### ഒരേ ആധാരംകൊണ്ടുള്ള ഘാതാങ്കങ്ങളുടെ ഹരണം

താഴെ കൊടുത്തിട്ടുള്ള ഉദാഹരണങ്ങളെ നമുക്ക് നിരീക്ഷിക്കാം

i) $$2^7 \div 2^5 = \frac{2^7}{2^5} = \frac{2\times2\times2\times2\times2\times2\times2}{2\times2\times2\times2\times2} = 2^2$$

ii) $$(-5)^4 \div (-5)^3 = \frac{(-5)^4}{(-5)^3} = \frac{(-5)^4\times(-5)\times(-5)\times(-5)}{(-5)^4\times(-5)\times(-5)} = -5$$

ഈ ഉദാഹരണങ്ങളിൽ നിന്നും നമുക്ക് നിരീക്ഷിക്കാം:

പൊതുവായി '$a$' ഏതൊരു പൂജ്യമല്ലാത്ത പൂർണ്ണാങ്ക സംഖ്യ ആയാൽ

$a^m \div a^n = a^{m-n}$ $m$ , $n$ എന്നിവ പൂർണ്ണ സംഖ്യകൾ, $m > n$ ആകുന്നു.

### ഘാതാങ്കങ്ങളുടെ ഘാതം

**താഴെ പറയുന്നവ പരിഗണിക്കുക.**

(i) $(3^3)^2 = 3^3 \times 3^3 = 3^{3+3} = 3^6$

(ii) $(2^2)^3 = 2^2 \times 2^2 \times 2^2 = 2^{2+2+2} = 2^6$

ഇതിൽ നിന്നും പൊതുവായി '$a$' ഏതൊരു പൂജ്യമല്ലാത്ത പൂർണ്ണാങ്കവും $m,n$ എന്നിവ പൂർണ്ണസംഖ്യകളും ആയാൽ $(a^m)^n = a^{mn}$ ആയിരിക്കും.

*ഉദാഹരണം* ***1.46***

$9 \times 9 \times 9 \times 9$ നെ 3 ആധാരമുള്ള ഘാതാങ്ക രൂപത്തിലെഴുതുക.

*നിർദ്ധാരണം*

നമുക്ക് $9 \times 9 \times 9 \times 9 = 9^4$

നമുക്കറിയാം $9 = 3 \times 3$

അതുകൊണ്ട് $9^4 = (3^2)^4$

$= 3^8$

## അഭ്യാസം 1.12

1. ശരിയുത്തരം തെരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക.

i) $a^m \times a^x =$

(A) $a^{m\,x}$ (B) $a^{m+x}$ (C) $a^{m-x}$ (D) $a^{m^x}$

ii) $10^{12} \div 10^{10} =$

(A) $10^2$ (B) 1 (C) 0 (D) $10^{10}$

iii) $10^{10} \times 10^2 =$

(A) $10^5$ (B) $10^8$ (C) $10^{12}$ (D) $10^{20}$

iv) $(2^2)^{10} =$

(A) $2^5$ (B) $2^{12}$ (C) $2^{20}$ (D) $2^{10}$

ഘാതാങ്ക നിയമങ്ങളുപയോഗിച്ച് ഘാതാങ്ക രൂപത്തിൽ ലഘൂകരിച്ചെഴുതുക.

