاتی ہے۔ ہم اس مظہر کی، برق۔ مقناطیسی امالہ کی بنیاد پر، وضاحت کر سکتے ہیں۔ جیسے جیسے چادر مقناطیسی قطبین کے درمیانی علاقے میں اندر داخل ہوتی ہے اور اس علاقے سے باہر حرکت کرتی ہے، چادر سے منسلک مقناطیسی فلکس تبدیل ہوتا رہتا ہے۔ فلکس کی یہ تبدیلی چادر میں ایڈی کرنٹ کا امالہ کرتی ہے۔ جب چادر قطبین کے درمیانی علاقے میں داخل ہوتی ہے اور جب وہ اس علاقے سے باہر نکلتی ہے تو ایڈی کرنٹوں کی سمتیں مخالف ہوتی ہیں۔

جیسا کہ شکل 6.14 میں دکھایا گیا ہے، اگر تانبہ کی چادر میں مستطیل نما کھانچے (Slots) بنادیے جائیں تو ایڈی کرنٹوں کے بہنے کے لیے موجود رقبہ کم ہو جاتا ہے۔ اس لیے سوراخوں یا کھانچوں والی پینڈولم چادر برق۔ مقناطیسی قعر (Electromagnetic damping) کو کم کر دیتی ہے اور چادر زیادہ آزادانہ طور پر جھولنے لگتی ہے۔ نوٹ کریں کہ امالہ شدہ کرنٹ کے مقناطیسی معیار اثر (جو حرکت کی مخالفت کرتے ہیں) کرنٹوں سے گھرے ہوئے رقبہ کے تابع ہیں [یا د کریں، مساوات: $\vec{m} = I \vec{A}$ (باب 4)]۔

ایسے آلات میں، جن میں ایک دھاتی قالب پر کوئل لپیٹا جاتا ہے، جیسے برقی موٹر، ٹرانسفارمر وغیرہ، یہ طریقہ ان کے دھاتی قالب میں ایڈی کرنٹوں کو کم کرنے میں مددگار ہے۔ ایڈی کرنٹ ناپسندیدہ ہیں، کیونکہ وہ قالب کو گرم کر دیتے ہیں اور برقی توانائی کا حرارتی توانائی کی شکل میں اسراف کرتے ہیں۔ ایڈی کرنٹوں کو کم ترین کرنے کے لیے، دھاتی قالب، دھات کے ورقوں کو استعمال کر کے بنایا جاتا ہے۔ ان ورقوں کو ایک حارز مادے جیسے لیکر (Lacquer) کے ذریعے ایک دوسرے سے علاحدہ کیا جاتا ہے۔ ان ورقوں کے مستوی کو مقناطیسی میدان کے متوازی رکھنا ضروری ہے تاکہ وہ ایڈی کرنٹوں کے راستوں کو قطع کر سکیں۔ اس طرح کے انتظام سے ایڈی کرنٹوں کی طاقت کم ہو جاتی ہے۔ کیونکہ برقی توانائی کا حرارت میں اسراف، برقی کرنٹ کی شدت کے مربع کے تابع ہے، حرارتی زیاں قابل لحاظ حد تک کم ہو جاتا ہے۔ کچھ استعمالوں میں ایڈی کرنٹوں سے فائدہ بھی اٹھایا جاتا ہے، جیسے:

- ریل گاڑیوں میں مقناطیسی بریک: کچھ بجلی سے چلنے والی ریل گاڑیوں میں پٹریوں کے اوپر طاقت ور برقی مقناطیس لگائے جاتے ہیں۔ جب برقی مقناطیسوں کو فعال کیا جاتا ہے، تو پٹریوں میں امالہ شدہ ایڈی کرنٹ، ریل گاڑی کی حرکت کی مخالفت کرتے ہیں۔ کیونکہ یہاں کوئی میکانیکی واسطے نہیں ہیں، اس لیے بریک لگنے کا اثر ہموار ہوتا ہے اور جھٹکے نہیں محسوس ہوتے۔

- برق۔ مقناطیسی قعر: بعض گیالو ونومیٹروں میں ایک جامد قالب ہوتا ہے جو غیر مقناطیسی دھاتی مادی شے کا بنا ہوتا



شکل 6.14 تانبہ کی چادر میں کھانچے (Slots) بنادینے سے ایڈی کرنٹ کا اثر کم ہو جاتا ہے۔

ہے۔ جب کوائل احتراز کرتا ہے تو قالب میں پیدا ہوئے ایڈی کرنٹ اس حرکت کی مخالفت کرتے ہیں اور کوائل کو تیزی سے حالت سکون میں لے آتے ہیں۔

(iii) امالہ بھٹی: امالہ بھٹی (Induction furnace) بہت زیادہ درجہ حرارت پیدا کرنے کے لیے استعمال ہو سکتی ہے اور اس میں اجزاء ترکیبی دھاتوں کو پگھلا کر بھرت تیار کیے جاتے ہیں۔ جن دھاتوں کو پگھلانا ہے ان کے گرد لگائے گئے کوائل میں سے اونچے تعدد (High Frequency) کا متبادل کرنٹ گزارا جاتا ہے۔ دھاتوں میں پیدا ہوئے ایڈی کرنٹ اتنا زیادہ درجہ حرارت پیدا کر دیتے ہیں، جو انہیں پگھلانے کے لیے کافی ہوتا ہے۔

(iv) برقی پاور میٹر: برقی پاور میٹر میں چمکتی ہوئی دھاتی قرص (Disc) (اینا لوگ ٹائپ) ایڈی کرنٹ کی وجہ سے ہی گھومتی ہے۔ ایک کوائل میں سائن خم نما تبدیل ہوتے ہوئے کرنٹوں کے ذریعے پیدا ہوئے مقناطیسی میدان سے قرص میں برقی کرنٹوں کا امالہ ہوتا ہے۔

آپ اپنے گھر کے پاور میٹر میں گھومتی ہوئی چمکدار ڈسک کا مشاہدہ کر سکتے ہیں۔

برق۔ مقناطیسی قعر

مساوی اندرونی قطر کے دو کھوکھلے پتلے استوانی پائپ لیجیے، جن میں ایک المونیم کا بنا ہو اور دوسرا PVC کا۔ انہیں ایک اسٹینڈ پر کلیمپ (Clamp) کی مدد سے لگا دیجیے۔ ایک چھوٹا استوانی مقناطیس لیجیے، جس کا قطر پائپوں کے اندرونی قطر سے ذرا کم ہو اور اسے ہر پائپ میں سے اس طرح گرائیے کہ مقناطیس گرنے کے دوران پائپ کی دیواروں کو نہ چھوئے۔ آپ دیکھیں گے کہ PVC پائپ میں سے گرائے جانے پر پائپ سے باہر آنے میں مقناطیس اتنا ہی وقت لیتا ہے، جتنا وہ اتنی ہی اونچائی سے بغیر پائپ سے گزرے نیچے آنے میں لیتا۔ دونوں پائپوں میں سے گزرنے میں مقناطیس کو جتنا وقت لگتا ہے اسے نوٹ کر لیجیے۔ آپ دیکھیں گے کہ المونیم پائپ میں سے گزرنے میں مقناطیس کو مقابلتہاً کہیں زیادہ وقت لگتا ہے۔ ایسا کیوں ہوتا ہے؟ یہ ان ایڈی کرنٹوں کی وجہ سے ہے، جو المونیم پائپ میں پیدا ہوتے ہیں اور مقناطیسی فلکس میں تبدیلی، یعنی کہ، مقناطیس کی حرکت، کی مخالفت کرتے ہیں۔ ایڈی کرنٹ کی وجہ سے لگنے والی ابھائی قوت مقناطیس کی حرکت کو روکتی ہے۔ ایسے مظاہر برق۔ مقناطیسی قعر کہلاتے ہیں۔ نوٹ کریں کہ PVC پائپ میں ایڈی کرنٹ نہیں پیدا ہوتے کیونکہ PVC ایک عاجز مادی شے ہے جب کہ المونیم ایک موصل ہے۔

6.9 امالیت (Inductance)