2. i) $3^5 \times 3^3 \times 3^4$

ii) $a^3 \times a^2 \times a^7$

iii) $7^x \times 7^2 \times 7^3$

iv) $10^0 \times 10^2 \times 10^5$

v) $5^6 \times 5^2 \times 5^1$

3. i) $5^{10} \div 5^6$

ii) $a^6 \div a^2$

iii) $10^{10} \div 10^0$

iv) $4^6 \div 4^4$

v) $3^3 \div 3^3$

4. i) $(3^4)^3$

ii) $(2^5)^4$

iii) $(4^5)^2$

iv) $(4^0)^{10}$

v) $(5^2)^{10}$

## ഓർമ്മിക്കേണ്ട വസ്തുതകൾ

1. നിസർഗ്ഗ സംഖ്യകൾ $N = \{1, 2, 3, ...\}$
2. പൂർണ്ണ സംഖ്യകൾ $W = \{0, 1, 2, ...\}$
3. പൂർണ്ണാങ്കങ്ങൾ $Z = \{... -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$
4. രണ്ട് ധന പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം ധനപൂർണ്ണാങ്കമാണ്.
5. രണ്ട് ഋണ പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം ധനപൂർണ്ണാങ്കമാണ്.
6. ധനപൂർണ്ണാങ്കം, ഋണപൂർണ്ണാങ്കം എന്നിവയുടെ ഗുണനഫലം ഋണ പൂർണ്ണാങ്കമാണ്.
7. രണ്ട് പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ ഹരണം ഒരു പൂർണ്ണാങ്കമല്ല.
8. പൂർണ്ണ സംഖ്യയുടെ ഒരു ഭാഗമാണ് ഭിന്നം.
9. രണ്ട് പൂജ്യമല്ലാത്ത സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം 1 ആണെങ്കിൽ അവയിൽ ഓരോന്നും പരസ്പരം വ്യുൽക്രമം ആയിരിക്കും.
10. $a \times a \times a \times ...$ m പ്രാവശ്യം $= a^m$
    ( 'a' യുടെ m ഘാതം അല്ലെങ്കിൽ 'a' യുടെ ഘാതം m )
11. a യും b യും പൂജ്യമല്ലാത്ത ഏതെങ്കിലും രണ്ടു പൂർണ്ണാങ്കവും m, n എന്നിവ പൂർണ്ണ സംഖ്യകളുമായാൽ

    **i)** $a^m a^n = a^{m+n}$

    **ii)** $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, ഇവിടെ $m > n$

    **iii)** $(a^m)^n = a^{mn}$

    **iv)** $(-1)^n = 1$, n ഒരു ഇരട്ട സംഖ്യയാകുമ്പോൾ

    $(-1)^n = -1$, n ഒരു ഒറ്റ സംഖ്യയാകുമ്പോൾ

# 2 ബീജഗണിതം

## 2.1 ബീജഗണിത വ്യംജകങ്ങൾ

### (i) മുഖവുര

നാം ആറാം ക്ലാസ്സിൽ $x + 10$, $y - 9$, $3m + 4$, $2y - 8$ എന്നീ ലഘു ബീജ ഗണിത വ്യംജകങ്ങളെക്കുറിച്ച് പഠിച്ചിട്ടുണ്ട്.

ബീജഗണിതത്തിലെ പ്രധാനപ്പെട്ട ആശയം ആണ് വ്യംജകം. ഈ അദ്ധ്യായത്തിൽ ബീജഗണിത വ്യംജകത്തെക്കുറിച്ചും, അവയുടെ രൂപീകരണത്തെക്കുറിച്ചും, അവ എങ്ങനെ സംയോജിപ്പിക്കുന്ന രീതിയെക്കുറിച്ചും ലഘുസമവാക്യങ്ങൾ നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുന്ന വിധത്തെക്കുറിച്ചും നമുക്ക് പഠിക്കാം.

### (ii) ചരങ്ങൾ, സ്ഥിരാങ്കം, ഗുണോത്തരങ്ങൾ

#### ചരങ്ങൾ

**ഒരു പദം അഥവാ ഒരു അളവ് വ്യത്യസ്ത മൂല്യങ്ങൾ ഉള്ളതായിരുന്നാൽ അതിനെ ചരം (സംഖ്യാക്ഷരം) എന്നുപറയുന്നു.**

*ചരങ്ങളെ പ്രതിനിധീകരിക്കാൻ $a$, $b$, $c$, $x$, $y$, $z$ എന്നിങ്ങനെയുള്ള ഇംഗ്ലീഷ് അക്ഷരങ്ങളെ ഉപയോഗിക്കുന്നു.*

#### സ്ഥിരാങ്കം

ഒരു പദം അഥവാ ഒരു അളവ് സ്ഥിരമായ ഒരു അക്കമൂല്യം ഉള്ളതായിരുന്നാൽ അതിനെ സ്ഥിരാങ്കം എന്നു പറയുന്നു.