ایک کوائل میں برقی کرنٹ کا امالہ، ایک اس کے قریب رکھے دوسرے کوائل کے ذریعے پیدا کی گئی فلکس تبدیلی سے اور اسی کوائل کے ذریعے پیدا کی گئی فلکس تبدیلی سے، کیا جاسکتا ہے۔ یہ دونوں حالتیں اگلے دو حصوں میں علاحدہ علاحدہ بیان کی گئی ہیں۔ لیکن، ان دونوں صورتوں میں، ایک کوائل سے گزرنے والا فلکس، کرنٹ کے متناسب ہے۔ یعنی کہ،

$$\Phi_B \propto I$$

اگر کوائل کی جیومیٹری وقت کے ساتھ تبدیل نہیں ہو رہی ہے تو

$$\frac{d\Phi_B}{dt} \propto \frac{dI}{dt}$$

ایک قریب قریب لپٹے ہوئے N چکروں کے کوائل کے لیے، ہر چکر سے یکساں مقناطیسی فلکس منسلک ہوتا ہے۔ جب کوائل سے گذر رہا فلکس Φ_B تبدیل ہوتا ہے تو ہر چکر امالہ شدہ emf میں حصہ لیتا ہے۔ اس لیے ایک اصطلاح ”فلکس بندھن“ (Flux Linkage) استعمال کی جاتی ہے جو ایک قریب قریب لپٹوں والے کوائل کے لیے $N\Phi_B$ کے مساوی ہے، اور ایسی صورت میں:

$$N\Phi_B \propto I$$

اس رشتہ میں تناسبیت کا مستقلہ ”امالیت“ کہلاتا ہے۔ ہم دیکھیں گے کہ امالیت صرف کوائل کی جیومیٹری اور ذاتی مادی خصوصیات کے تابع ہے۔ یہ پہلو صلاحیت سے ملتا جلتا ہے جو ایک متوازی چادر کپیسٹر میں چادر کے رقبے اور چادروں کے درمیان دوری (جیومیٹری) اور درمیانی واسطے کے ڈائی الیکٹرک مستقلہ K (ذاتی مادی خاصیت) کے تابع ہے۔ امالیت ایک عددیہ مقدار ہے۔ اس کے ابعاد $[M L^2 T^{-2} A^{-2}]$ ہیں جو فلکس کے ابعاد کو کرنٹ کے ابعاد سے تقسیم کرنے پر حاصل ہوتے ہیں۔ امالیت کی SI اکائی ہینری (henry) ہے اور اسے H سے ظاہر کرتے ہیں۔ یہ نام جوزف ہنری کے اعزاز میں رکھا گیا ہے، جنہوں نے امریکہ میں برق۔ مقناطیسی امالہ دریافت کیا تھا۔ ہنری اور فیراڈے نے یہ دریافت ایک دوسرے سے الگ الگ رہ کر کی۔ فیراڈے نے انگریز میں اور ہنری نے امریکہ میں۔

6.9.1 باہمی امالیت (Mutual inductance)

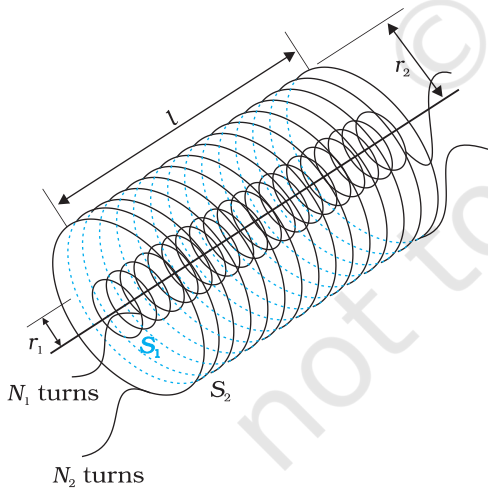
شکل 6.15 دیکھیے، جس میں دو ہم محور لمبے سولی نائڈ دکھائے گئے ہیں۔ ہر سولی نائڈ کی لمبائی l ہے۔ ہم اندرونی سولی نائڈ S_1 کے نصف قطر کو r_1 اور چکروں کی تعداد فی اکائی لمبائی کو n_1 سے ظاہر کرتے ہیں۔ باہری سولی نائڈ S_2 کے لیے متطابق مقادیر n_2 اور r_2 ہیں۔ فرض کیجیے N_1 اور N_2 ، بالترتیب، کوائل S_1 اور کوائل S_2 میں چکروں کی کل تعداد ہے۔

جب S_2 میں سے ایک کرنٹ I_2 گزارا جاتا ہے تو یہ S_1 میں ایک مقناطیسی فلکس پیدا کرتا ہے۔ ہم اسے Φ_1 سے ظاہر کرتے ہیں۔ سولی نائڈ S_1 کے ساتھ متطابق فلکس بندھن ہے:

$$N_1 \Phi_1 = M_{12} I_2 \quad (6.9)$$

M_{12} ، سولی نائڈ S_2 کی مناسبت سے، سولی نائڈ S_1 کی باہمی امالیت کہلاتی ہے۔ اسے باہمی امالہ کا ضریب بھی کہتے ہیں۔

$$N_1 \text{ turns چکر } N_1 \quad N_2 \text{ turns چکر } N_2$$



شکل 6.15: دو یکساں لمبائی کے، لمبے ہم محور سولی نائڈ

ان سادہ ہم محور سولی نائڈوں کے لیے M_{12} کا حساب لگایا جاسکتا ہے۔ S_2 میں کرنٹ I_2 کی وجہ سے مقناطیسی میدان $\mu_0 n_2 I_2$ ہے۔ اس کے نتیجے میں کوائل S_1 کے ساتھ فلکس بندھن ہے:

$$N_1 \Phi_1 = (n_1 l) (\pi r_1^2) (\mu_0 n_2 I_2) \\ = \mu_0 n_1 n_2 \pi r_1^2 l I_2 \quad (6.10)$$

جہاں $n_1 l$ سولی نائڈ S_1 میں چکروں کی کل تعداد ہے۔ اس لیے مساوات (6.9) اور مساوات (6.10) سے

$$M_{12} = \mu_0 n_1 n_2 \pi r_1^2 l \quad (6.11)$$

نوٹ کریں کہ ہم نے کنارہ اثر (edge effect) کو نظر انداز کر دیا ہے اور مقناطیسی میدان $\mu_0 n_2 I_2$ کو سولی نائڈ کی پوری لمبائی، چوڑائی پر یکساں مانا ہے۔ یہ تقریب (approximation) اس لحاظ سے درست ہے کہ سولی نائڈ کی لمبائی بہت زیادہ ہے، یعنی کہ،

اب ہم اس کی مخالف صورت لیتے ہیں۔ سولی نائڈ S_1 میں سے ایک کرنٹ I_1 گزارا جاتا ہے اور کوائل S_2 کے ساتھ فلکس بندھن ہے:

$$N_2 \Phi_2 = M_{21} I_1$$

M_{21} ، سولی نائڈ S_1 کی مناسبت سے، سولی نائڈ S_2 کی باہمی امالیت کہلاتی ہے۔

S_1 میں کرنٹ I_1 کی وجہ سے فلکس کو فرض کیا جاسکتا ہے کہ وہ مکمل طور پر S_1 کے اندر ہی مقید ہے، کیونکہ سولی نائڈ بہت لمبے ہیں۔ اس لیے، سولی نائڈ S_2 کے ساتھ فلکس بندھن ہے

$$N_2 \Phi_2 = (n_2 l) (\pi r_2^2) (\mu_0 n_1 I_1)$$

جہاں $n_2 l$ ، S_2 کے چکروں کی کل تعداد ہے۔ مساوات (6.12) سے

$$M_{21} = \mu_0 n_1 n_2 \pi r_2^2 l \quad (6.13)$$

مساوات (6.11) اور مساوات (6.13) استعمال کرنے پر، ہمیں حاصل ہوتا ہے

$$M_{12} = M_{21} = M \quad (6.14) \text{ (فرض کیا)}$$

ہم نے لمبے ہم محور سولی نائڈوں کے لیے اس مساوات کا مظاہرہ کیا ہے۔ لیکن یہ رشتہ، اس سے کہیں زیادہ عمومی ہے۔ نوٹ کریں کہ اگر اندروالا سولی نائڈ باہر والے سولی نائڈ کے مقابلے میں بہت چھوٹا ہو (اور اسے باہر والے سولی نائڈ کے بالکل اندر رکھا جائے) تب بھی ہم فلکس بندھن $N_1 \Phi_1$ کا حساب لگا سکتے ہیں، کیونکہ اندروالا سولی نائڈ، باہری سولی نائڈ کی وجہ سے پیدا ہونے والے ہموار مقناطیسی میدان میں ڈوبا ہوا ہے۔ اس صورت میں، M_{12} کا حساب لگانا آسان ہوگا۔ لیکن، باہری سولی نائڈ کے فلکس بندھن کا حساب لگانا بہت مشکل ہوگا کیونکہ اندرونی سولی نائڈ کی وجہ سے پیدا ہونے والا مقناطیسی میدان، باہری سولی نائڈ کی لمبائی اور ساتھ ہی ساتھ تراشی رقبے پر تبدیل ہوتا رہے گا۔ اس لیے اس صورت