ഉദാഹരണമായി, $3$, $-25$, $\frac{12}{13}$, $8.9$ എന്നിവയെല്ലാം സ്ഥിരാങ്കങ്ങളാകുന്നു.

#### അങ്കഗണിത വ്യംജകം

**ഒരു സംഖ്യയെ അങ്കഗണിത ക്രിയകൾ ഉപയോഗിച്ച് കൂട്ടായി വരുന്ന സംഖ്യകളെ അങ്കഗണിത വ്യംജകം എന്നു പറയുന്നു.**

ഉദാഹരണമായി, $3 + (4 \times 5)$, $5 - (4 \times 2)$, $(7 \times 9) \div 5$ , $(3 \times 4) - (4 \times 5 - 7)$ എന്നിവയെല്ലാം അങ്കഗണിത വ്യംജകങ്ങളാണ്.

#### ബീജ ഗണിത വ്യംജകം

അക്കങ്ങളെയും ചരങ്ങളെയും അങ്കഗണിത ക്രിയകളുപയോഗിച്ച് സംയോജിപ്പിച്ചു കിട്ടുന്ന വ്യംജകത്തെ ബീജഗണിത വ്യംജകം എന്നു പറയുന്നു.

*ഉദാഹരണം **2.1***

| പ്രസ്താവന | | വ്യംജകം |
|---|---|---|
| (i) | y നോട് 5 കൂട്ടുക | $y + 5$ |
| (ii) | $n$ ൽ നിന്ന് 8 കുറയ്ക്കുക | $n - 8$ |
| (iii) | $x$ നെ 12 കൊണ്ട് ഗുണിക്കുക | $12\,x$ |
| (iv) | p യെ 3 കൊണ്ട് ഹരിക്കുക | $\frac{p}{3}$ |

### പദം

**ഒരു സ്ഥിരാങ്കത്തെ അഥവാ ഒരു ചരത്തെ അഥവാ ഒരു ചരത്തിന്റെയും സ്ഥിരാങ്കത്തിന്റെയും ഗുണനഫലത്തെ അല്ലെങ്കിൽ ഹരണഫലത്തെ ഒരു പദം എന്നു പറയുന്നു.**

$3x^2$, $6x$ , $-5$ എന്നിവ $3x^2 + 6x - 5$ എന്ന ബീജഗണിത വ്യംജകത്തിന്റെ പദങ്ങളാണ്.

ഒരു പദം എന്നത്

(i) ഒരു സ്ഥിരാങ്കമാകുന്നു.
(ii) ഒരു ചരമാകുന്നു.
(iii) ഒരു ചരത്തിന്റെയും ഒരു സ്ഥിരാങ്കത്തിന്റെയും ഗുണനഫലമാകുന്നു.
(iv) രണ്ട് അല്ലെങ്കിൽ അതിൽ കൂടുതൽ ചരങ്ങളുടെ ഗുണന ഫലമാകുന്നു.

$4a^2 + 7a + 3$ എന്ന വ്യംജകത്തിന്റെ പദങ്ങൾ $4a^2$, $7a$, 3 എന്നിവയാണ്. പദങ്ങളുടെ എണ്ണം 3 ആണ്.

$-6p^2 + 18pq + 9q^2 - 7$, എന്ന വ്യംജകത്തിന്റെ പദങ്ങൾ $-6p^2$, $18pq$, $9q^2$, $-7$ എന്നിവയാണ്. പദങ്ങളുടെ എണ്ണം 4 ആണ്.