میں M_{21} کا حساب لگانا بہت مشکل ہوگا۔ مساوات $M_{12} = M_{21}$ ایسی صورتوں میں بہت کارآمد ہے۔ ہم نے مندرجہ بالا مثال کی وضاحت، سولی نائڈ میں واسطہ ”ہوا“ کے لیے کی تھی۔ اس کی جگہ اگر اضافی مقناطیسی سرایت پذیری μ_r کا کوئی واسطہ ہو تو باہمی امالیت ہوگی: $M = \mu_r \mu_0 n_1 n_2 \pi r_1^2 l$ یہ جاننا بھی اہم ہے کہ کوائلوں، سولی نائڈوں وغیرہ کے ایک جوڑے کی باہمی امالیت ان کی درمیانی دوری اور ان کی نسبتی تشریق کے بھی تابع ہے۔

مثال 6.9: دو ہم مرکز دائری کوائل، جن میں سے ایک کم نصف قطر r_1 کا ہے اور دوسرا زیادہ نصف قطر r_2 کا ہے، اس طرح کہ $r_1 \gg r_2$ ، ہم محور طور پر رکھے گئے ہیں اور ان کے مراکز ایک دوسرے پر منطبق ہیں۔ اس ترتیب کی باہمی امالیت معلوم کیجیے۔

حل: فرض کیجیے کہ باہری دائری کوائل میں ایک کرنٹ I_2 بہتا ہے۔ کوائل کے مرکز پر میدان: $B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2r_2}$ ہے۔ کیونکہ دوسرے، ہم محور طرز میں رکھے ہوئے کوائل کا نصف قطر بہت خفیف ہے، B_2 کو اس کے تراشی رقبہ پر مستقل مانا جاسکتا ہے۔ اس لیے

$$\begin{aligned}\Phi_1 &= \pi r_1^2 B_2 \\ &= \frac{\mu_0 \pi r_1^2}{2r_2} I_2 \\ &= M_{12} I_2\end{aligned}$$

اس لیے

$$M_{12} = \frac{\mu_0 \pi r_1^2}{2r_2}$$

مساوات (6.14) سے

$$M_{12} = M_{21} = \frac{\mu_0 \pi r_1^2}{2r_2}$$

نوٹ کریں کہ ہم نے M_{12} کا حساب، Φ_1 کی ایک تقریبی قدر کی مدد سے لگایا ہے، جہاں ہم نے مان لیا ہے کہ مقناطیسی میدان B_2 ، رقبہ πr_1^2 پر ہموار ہے۔ لیکن ہم اس قدر کو تسلیم کر سکتے ہیں، کیونکہ $r_1 \ll r_2$

مثال 6.9

اب ہم حصہ 6.2 میں بیان کیے گئے تجربہ 6.3 کو یاد کرتے ہیں۔ اس تجربہ میں جب بھی کوائل C_2 میں سے گزر رہے کرنٹ میں کوئی تبدیلی ہوتی ہے، کوائل C_1 میں ایک emf کا امالہ ہوتا ہے۔ فرض کیجیے کہ کوائل C_1 میں سے گزر رہا فلکس Φ_1 ہے (مان لیجیے اس میں چکروں کی تعداد N_1 ہے)، جب کہ کوائل C_2 میں کرنٹ I_2 ہے۔

تب، مساوات (6.9) سے ہمارے پاس ہے:

$$N_1 \Phi_1 = M I_2$$

وقت کے ساتھ تبدیل ہوتے ہوئے کرنٹوں کے لیے

$$\frac{d}{dt}(N_1 \Phi_1) = \frac{d}{dt}(M I_2)$$

کیونکہ کوائل C_1 میں امالہ ہوئی emf دی جاتی ہے:

$$\varepsilon_1 = -\frac{d}{dt}(N_1 \Phi_1)$$

ہمیں حاصل ہوتا ہے:

$$\varepsilon_1 = -M \frac{dI_2}{dt}$$

اس سے ظاہر ہوتا ہے کہ ایک کوائل میں کرنٹ تبدیل کرنے سے، اس کے نزدیکی کوائل میں emf کا امالہ ہو سکتا

ہے۔ امالہ شدہ emf کی عددی قدر، کرنٹ کی تبدیلی کی شرح اور دونوں کوائلوں کی باہمی امالیت کے تابع ہے۔

6.9.2 خود امالیت (Self-inductance)

پچھلے تحت حصے میں ہم نے ایک سولی نائڈ میں فلکس، دوسرے سولی نائڈ میں کرنٹ کی وجہ سے دیکھا تھا۔ یہ بھی ممکن ہے کہ ایک واحد جدا کیے ہوئے کوائل میں emf کا امالہ ہو، جس کی وجہ اسی کوائل میں سے گذر رہے کرنٹ کی تبدیلی کے ذریعے اس کوائل میں فلکس کی تبدیلی ہو۔ یہ مظہر خود امالہ کہلاتا ہے۔ اس صورت میں ایک N -چکروں کے کوائل سے فلکس۔ بندھن، کوائل میں سے گذر رہے کرنٹ کے متناسب ہے اور ظاہر کیا جاتا ہے:

$$N\Phi_B \propto I$$

$$N\Phi_B = L I \quad (6.15)$$

جہاں تناسبیت کا مستقل L ، کوائل کی خود-امالیت کہلاتی ہے۔ اسے کوائل کے خود امالہ کا ضرب بھی کہتے ہیں۔ جب کرنٹ کو تبدیل کیا جاتا ہے تو کوائل سے منسلک (بندھا ہوا) فلکس بھی تبدیل ہوتا ہے اور کوائل میں ایک emf کا امالہ ہوتا ہے۔ مساوات (6.15) استعمال کرتے ہوئے، امالہ ہوئی emf دی جاتی ہے:

$$\varepsilon = -\frac{d(N\Phi_B)}{dt}$$

$$\varepsilon = -L \frac{dI}{dt} \quad (6.16)$$

اس لیے خود-امالہ شدہ emf، ہمیشہ کوائل میں سے گذر رہے کرنٹ کی کسی بھی تبدیلی (اضافہ یا کمی) کی مخالفت کرتی ہے۔ سادہ جیومیٹریوں والے سرکٹوں کی خود-امالیت کا حساب لگایا جاسکتا ہے۔ ہم ایک ایسے لمبے سولی نائڈ کی خود-امالیت کا حساب لگاتے ہیں، جس کا تراشی رقبہ A ہے، لمبائی l ہے اور جس میں n چکرنی اکائی لمبائی ہیں۔ سولی نائڈ میں بہہ رہے کرنٹ I کی وجہ سے پیدا ہونے والا مقناطیسی میدان ہے: $B = \mu_0 n I$ (پہلے کی طرح کنارہ-اثرات نظر انداز کرتے ہوئے)۔ سولی نائڈ سے بندھا ہوا کل فلکس ہے:

$$N\Phi_B = (nl)(\mu_0 nI)(A) \\ = \mu_0 n^2 Al I$$

جہاں nl ، چکروں کی کل تعداد ہے۔ اس لیے، خود امالیت ہے:

$$L = \frac{N\Phi_B}{I} \quad (6.17) \\ = \mu_0 n^2 Al$$

اگر ہم سولی نائڈ کے اندرونی حصے کو اضافی مقناطیسی سرایت پذیری μ_r کی ایک مادی شے (مثلاً نرم لوہا، جس کی اضافی مقناطیسی سرایت پذیری قدر اونچی ہے) سے بھر دیں، تب

$$L = \mu_r \mu_0 n^2 Al \quad (6.18)$$

کوائل کی خود۔ امالیت، اس کی جیومیٹری اور واسطے کی مقناطیسی سرایت پذیری کے تابع ہے۔

خود امالہ۔ شدہ emf ، الٹی emf (back emf) بھی کہلاتی ہے، کیونکہ یہ سرکٹ میں کرنٹ کی کسی بھی تبدیلی کی مخالفت کرتی ہے۔ طبعی طور پر سے، خود۔ امالیت، جمود (Inertia) کا کردار ادا کرتی ہے۔ یہ میکانات میں کمیت کا برق۔ مقناطیسی مشابہ ہے۔ اس لیے، ایک سرکٹ میں کرنٹ قائم کرنے کے لیے الٹی emf ($\mathcal{E}$) کے خلاف کام کرنا پڑے گا۔ یہ کیا گیا کام، مقناطیسی وضعی توانائی کے بطور ذخیرہ ہو جاتا ہے۔ کسی لمحے پر سرکٹ میں کرنٹ I کے لیے، کیے گئے کام کی شرح ہے:

$$\frac{dW}{dt} = |\mathcal{E}| I$$

اگر ہم مزاحمتی نقصانوں (Resistive Losses) کو نظر انداز کر دیں اور صرف امالی اثر دیکھیں، تو

مساوات (6.16) استعمال کرنے پر

$$\frac{dW}{dt} = L I \frac{dI}{dt}$$

کرنٹ I قائم کرنے میں، کیے گئے کام کی کل مقدار ہے:

$$W = \int dW = \int_0^I L I dI$$

اس لیے کرنٹ I قائم کرنے کے لیے درکار توانائی ہے:

$$W = \frac{1}{2} LI^2 \quad (6.19)$$

یہ ریاضیاتی عبارت ہمیں ایک m کمیت کے ذرے کی (میکانیکی) حرکی توانائی $\frac{mv^2}{2}$ کی یاد دلاتی ہے، اور اس سے ظاہر ہوتا ہے کہ m ، L کے مشابہ ہے (یعنی کہ L ، برقی جمود ہے اور سرکٹ میں کرنٹ کے برھنے یا کم ہونے کی مخالفت کرتا ہے)۔

وہ عمومی صورت لیجیے، جس میں قریب قریب رکھے دو کوائلوں میں ہمہ وقت کرنٹ بہہ رہا ہے۔ ایک کوائل سے منسلک فلکس، دو فلکسوں کا حاصل جمع ہوگا، جو ایک دوسرے سے آزادانہ طور پر پائے جاتے ہیں۔ مساوات (6.9) کی تبدیل شدہ شکل ہوگی:

$$N_1 \Phi_1 = M_{11} I_1 + M_{12} I_2$$

جہاں، اسی کوائل کی وجہ سے امالیت کو ظاہر کرتی ہے۔

اس لیے، فی راڈے کا قانون استعمال کرتے ہوئے:

$$\varepsilon_1 = -M_{11} \frac{dI_1}{dt} - M_{12} \frac{dI_2}{dt}$$

خود۔ امالیت ہے اور اسے L_1 لکھا جاتا ہے۔ اس لیے:

$$\varepsilon_1 = -L_1 \frac{dI_1}{dt} - M_{12} \frac{dI_2}{dt}$$

مثال 6.10 (a) ایک سولی نائڈ میں ذخیرہ ہوئی توانائی کی ریاضیاتی عبارت، مقناطیسی میدان $\vec{B}$ ، رقبہ A اور سولی نائڈ کی لمبائی کی شکل میں حاصل کیجیے۔ (b) اس مقناطیسی توانائی کا مقابلہ ایک کپیسٹر میں ذخیرہ ہوئی برقی سکونی توانائی سے کیجیے۔

حل:

(a) مساوات (6.19) سے، مقناطیسی توانائی ہے:

$$U_B = \frac{1}{2} LI^2$$

$$= \frac{1}{2} L \left(\frac{B}{\mu_0 n} \right)^2 \quad [B = \mu_0 nI \text{ (ایک سولی نائڈ کے لیے)}]$$

$$= \frac{1}{2} (\mu_0 n^2 A l) \left(\frac{B}{\mu_0 n} \right)^2 \quad [\text{مساوات 6.17 سے}]$$

$$= \frac{1}{2\mu_0} B^2 A l$$

(b) مقناطیسی توانائی فی اکائی حجم ہے

$$u_B = \frac{U_B}{V} \quad (\text{جہاں } V \text{ وہ حجم ہے جس میں سے فلکس گزر رہا ہے})$$

$$= \frac{U_B}{A l}$$

$$= \frac{B^2}{2\mu_0} \quad (6.20)$$

ہم ایک متوازی چادر کپیسٹر میں ذخیرہ ہوئی برقی سکونی توانائی فی اکائی حجم کے لیے رشتہ پہلے ہی حاصل کر چکے

ہیں (دیکھیے باب 2، مساوات 2.77)

$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \quad (2.77)$$

دونوں صورتوں میں، توانائی، میدان کی طاقت کے مربع کے متناسب ہے۔ مساوات (6.20) اور مساوات (2.77) مخصوص صورتوں کے لیے مشتق کی گئی ہیں؛ بالترتیب، ایک سولی نائڈ اور ایک متوازی چادر کپیسٹر کے لیے۔ لیکن یہ عمومی ہیں اور فضا کے ہر اس علاقے کے لیے درست ہیں جس میں ایک مقناطیسی میدان یا/اور برقی میدان موجود ہیں۔

6.10 اے سی جنریٹر (AC Generator)

برق۔ مقناطیسی امالہ کے مظہر کا تکنیکی استعمال کئی طریقوں سے کیا گیا ہے۔ ایک مخصوص اہمیت کا حامل استعمال ac کرنٹ پیدا کرنا ہے۔ جدید ac جنریٹر، جس کی مخصوص برآمدہ گنجائش 100MW ہوتی ہے، ایک بہت ترقی یافتہ مشین ہے۔ اس حصہ میں ہم اس مشین کی کارگردگی کے پیچھے کارفرما بنیادی اصول بیان کریں گے۔ یوگوسلاویہ کے موجد نکولا ٹیسلا کو اس مشین کو تیار کرنے کا اعزاز حاصل ہے۔ جیسا کہ حصہ 6.3 میں بیان کیا جا چکا ہے کہ ایک لوپ میں emf یا کرنٹ امالہ کرنے کا

ایک طریقہ یہ ہے کہ لوپ کی تشریق میں یا لوپ کے موثر رقبے میں تبدیلی کی جائے۔ جب کوائل ایک مقناطیسی میدان $\vec{B}$ میں گھومتا ہے تو لوپ کا موثر رقبہ (میدان پر عمود رخ) $A \cos \theta$ ہے، جہاں θ ، $\vec{A}$ اور $\vec{B}$ کے درمیان زاویہ ہے۔ فلکس میں تبدیلی پیدا کرنے کا یہ طریقہ ایک سادہ ac جنریٹر کے کام کرنے کا اصول ہے۔ ایک ac جنریٹر میکینیکی توانائی کو برقی توانائی میں تبدیل کرتا ہے۔

ایک ac جنریٹر کے بنیادی اجزا شکل 6.16 میں دکھائے گئے ہیں۔ یہ ایک ایسے کوائل پر مشتمل ہوتا ہے جو ایک روٹری شیفٹ (Rotor shaft) پر لگا ہوتا ہے۔ کوائل کے گردش کرنے کا محور، مقناطیسی میدان کی سمت پر عمود ہوتا ہے۔ کوائل [جسے آر میچر (Armature) کہتے ہیں] کو کسی باہری میکینیکی ذریعے سے ہموار مقناطیسی میدان میں گھمایا جاتا ہے۔ کوائل کی گردش، اس میں سے گذر رہے مقناطیسی فلکس کو تبدیل کر دیتی ہے اور اس طرح کوائل میں ایک emf کا امالہ ہوتا ہے۔ کوائل کے سرے، سلپ رنگ (slip rings) اور برش (Brushes) کے ذریعے ایک باہری سرکٹ سے جڑے ہوتے ہیں۔

شکل 6.16: AC جنریٹر

جب کوائل کو ایک مستقلہ زاویائی چال ω کے ساتھ گھمایا جاتا ہے، تو ایک لمحہ وقت t پر، مقناطیسی میدان سمتیہ $\vec{B}$ اور کوائل کے رقبہ سمتیہ $\vec{A}$ کے درمیان زاویہ θ ہے: $\theta = \omega t$ (یہ فرض کرتے ہوئے کہ $t=0$ پر $\theta=0^\circ$)۔ اس کے نتیجے میں کوائل کا

وہ موثر رقبہ جس میں سے مقناطیسی میدان خطوط گذر سکتے ہیں، وقت کے ساتھ تبدیل ہو جاتا ہے، اور مساوات (6.1) سے، ایک وقت t پر، فلکس ہے:

$$\Phi_B = BA \cos \theta = BA \cos \omega t$$

فیراڈے کے قانون کے مطابق، N چکروں والے، گردش کرتے ہوئے کوائل کے لیے، امالہ شدہ emf ہے:

$$\varepsilon = -N \frac{d\Phi_B}{dt} = -NBA \frac{d}{dt}(\cos \omega t)$$

اس لیے، emf کی لمحاتی قدر (Instantaneous Value) ہے:

$$\varepsilon = NBA \omega \sin \omega t \quad (6.21)$$

جہاں ε_0 (NBA ω) emf کی اعظم قدر (Maximum Value) ہے، جو اس وقت حاصل ہوتی ہے جب: $(\sin \omega t = \pm 1)$ ۔ اگر

ہم (NBA ω) کو ε_0 سے ظاہر کریں تو

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \sin \omega t \quad (6.22)$$

کیونکہ سائن تفاعل کی قدر 1 اور -1 کے درمیان تبدیل ہوتی رہتی ہے، اس لیے emf کی علامت یا قطبیت، وقت کے ساتھ تبدیل ہوتی رہتی ہے۔ شکل 6.17 سے نوٹ کریں کہ emf اپنی انتہائی قدر (extreme value) اس وقت حاصل کرتی ہے جب $\theta = 90^\circ$ یا $\theta = 270^\circ$ ، کیونکہ ان نقاط پر فلکس کی تبدیلی سب سے زیادہ ہوتی ہے۔