**ശ്രമിച്ചുനോക്കുക**

പദങ്ങളുടെ എണ്ണം കാണുക.

(i) $8b$
(ii) $3p - 2q$
(iii) $a^2 + 4a - 5$
(iv) $7x^2y - 4y + 8x - 9$
(v) $4m^2n + 3mn^2$

**നിങ്ങൾക്കറിയാമോ**

$6xy$ എന്ന പദത്തിൽ 6, *x, y എന്നിവ ഘടകങ്ങളാണ്.*

### ഗുണോത്തരം

**രണ്ടോ അതിൽ കൂടുതൽ ചരങ്ങളുടെ ഗുണനഫലത്തിന്റെ ഘടകത്തെ ഗുണോത്തരം എന്നു പറയുന്നു.**

ഗുണോത്തരം സ്ഥിരാങ്കമാണെങ്കിൽ അതിനെ സ്ഥിരാങ്ക ഗുണോത്തരം അഥവാ ഗുണാങ്കം എന്നു പറയുന്നു.

## ഉദാഹരണം 2.2

$5xy$ എന്ന പദത്തിൽ

$xy$ ന്റെ ഗുണോത്തരം 5 ആകുന്നു.

$5x$ ന്റെ ഗുണോത്തരം $y$ ആകുന്നു.

$5y$ ന്റെ ഗുണോത്തരം $x$ ആകുന്നു.

**ശ്രമിച്ചുനോക്കുക**

ഗുണാങ്കം കാണുക

(i) $3z$ (ii) $8ax$ (iii) $ab$

(iv) $-pq$ (v) $\frac{1}{2}mn$ (vi) $-\frac{4}{7}yz$

## ഉദാഹരണം 2.3

$-mn^2$ എന്ന പദത്തിൽ

$mn^2$ ന്റെ ഗുണോത്തരം $-1$ ആകുന്നു.

$-n^2$ iന്റെ ഗുണോത്തരം $m$ ആകുന്നു.

$m$ ന്റെ ഗുണോത്തരം $-n^2$ ആകുന്നു.

**ശ്രമിച്ചുനോക്കുക**

| ക്രമ സംഖ്യ | വ്യംജകം | y അടങ്ങിയിട്ടുള്ള പദം | y ന്റെ ഗുണോത്തരം |
|---|---|---|---|
| 1 | $10-2y$ | | |
| 2 | $11+yz$ | yz | z |
| 3 | $yn^2+10$ | | |
| 4 | $-3m^2y+n$ | | |

## അഭ്യാസം 2.1

1. ശരിയായ ഉത്തരം തെരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക.

(i) $-7xy$ ന്റെ ഗുണാങ്കം

(A) $-7$ (B) $x$ (C) $y$ (D) $xy$

(ii) $-q$ ന്റെ ഗുണാങ്കം

(A) $q$ (B) $-q$ (C) 1 (D) $-1$

(iii) $z$ -ൽ നിന്നും 12 കുറച്ചാൽ കിട്ടുന്നത്

(A) $12+z$ (B) $12z$ (C) $12-z$ (D) $z-12$

(iv) $n$ നെ 7 കൊണ്ട് ഗുണിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്നത്.

(A) $7n$ (B) $-7n$ (C) $\frac{7}{n}$ (D) $\frac{-7}{n}$

(v) 7 ന്റെ കൂടെ p യുടെ 3 മടങ്ങ് കൂട്ടുമ്പോൾ കിട്ടുന്നത്.