کیونکہ کرنٹ کی سمت دوری طور (Periodically) پر تبدیل ہوتی ہے، اس لیے یہ کرنٹ، متبادل کرنٹ [ac] (alternating current) کہلاتا ہے۔ کیونکہ $\omega = 2\pi\nu$ ، مساوات (6.22) لکھی جاسکتی ہے:

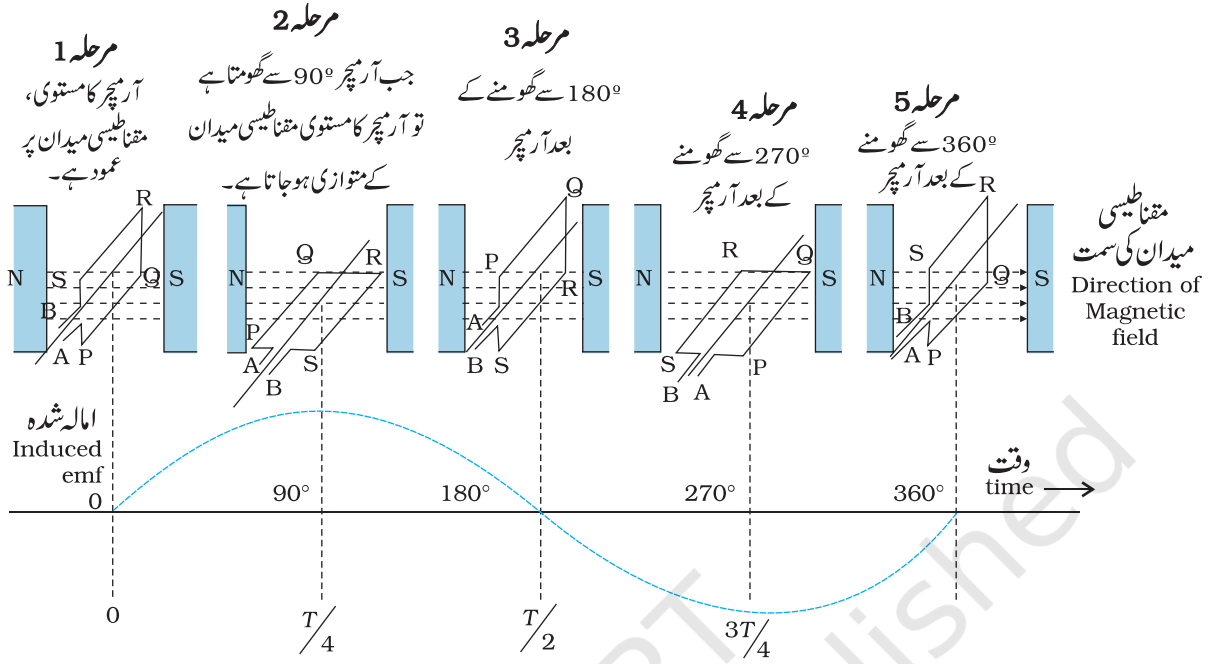
$$\varepsilon = \varepsilon_0 \sin 2\pi \nu t \quad (6.23)$$

جہاں ν ، جنریٹر کے کوائل کے طواف کا تعدد (Frequency of revolution) ہے۔

نوٹ کریں کہ مساوات (6.22) اور مساوات (6.23) emf کی لمحاتی قدر دیتی ہیں اور ε ، $+\varepsilon_0$ اور $-\varepsilon_0$ کے درمیان دوری طور پر تبدیل ہوتی رہتی ہے۔ ہم متبادل وولٹیج اور متبادل کرنٹ کی وقت پر اوسط کی گئی (Time averaged) قدر معلوم کرنے کا طریقہ اگلے باب میں سیکھیں گے۔

کاروباری/تجارتی جنریٹروں میں آر مپچر کو گردش دینے کے لیے مطلوبہ توانائی، اونچائی سے گرتے ہوئے پانی کے ذریعے مہیا کی جاتی ہے مثلاً بندھ (Dam) سے۔ یہ آبی-برقی جنریٹر (Hydro-electric generator) کہلاتے ہیں۔ متبادل طریقے کے بطور، پانی کو کونکے یا دوسرے وسیلوں کے ذریعے گرم کر کے بھاپ بنائی جاتی ہے۔ زیادہ دباؤ پر یہ بھاپ آر مپچر میں گردش پیدا کرتی ہے۔ یہ حرارتی جنریٹر کہلاتے ہیں۔ اگر کونکے کی جگہ نیوکلیائی ایندھن استعمال کیا جائے تو نیوکلیائی پاور جنریٹر حاصل ہوتے ہیں۔ جدید دور کے جنریٹر 500MW تک کی برقی پاور پیدا کرتے ہیں، یعنی کہ اتنی پاور جس سے 100W کے 50 لاکھ بلب روشن کیے جاسکتے ہیں۔ زیادہ تر جنریٹروں میں کوائل کو ساکن رکھا جاتا ہے اور برقی-مقناطیسوں کو گردش دی جاتی ہے۔ ہندوستان میں گردش کا تعدد (frequency of rotation) 50Hz ہے۔ بعض ملکوں، جیسے امریکہ، میں یہ 60Hz ہے۔

برق۔ مقناطیسی امالہ



شکل 6.17: ایک مقناطیسی میدان میں تار کے ایک لوپ کے گردش کرنے سے متبادل emf پیدا ہوتی ہے۔

مثال 6.11: کملا ایک ساکن سائیکل کے پیڈل گھماتی ہے۔ سائیکل کے پیڈل، 0.10 m^2 رقبہ اور 100 چکروں والے ایک کوئل سے جڑے ہوئے ہیں۔ کوئل، آدھا طواف فی سیکنڈ سے چکر لگاتا ہے اور 0.01 T کے ہموار مقناطیسی میدان میں رکھا ہوا ہے۔ میدان کی سمت، کوئل کے گردش محور پر عمود ہے۔ کوئل میں پیدا ہوئی اعظم وولٹیج کیا ہے؟

حل: یہاں: $B = 0.01 \text{ T}$ اور $\omega = 0.5 \text{ Hz}$; $N = 100$, $A = 0.1 \text{ m}^2$

مساوات (6.21) استعمال کرتے ہوئے

$$\varepsilon_0 = NBA (2 \pi \nu)$$

$$= 100 \times 0.01 \times 0.1 \times 2 \times 3.14 \times 0.5$$

$$= 0.314 \text{ V}$$

اعظم وولٹیج 0.314 V ہے۔

ہم پاور پیدا کرنے کی ایسی متبادل صورتیں تلاش کرنے کے لیے آپ کی ہمت افزائی کرتے ہیں۔

پرندوں کی ہجرت

پرندوں کی ہجرت کا طریقہ آج بھی حیاتی علم، بلکہ تمام سائنسی علوم کے لیے ایک معمہ ہے۔ مثلاً، ہر جاڑے میں، بلاناغہ سائیریا سے پرندے برصغیر ہند کے آبی مقامات کی طرف پرواز کرتے ہیں۔ ایک تجویز یہ بھی پیش کی گئی ہے کہ برق۔ مقناطیسی امالہ شاید اس ہجرت کے راز سے پردہ اٹھانے میں مدد کر سکتا ہے۔ زمین کا مقناطیسی میدان، ارتقائی تاریخ کے ہر دور میں موجود رہا ہے۔ مہاجر پرندوں کے لیے اس میدان کو سمت معلوم کرنے کے لیے استعمال کرنا بہت مفید ہوگا۔ جہاں تک ہماری معلومات کا تعلق ہے، پرندوں میں کوئی لوہ مقناطیسی مادی شے نہیں ہوتی۔ اس لیے برق۔ مقناطیسی امالہ ہی، سمت معلوم کرنے کے لیے واحد قابل فہم میکانزم معلوم ہوتا ہے۔ وہ مناسب ترین صورت لیجیے جب مقناطیسی میدان $\vec{B}$ ، پرندے کی رفتار $\vec{v}$ اور اس کے جسم کے کوئی دو نقطے جو ایک دوسرے سے l فاصلہ پر ہیں، تینوں باہم عمود ہیں۔ حرکتی emf کے فارمولے، مساوات (6.5) سے

$$\varepsilon = Blv$$

$$v = 10 \text{ m/s}, l = 2 \text{ cm}, B = 4 \times 10^{-5} \text{ T}$$

$$\varepsilon = 4 \times 10^{-5} \times 2 \times 10^{-2} \times 10 \text{ V} = 8 \times 10^{-6} \text{ V}$$

$$= 8 \mu\text{V}$$

اس بے حد قلیل مضمر فرق سے یہ اندازہ ہوتا ہے کہ ہمارا مفروضہ درستگی صحت کے لحاظ سے مشکوک ہے۔ کچھ مچھلیوں کی قسموں میں قلیل مضمر فرق کو محسوس کرنے کی صلاحیت ہوتی ہے۔ اس مچھلیوں میں کچھ مخصوص سیل شناخت کیے گئے ہیں جو اتنے قلیل مضمر فرق کو شناس (Detect) کر سکتے ہیں۔ پرندوں میں ایسے کوئی سیل شناخت نہیں کیے جاسکے ہیں۔ اس لیے، پرندوں کی ہجرت کا طریقہ ابھی بھی ایک معمہ ہے۔