(A) 21p (B) $3p-7$ (C) $3p+7$ (D) $7-3p$

2. താഴെ തന്നിട്ടുള്ളവയിൽ നിന്നും സ്ഥിരാങ്കത്തേയും ചരങ്ങളെയും വേർതിരിച്ചെഴുതുക.
$a,\ 5,\ -xy,\ p,\ -9.5$

3. ബീജഗണിത വ്യംജകങ്ങളാക്കി എഴുതുക.
   (i) $x$ നെക്കാൾ 6 കൂടുതൽ
   (ii) $-m$ ൽ നിന്നും 7 കുറച്ചാൽ
   (iii) $3q$ നോട് 11 കൂട്ടിയാൽ
   (iv) x ന്റെ 3 മടങ്ങിനോട് 10 കൂടുതൽ
   (v) y ന്റെ 5 മടങ്ങിൽ നിന്നും 8 കുറവ്

4. $3y^2-4yx+9x^2$ എന്ന വ്യംജകത്തിന്റെ ഓരോ പദത്തിന്റെയും ഗുണാങ്കത്തെ എഴുതുക.

5. $x$ അടങ്ങിയിട്ടുള്ള പദം, $x$ ന്റെ ഗുണോത്തരം എന്നിവ വേർതിരിച്ചെഴുതുക.
   (i) $y^2x+y$ (ii) $3+x+3x^2y$
   (iii) $5+z+zx$ (iv) $2x^2y-5xy^2+7y^2$

6. $y^2$ അടങ്ങിയിട്ടുള്ള പദം, $y^2$ ന്റെ ഗുണോത്തരം എന്നിവ വേർതിരിച്ചെഴുതുക.
   (i) $3-my^2$ (ii) $6y^2+8x$ (iii) $2x^2y-9xy^2+5x^2$

### (iii) ഘാതം

$a$ എന്ന ഒരു ചരത്തിനെ 5 പ്രാവശ്യം ഗുണിക്കുന്നതിനെ $a\times a\times a\times a\times a=a^5$ എന്നെഴുതാം. (ഘാതം 5 എന്നു വായിക്കുക). അതുപോലെ, $b\times b\times b=b^3$ ($b$ഘാതം 3) ഉം $c\times c\times c\times c=c^4$ ($c$ ഘാതം 4). ഇവിടെ $a,\ b,\ c$ എന്നിവ ആധാരങ്ങളാണ്. 5,3,4 എന്നിവ ഘാതം അല്ലെങ്കിൽ സൂചകം ആകുന്നു.

ഉദാഹരണം **2.4**

(i) $-8a^2$ എന്ന പദത്തിൽ ചരം $a$ യുടെ ഘാതം 2 ആകുന്നു.

(ii) $m$ എന്ന പദത്തിൽ ചരം $m$ ന്റെ ഘാതം 1 ആകുന്നു.

### (iv) സദൃശ്യപദങ്ങളും അസദൃശ്യപദങ്ങളും

**ഒരു പോലെ ഘാതങ്ങളുള്ളതും ഒരേ ചരം അല്ലെങ്കിൽ ചരങ്ങളുടെ ഗുണന ഫലമായിട്ടുള്ള പദങ്ങളെ സദൃശ്യപദങ്ങൾ എന്നു പറയുന്നു. വ്യത്യസ്ത ഘാതങ്ങളുള്ളതും വ്യത്യസ്ത ചരം അല്ലെങ്കിൽ ചരങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായിട്ടുള്ള പദങ്ങളെ അസദൃശ്യപദങ്ങൾ എന്നു പറയുന്നു.**

ഉദാഹരണം **2.5**

(i) $x, \ -5x, \ 9x$ എന്നിവ സദൃശ്യപദങ്ങളാണ്. ഇവയിൽ $x$ ചരമാകുന്നു.

(ii) $4x^2y, \ -7yx^2$ എന്നിവ സദൃശ്യപദങ്ങളാണ്. ഇവയിൽ $x^2y$ ചരമാകുന്നു.

ഉദാഹരണം **2.6**

(i) $6x, \ 6y$ എന്നിവ അസദൃശ്യ പദങ്ങളാണ്.

(ii) $3xy^2, \ 8x, \ -10y$ എന്നിവ അസദൃശ്യ പദങ്ങളാണ്.

സദൃശ്യ, അസദൃശ്യ പദങ്ങളെ കണ്ടറിഞ്ഞ് വേർതിരിക്കൽ

(i) $13x \ , \ 5x$

(ii) $-7m \ , \ -3n$

(iii) $4x^2z \ , \ -10zx^2$

(iv) $36mn \ , \ -5nm$

(v) $-8p^2q \ , \ 3pq^2$

### (v) ഒരു ബീജഗണിത വ്യംജകത്തിന്റെ കൃതി

$8x^2 - 6x + 7$ എന്ന വ്യംജകത്തിൽ $8x^2, \ -6x, \ 7$ എന്നീ 3 പദങ്ങൾ ഉണ്ട്.

$8x^2$, എന്ന പദത്തിൽ ചരം $x$ ന്റെ ഘാതം 2 ആകുന്നു.

$-6x$ എന്ന പദത്തിൽ ചരം $x$ ന്റെ ഘാതം 1 ആകുന്നു.

7 എന്ന പദത്തിനെ സ്ഥിരാങ്കം അല്ലെങ്കിൽ സ്വതന്ത്രപദം എന്നു പറയുന്നു.

7 എന്ന പദത്തിനെ $7 \times 1 = 7x^0$ എന്ന പദത്തിനെ ചരം $x$ - ന്റെ ഘാതം പൂജ്യം ആകുന്നു.

മുകളിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്ന വ്യംജകത്തിൽ $8x^2$ എന്ന പദത്തിന്റെ ഏറ്റവും കൂടിയഘാതം 2 ആണ്. അതുകൊണ്ട് $8x^2 - 6x + 7$ എന്ന ബീജഗണിത വ്യംജകത്തിന്റെ കൃതി 2 ആകുന്നു.

$6x^2y + 2xy + 3y^2$ എന്ന വ്യംജകത്തെ പരിഗണിക്കാം.

$6x^2y$ എന്ന പദത്തിൽ ചരത്തിന്റെ ഘാതം 3 ആകുന്നു.

($x$ ന്റെ ഘാതവും $y$ ന്റെ ഘാതവും കൂട്ടിയാൽ 3 കിട്ടുന്നു. അതായത് $2 + 1 = 3$)

$2xy$ എന്ന പദത്തിൽ ചരത്തിന്റെ ഘാതം 2 ആകുന്നു.

$3y^2$ എന്ന പദത്തിൽ ചരത്തിന്റെ ഘാതം 2 ആകുന്നു.

അതായത്, $6x^2y + 2xy + 3y^2$ എന്ന വ്യംജകത്തിൽ $6x^2y$ എന്ന പദത്തിന്റെ ഏറ്റവും കൂടിയ ഘാതം 3. അതുകൊണ്ട് വ്യംജകത്തിന്റെ കൃതി 3 ആണ്.

ഒരു ചരം ഉള്ള ഒരു ബഹുപദ വ്യംജകത്തിന്റെ ചരത്തിന്റെ ഏറ്റവും കൂടിയ ഘാതത്തെ ഒരു ബഹുപദ വ്യംജകത്തിന്റെ കൃതി എന്നു പറയുന്നു. ഒന്നിലധികം ചരങ്ങളുള്ള ബഹുപദ വ്യംജകത്തിന്റെ കൃതി വ്യത്യസ്ത പദങ്ങളിലുള്ള ചരങ്ങളുടെ ഘാതങ്ങളുടെ ഏറ്റവും കൂടിയ തുകയാണ്.

**കുറിപ്പ്: ഒരു സ്ഥിരാങ്കത്തിന്റെ കൃതി പൂജ്യം ആകുന്നു.**

*ഉദാഹരണം 2.7*

വ്യംജകത്തിന്റെ കൃതി : (i) $5a^2 - 6a + 10$ ന്റെ കൃതി 2 ആകുന്നു.