خلاصہ

- 1- ایک ہموار مقناطیسی میدان $\vec{B}$ میں رکھی ہوئی، رقبہ $\vec{A}$ کی ایک سطح سے گزرنے والے مقناطیسی فلکس کی تعریف ہے:

$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A} = BA \cos \theta$$

جہاں θ ، $\vec{B}$ اور $\vec{A}$ کے مابین زاویہ ہے۔

- 2- فیراڈے کے امالہ کے قوانین سے اخذ کیا جاسکتا ہے کہ N چکروں کے ایک کوائل میں امالہ ہوئی emf ، اس کوائل سے گزر رہے فلکس کی تبدیلی کی شرح سے راستہ رشتہ رکھتی ہے

$$\varepsilon = -N \frac{d\Phi_B}{dt}$$

یہاں Φ_B ، کوائل کے ایک چکر سے منسلک فلکس ہے۔ اگر سرکٹ بند (پورا) ہو تو اس میں ایک کرنٹ:

$$I = \frac{\varepsilon}{R}$$

قائم ہو جاتا ہے، جہاں R ، سرکٹ کی مزاحمت ہے۔

- 3- لینز کے قانون کا بیان ہے کہ امالہ شدہ emf کی قطبیت اس طور پر ہوتی ہے کہ وہ اس سمت میں کرنٹ پیدا

کرنے کی کوشش کرے جو اس مقناطیسی فلکس کی تبدیلی کی مخالفت کرے، جس نے emf کا مالہ کیا ہے۔ فیراڈے کے قانون کی ریاضیاتی عبارت میں منفی علامت اسی حقیقت کی نشاندہی کرتی ہے۔

4۔ جب لمبائی l کی ایک دھاتی چھڑ کو ایک ہموار مقناطیسی میدان $\vec{B}$ کی عمودی سمت میں رکھا جاتا ہے اور اسے میدان پر عمود $\vec{v}$ رفتار سے حرکت دی جاتی ہے، تو اس کے سروں کے درمیان امالہ ہوئی emf (جو حرکتی emf کہلاتی ہے) ہے: $\varepsilon = Blv$

5۔ بدلتے ہوئے مقناطیسی میدان، قریب رکھے ہوئے دھاتی اجسام (کسی موصل) میں کرنٹ لوپ قائم کر سکتے ہیں۔ یہ برقی توانائی کا بطور حرارت اسراف کرتے ہیں۔ یہ کرنٹ ایڈی کرنٹ ہیں۔

6۔ امالیت، فلکس تبدیلی کی کرنٹ سے نسبت ہے۔ یہ $\frac{N\Phi}{I}$ کے مساوی ہے۔

7۔ ایک کوائل (کوائل 2) میں تبدیل ہوتا ہوا کرنٹ، ایک نزدیک رکھے ہوئے کوائل (کوائل 1) میں ایک emf کا امالہ کر سکتا ہے۔ یہ رشتہ دیا جاتا ہے:

$$\varepsilon_1 = -M_{12} \frac{dI_2}{dt}$$

مقدار M_{12} کوائل 2 کی مناسبت سے کوائل 1 کی باہمی امالیت کہلاتی ہے۔ ایک عمومی مساوات

$$M_{12} = M_{21}$$

8۔ جب ایک کوائل میں کرنٹ تبدیل ہوتا ہے، تو وہ اسی کوائل میں ایک الٹی emf کا امالہ کرتا ہے۔ یہ خود۔امالہ شدہ emf دی جاتی ہے:

$$\varepsilon = -L \frac{dI}{dt}$$

9۔ L ، کوائل کی خود۔امالیت ہے۔ یہ اس میں سے گزر رہے کرنٹ کی تبدیلی کے خلاف کوائل کے جمود کا ناپ ہے۔ ایک لمبے سولی نائڈ کی خود۔امالیت، جس کا قالب، مقناطیسی سرایت پذیری μ_r کے مقناطیسی مادے سے بنا ہوا ہے، دی جاتی ہے:

$$L = \mu_r \mu_0 n^2 Al$$

جہاں A ، سولی نائڈ کا تراشی رقبہ ہے، l اس کی لمبائی ہے اور n چکروں کی تعداد فی اکائی لمبائی ہے۔

10۔ ایک ac جنریٹر میں، برق۔مقناطیسی امالہ کے ذریعے، میکینکی توانائی، برقی توانائی میں تبدیل کی جاتی ہے۔ اگر N چکروں اور رقبہ A کے ایک کوائل کو ایک ہموار مقناطیسی میدان $\vec{B}$ میں ν طواف فی سیکنڈ کے ساتھ گھمایا جاتا ہے، تو پیدا ہوئی حرکتی emf ہے: $\varepsilon = NBA (2\pi\nu) \sin (2\pi\nu t)$ ، جہاں ہم نے مان لیا ہے کہ $t = 0$ پر کوائل، میدان پر عمود ہے۔

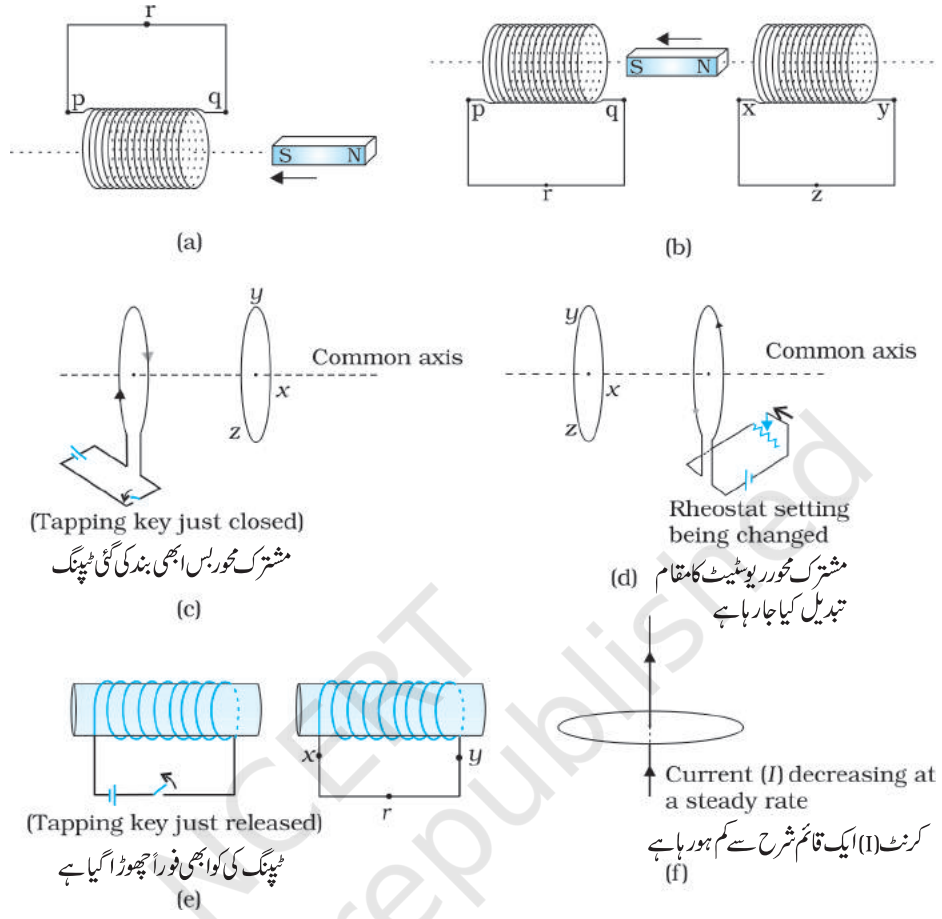
مقدار	علامت	اکائیاں	ابعاد	مساواتیں
مقناطیسی فلکس	Φ_B	Wb (ویبر)	$[M L^2 T^{-2} A^{-1}]$	$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A}$
EMF	$\mathcal{E}$	V (ولٹ)	$[M L^2 T^{-3} A^{-1}]$	$\mathcal{E} = -d(N\Phi_B)/dt$
باہمی امالیت	M	H (ہنری)	$[M L^2 T^{-2} A^{-2}]$	$\mathcal{E}_1 = -M_{12} (dI_2/dt)$
خود امالیت	L	H (ہنری)	$[M L^2 T^{-2} A^{-2}]$	$\mathcal{E} = -L (dI/dt)$