(ii) $3x^2 + 7 + 6xy^2$ ന്റെ കൃതി 3 ആകുന്നു.

(iii) $m^2n^2 + 3mn + 8$ ന്റെ കൃതി 4 ആകുന്നു.

## (vi) ബീജഗണിത വ്യംജകത്തിന്റെ മൂല്യം

**ഒരു ബീജഗണിത വ്യംജകത്തിൽ ചരങ്ങൾ ഉണ്ടെന്നറിയാം. ഈ ചരങ്ങൾക്ക് ഏത് വിലയും സ്വീകാര്യമാണ്.**

ഉദാഹരണമായി, ഒരു പുസ്തകത്തിന്റെ വില ₹$x$ ആണെങ്കിൽ നമ്മൾ 5 പുസ്തകങ്ങൾ വാങ്ങുമ്പോൾ നമ്മൾ ₹$5x$ കൊടുക്കേണ്ടി വരും. ഇവിടെ ബീജഗണിത വ്യംജകത്തിന്റെ മൂല്യം $5x$ എന്നത് $x$ ന്റെ വിലയെ ആശ്രയിച്ചിരിക്കുന്നു.

$x = 4$ ആയാൽ $5x = 5 \times 4 = 20$

$x = 30$ ആയാൽ $5x = 5 \times 30 = 150$

ഒരു വ്യംജകത്തിന്റെ മൂല്യം കാണുന്നതിന് നമ്മൾ $x$ -ന്റെ വിലയെ വ്യംജകത്തിൽ പ്രതിസ്ഥാപിക്കുന്നു.

*ഉദാഹരണം 2.8*

$x = 2$ എങ്കിൽ താഴെ തന്നിട്ടുള്ള വ്യംജകങ്ങളുടെ മൂല്യം കാണുക.

(i) $x + 5$ (ii) $7x - 3$ (iii) $20 - 5x^2$

നിർദ്ധാരണം $x = 2$ നെ പ്രതിസ്ഥാപിച്ചാൽ

(i) $x + 5 = 2 + 5 = 7$

(ii) $7x - 3 = 7(2) - 3$

$= 14 - 3 = 11$

(iii) $20 - 5x^2 = 20 - 5(2)^2$

$= 20 - 5(4)$

$= 20 - 20 = 0$

### ഉദാഹരണം 2.9

$a = -3,\ b = 2$ എങ്കിൽ താഴെ തന്നിട്ടുള്ള വ്യംജകത്തിന്റെ മൂല്യം കാണുക.

(i) $a + b$ (ii) $9a - 5b$ (iii) $a^2 + 2ab + b^2$

**നിർദ്ധാരണം** $a = -3,\ b = 2$ എന്നീ വിലകൾ പ്രതിസ്ഥാപിച്ചാൽ

(i) $a + b = -3 + 2 = -1$

(ii) $9a - 5b = 9(-3) - 5(2)$

$= -27 - 10 = -37$

(iii) $a^2 + 2ab + b^2 = (-3)^2 + 2(-3)(2) + 2^2$

$= 9 - 12 + 4 = 1$

**ശ്രമിച്ചുനോക്കുക**

1. $p = -3$ ആയാൽ താഴെ തന്നിട്ടുള്ള വ്യംജകങ്ങളുടെ മൂല്യം കാണുക.

(i) $6p - 3$ (ii) $2p^2 - 3p + 2$

2. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള വിലകൾ അനുസരിച്ച് വ്യംജകത്തിന്റെ മൂല്യം നിർണ്ണയിക്കുക

| $x$ | 3 | 5 | 6 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| $x - 3$ | | | | |

3. ചരത്തിന്റെ വില കാണുക

| $x$ | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $2x$ | 6 | 14 | 28 | 42 |

## അഭ്യാസം 2.2

1. ശരിയുത്തരം തെരെഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക.