قابل غور نکات

- 1- برق اور مقناطیسیت میں نزدیکی آپسی رشتہ ہے۔ انیسویں صدی کے شروعاتی دور میں، اورسٹڈ، ایمپیر اور دیگر افراد کے ذریعے کیے گئے تجربات نے یہ ثابت کر دیا کہ متحرک چارج (کرنٹ) ایک مقناطیسی میدان پیدا کرتے ہیں۔ کچھ عرصہ بعد، 1830 کے قریب، فیراڈے اور ہنری کے تجربات نے ظاہر کر دیا کہ ایک متحرک مقناطیس، برقی کرنٹ کا املا کر سکتا ہے۔
- 2- ایک بند سرکٹ میں، برقی کرنٹ کا امالہ اس طور پر ہوتا ہے کہ بدلتے ہوئے مقناطیسی فلکس کی مخالفت کی جاسکے۔ یہ توانائی کی بقا کے قانون کے مطابق ہے۔ لیکن، ایک کھلے ہوئے سرکٹ میں، اس کے سروں کے درمیان ایک emf کا امالہ ہوتا ہے۔ یہ فلکس تبدیلی سے کیسے متعلق ہے؟
- 3- حصہ 6.5 میں بیان کی گئی حرکتی emf کی وضاحت متحرک چارجوں پر لگنے والی لورینٹز قوت استعمال کر کے، فیراڈے کے قانون کے ذریعے بھی کی جاسکتی ہے۔ لیکن اگر چارج ساکن بھی ہوں [اور لورینٹز قوت کا $(\vec{v} \times \vec{B})$ رکن لاگو نہ بھی ہو]، وقت کے ساتھ تبدیل ہوتے ہوئے مقناطیسی میدان کی موجودگی میں، پھر بھی ایک emf کا امالہ ہوتا ہے۔ اس لیے فیراڈے کے قانون کے لیے، ایک ساکن میدان میں متحرک چارج، اور وقت کے ساتھ تبدیل ہوتے ہوئے میدان میں ساکن چارج، متشاکل صورتیں معلوم ہوتی ہیں۔ اس سے فیراڈے کے قانون کے لیے نظریہ اضافیت کے اصول کی اہمیت کا صریح اشارہ ملتا ہے۔
- 4- جب ایک تانبہ کی چادر کو مقناطیسی قطبین کے درمیان احترازاں کرنے دئے جاتے ہیں تو اس کی حرکت قعری ہوتی ہے۔ ایڈی کرنٹوں کے ذریعے قعری قوت کیسے پیدا ہوتی ہے؟

مشق

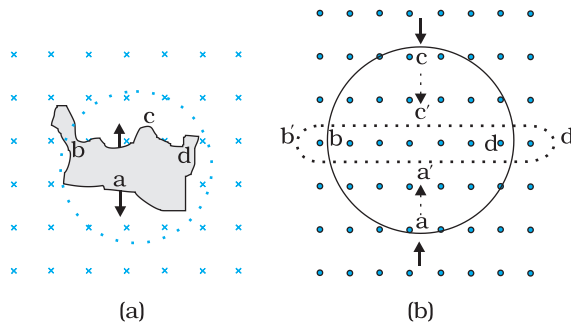
- 6.1 شکلوں 6.18(a) سے 6.18(f) تک میں دکھائی گئی حالتوں میں امالہ شدہ کرنٹ کی سمت کی پیشین گوئی کیجیے۔



شکل 6.18

6.2 شکل 6.19 میں دکھائی گئی حالتوں میں، لینز کا قانون استعمال کر کے امالہ شدہ کرنٹ کی سمت معلوم کیجیے۔

- (a) ایک بے ترتیب شکل کا تار ایک دائری شکل اختیار کر رہا ہے۔
(b) ایک دائری لوپ کی ایک پتلے مستقیم تار میں تخریب کی جا رہی ہے۔



- 6.3 15 چکرنی سینٹی میٹر والے لمبے سولی نائڈ کے اندر، 2.0 cm^2 رقبہ کا ایک چھوٹا لوپ، اس کے محور کے عمودی رکھا گیا ہے۔ اگر سولی نائڈ میں بہدہا کرنٹ 0.1 s میں، قائم طور پر تبدیل ہوتے ہوئے، 2.0 A سے 4.0 A ہو جاتا ہے، تو کرنٹ کے تبدیل ہونے کے دوران لوپ میں امالہ شدہ emf کیا ہے؟
- 6.4 اضلاع 8 cm اور 2 cm کا ایک مستطیل نما لوپ، جس میں ایک چھوٹا سا تراشہ لگا ہے، 0.3 T عددی قدر کے ہموار مقناطیسی میدان کے علاقے سے باہر نکل رہا ہے۔ مقناطیسی میدان کی سمت لوپ پر عمود ہے۔ اس تراشہ کے سروں کے درمیان پیدا ہوئی emf کیا ہوگی، اگر لوپ کی رفتار کی عددی قدر 1 cm s^{-1} ہے، اور سمت (a) لوپ کے مقابلتہ بڑے ضلع کی عمودی سمت میں ہے (b) لوپ کے مقابلتہ چھوٹے ضلع کی عمودی سمت میں ہے؟ ہر صورت میں، امالہ شدہ وولٹیج کتنی دیر برقرار رہتی ہے؟
- 6.5 1.0 m لمبی دھاتی چھڑ کو 400 rad s^{-1} کے زاویائی تعدد کے ساتھ، اس کے ایک سرے سے گزرتے ہوئے اور چھڑ پر عمود، محور کے گرد گھمایا جاتا ہے۔ چھڑ کا دوسرا سر ایک دائری دھاتی چھلے کے ساتھ تماس میں ہے۔ 0.5 T کا ایک مستقل، ہموار مقناطیسی میدان، محور کے متوازی ہے، ہر جگہ موجود ہے۔ مرکز اور چھلے کے درمیان پیدا ہوئی emf کا حساب لگائیے۔
- 6.6 8.0 cm نصف قطر اور 20 چکروں کے ایک دائری کوائل کو اس کے راسی قطر (Vertical diameter) کے گرد، 50 rad s^{-1} کی زاویائی چال کے ساتھ، $3.0 \times 10^{-2} \text{ T}$ عددی قدر کے ہموار افقی مقناطیسی میدان میں گھمایا گیا۔ کوائل میں امالہ ہوئی اعظم اور اوسط emf معلوم کیجیے۔ اگر کوائل 10Ω مزاحمت کا ایک بند لوپ تشکیل دیتا ہے، تو کوائل میں کرنٹ کی اعظم قدر معلوم کیجیے۔ جول حرارت کی شکل میں ہونے والے اوسط پاور نقصان کا حساب لگائیے۔ یہ پاور کہاں سے آتی ہے؟
- 6.7 ایک 10 m لمبا افقی مستقیم تار، جو مشرق سے مغرب کی جانب کھینچا ہوا ہے، 5.0 ms^{-1} کی رفتار سے نیچے گر رہا ہے۔ اس کے گرنے کی سمت زمین کے مقناطیسی میدان کے افقی جز سے زاویہ قائمہ بناتی ہے۔ اس افقی جز کی عددی قدر $30 \times 10^{-4} \text{ Wb m}^{-2}$ ہے۔
- (a) تار میں امالہ ہوئی emf کی لحاظی قدر کیا ہے؟
- (b) اس emf کی سمت کیا ہے؟
- (c) تار کا کون سا سر مقابلتہ زیادہ مضر پر ہے؟
- 6.8 ایک سرکٹ میں کرنٹ، 0.1 s میں 5.0 A سے کم ہو کر 0.0 A ہو جاتا ہے۔ اگر 200 V کی اوسط emf کا امالہ ہوتا ہے تو سرکٹ کی خود-مالیت کا تخمینہ لگائیے۔
- 6.9 متصلہ کوائلوں کے ایک جوڑے کی باہمی-مالیت 1.5 H ہے۔ اگر ایک کوائل میں کرنٹ 0.1 s میں 0 سے

تبدیل ہو کر 20A ہو جاتا ہے، تو دوسرے کوائل کے ساتھ فلکس بندھن میں کیا تبدیلی ہوگی؟

- 6.10** ایک جیٹ ہوائی جہاز 1800 km/h کی چال سے مغرب کی جانب پرواز کر رہا ہے۔ اس کے پروں کے سروں کے درمیان پیدا ہوا ولٹیج فرق کیا ہوگا؟ پرنکی لمبائی 25 m ہے۔ اس مقام پر زمین کے مقناطیسی میدان کی عددی قدر $5 \times 10^{-4} \text{ T}$ ہے اور زاویہ میلان 30° ہے۔

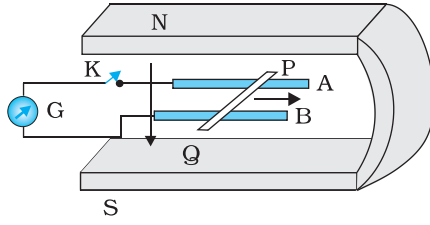
اضافی مشق

- 6.11** فرض کیجیے کہ مشق 6.4 میں لوپ ساکن ہے لیکن مقناطیسی میدان پیدا کرنے والے برقی۔ مقناطیس کو دیے جارہے کرنٹ میں اس طرح بتدریج کمی جاتی ہے کہ میدان اپنی آغازی قدر 0.3 T سے 0.02 T s^{-1} کی شرح سے کم ہوتا ہے۔ اگر تراش کو جوڑ دیا جائے اور لوپ کی مزاحمت 1.6Ω ہو تو لوپ کے ذریعے حرارت کی شکل میں کتنی پاور کا اسراف ہوگا؟ اس پاور کا وسیلہ کیا ہے؟

- 6.12** 12 cm ضلع کے ایک مربع لوپ کو، جس کے اضلاع x اور y محوروں کے متوازی ہیں، 8 cm s^{-1} کی رفتار سے مثبت x سمت میں ایسے ماحول میں حرکت دی گئی، جس میں مقناطیسی میدان، مثبت z ۔ سمت میں ہے۔ یہ میدان نہ تو فضا میں یکساں ہے اور نہ ہی وقت کے ساتھ مستقل ہے۔ منفی x ۔ سمت میں اس کا ڈھلان $10^{-3} \text{ T cm}^{-1}$ ہے (یعنی کہ جب منفی x ۔ سمت میں حرکت کرتے ہیں تو یہ $10^{-3} \text{ T cm}^{-1}$ سے بڑھتا ہے) اور یہ وقت کے ساتھ 10^{-3} T s^{-1} کی شرح سے کم ہو رہا ہے۔ تو لوپ میں امالہ ہوئے کرنٹ کی عددی قدر اور سمت معلوم کیجیے۔ لوپ کی مزاحمت $4.50 \text{ m}\Omega$ ہے۔

- 6.13** ایک طاقتور لائوڈ اسپیکر کے مقناطیس کے قطبین کے درمیان میدان کی عددی قدر کی پیمائش کرنا ہے۔ ایک چھوٹا چپکا کوائل جس کا رقبہ 2 cm^2 ہے اور جس میں قریب قریب لپٹے ہوئے 25 چکر ہیں، میدان کی سمت کے عمودی رکھا گیا اور پھر فوراً ہی اسے تیزی سے میدان کے علاقے سے باہر کھینچ لیا گیا۔ (متبادل طور پر، اسے جلدی سے 90° کے زاویہ سے گھمایا جاسکتا ہے تاکہ اس کا مستوی میدان کی سمت کے متوازی ہو جائے)۔ کوائل میں بہنے والا کل چارج (کوائل سے منسلک بیلاسٹک گیلونومیٹر کے ذریعے ناپا گیا) 7.5 mC ہے۔ کوائل اور گیلونومیٹر کی مجموعی مزاحمت 0.50Ω ہے۔ مقناطیس کی میدانی طاقت معلوم کیجیے۔

- 6.14** شکل 6.20 میں ایک چھڑ PQ دکھائی گئی ہے جو ہموار پٹریوں AB پر رکھی ہے اور ایک مستقل مقناطیس کے قطبین کے درمیان ہے۔ پٹریاں، چھڑ اور مقناطیسی میدان، تین باہم عمودی سمتوں میں ہیں۔ ایک گیلونومیٹر G ایک سوئچ K سے ہوتا ہوا پٹریوں کو جوڑتا ہے۔ چھڑ کی لمبائی 15 cm ہے، $B = 0.50 \text{ T}$ ہے اور جس بند لوپ میں چھڑ ہے اس کی مزاحمت $9.0 \text{ m}\Omega$ ہے۔ میدان کو ہموار مان لیجیے۔



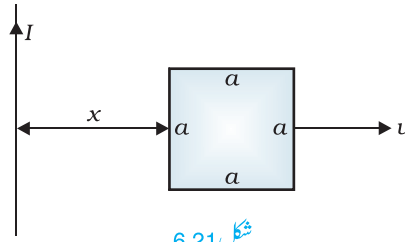
شکل 5.20

- (a) فرض کیجیے K کھلی ہوئی ہے اور چھڑ کو دکھائی گئی سمت میں 12 cm s^{-1} کی چال سے حرکت دی جاتی ہے۔ امالہ شدہ emf کی قطبیت اور عددی قدر بتائیے۔
- (b) جب K کھلی ہے تو کیا اس وقت چھڑوں کے سروں پر کچھ اضافی چارج جمع ہوگا؟ کیا ہوگا، اگر K بند ہو؟
- (c) اگر K کھلی ہو اور چھڑ ہموار طور پر حرکت کر رہی ہو تو چھڑ PQ کے الیکٹرانوں پر کوئی کل قوت نہیں لگے گی حالانکہ وہ چھڑ کی حرکت کی وجہ سے مقناطیسی قوت محسوس کریں گے۔ وضاحت کیجیے۔
- (d) جب K بند ہے تو چھڑ پر باطنی قوت کیا ہے؟
- (e) جب K بند ہے تو ایک باہری ایجنٹ کو چھڑ کو اسی چال (12 cm s^{-1}) سے حرکت کرتا رکھنے کے لیے کتنی پاور چاہیے ہوگی؟ کتنی پاور چاہیے ہوگی، اگر K کھلی ہو؟
- (f) بند سرکٹ میں کتنی پاور کا اسراف حرارت کی شکل میں ہوگا؟ اس پاور کا وسیلہ کیا ہے؟
- (g) حرکت کرتی ہوئی چھڑ میں امالہ شدہ emf کیا ہوگی، اگر مقناطیسی میدان پڑیوں پر عمودی ہونے کے بجائے، پڑیوں کے متوازی ہو۔

6.15 ایک سولی نائڈ کا قالب ہوا ہے، لمبائی 30cm اور تراشی رقبہ 25 cm^2 ہے، چکروں کی تعداد 500 ہے اور اس میں 2.5A کرنٹ بہہ رہا ہے۔ کرنٹ کو 10^{-3} s کے قلیل عرصے میں اچانک سوئچ آف کر دیا جاتا ہے۔ سرکٹ میں اوپن سوئچ کے سروں کے درمیان امالہ ہوئی اوسط الٹی emf کیا ہوگی؟ سولی نائڈ کے سروں کے نزدیک مقناطیسی میدان کی تبدیلی نظر انداز کر دیجیے۔

6.16 (a) شکل 6.21 میں دکھائے گئے ایک لمبے مستقیم تار اور ضلع a کے مربع لوپ کے درمیان باہمی-امالیت کے لیے ریاضیاتی عبارت حاصل کیجیے۔

- (b) اب فرض کیجیے کہ مستقیم تار میں 50A کرنٹ ہے اور لوپ کو مستقل رفتار $v=10 \text{ m/s}$ کے ساتھ دائیں جانب حرکت دی جاتی ہے۔ جس لمحے $x=0.2 \text{ m}$ ہے، اس وقت لوپ میں امالہ ہوئی emf کا حساب لگائیے۔ $a=0.1 \text{ m}$ لیجیے اور مان لیجیے کہ لوپ کی مزاحمت بہت زیادہ ہے۔



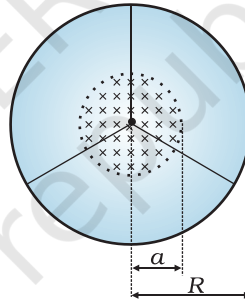
شکل 6.21

6.17 ایک خطی چارج λ فی اکائی لمبائی کو نصف قطر R اور کمیت M کے پپے کے ریم پر ہموار طور پر پھیلا یا جاتا ہے۔ پپے میں ہلکی غیر موصل کیلیں ہیں اور وہ اپنے محور کے گرد بغیر رگڑ کے حرکت کر سکتا ہے (شکل 6.22)۔ ایک ہموار مقناطیسی میدان ریم کے اندر دائری علاقے میں پھیلا ہوا ہے۔ یہ دیا جاتا ہے:

$$\vec{B} = -B_0 \vec{k} \quad (r \leq a; a < R)$$

(اس کے علاوہ) $= 0$

اگر میدان کو اچانک سوئچ آف کر دیا جائے تو پپے کی زاویائی رفتار کیا ہوگی؟



شکل 6.22