(i) $5m^2 + 25mn + 4n^2$ എന്ന വ്യംജകത്തിന്റെ കൃതി

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

(ii) $p = 40$ , $q = 20$ എങ്കിൽ $(p - q) + 8$ എന്ന വ്യംജകത്തിന്റെ മൂല്യം

(A) 60 (B) 20 (C) 68 (D) 28

(iii) $x^2y + x^2y^2 + y$ എന്ന വ്യംജകത്തിന്റെ കൃതി

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

(iv) $m = -4$ എങ്കിൽ $3m + 4$ എന്ന വ്യംജകത്തിന്റെ മൂല്യം

(A) 16 (B) 8 (C) $-12$ (D) $-8$

(v) $p = 2$ , $q = 3$ എങ്കിൽ $(p+q)-(p-q)$ എന്ന വ്യംജകത്തിന്റെ മൂല്യം

(A) 6 (B) 5 (C) 4 (D) 3

2. താഴെ തന്നിട്ടുള്ളവയിൽ സദൃശ്യപദങ്ങളെ വേർതിരിച്ചെഴുതുക.

(i) $4x, 6y, 7x$

(ii) $2a, 7b, -3b$

(iii) $xy, 3x^2y, -3y^2, -8yx^2$

(iv) $ab, a^2b, a^2b^2, 7a^2b$

(v) $5pq, -4p, 3q, p^2q^2, 10p, -4p^2, 25pq, 70q, 14p^2q^2$

3. വ്യംജകത്തിന്റെ കൃതി എഴുതുക

(i) $x^2 + yz$ (ii) $15y^2 - 3$ (iii) $6x^2y + xy$

(iv) $a^2b^2 - 7ab$ (v) $1 - 3t + 7t^2$

4. $x = -1$, ആയാൽ താഴെ കൊടുത്തിട്ടുള്ളവയുടെ മൂല്യം കാണുക

(i) $3x - 7$ (ii) $-x + 9$ (iii) $3x^2 - x + 7$

5. $a = 5$ , $b = -3$, ആയാൽ താഴെ കൊടുത്തിട്ടുള്ളവയുടെ മൂല്യം കാണുക.

(i) $3a - 2b$ (ii) $a^2 + b^2$ (iii) $4a^2 + 5b - 3$

## 2.2 വ്യംജകങ്ങളുടെ സങ്കലനവും വ്യവകലനവും

### സദൃശ്യപദങ്ങളുടെ സങ്കലനവും വ്യവകലനവും

നമ്മൾ സദൃശ്യപദങ്ങളെയും അസദൃശ്യപദങ്ങളെയും കുറിച്ച് മുമ്പ് പഠിച്ചിട്ടുണ്ട്.

സങ്കലനത്തിന്റെ അടിസ്ഥാന തത്വം എന്നത് സദൃശ്യ പദങ്ങളെ മാത്രമേ നമുക്ക് കൂട്ടാൻ സാധിക്കുകയുള്ളൂ.

രണ്ടോ അതിലധികമോ സദൃശ്യ പദങ്ങളുടെ തുക കാണുന്നതിന്, അവയുടെ ഗുണോത്തരങ്ങളെ നമുക്ക് കൂട്ടാം. അതുപോലെ രണ്ട് സദൃശ്യ പദങ്ങളുടെ വ്യവകലനം ചെയ്യുന്നതിന് അവയുടെ ഗുണോത്തരങ്ങളുടെ വ്യത്യാസം നമുക്കു കണ്ടുപിടിക്കാം.

സദൃശ്യ പദങ്ങളുടെ തുക അഥവാ വ്യവകലനം കണ്ടുപിടിക്കുന്നതിന് രണ്ട് രീതികൾ ഉണ്ട്.

അവ, (i) തിരശ്ചീന രീതി

(ii) ലംബ രീതി

**(i) തിരശ്ചീന രീതി: തിരശ്ചീന രീതിയിൽ സദൃശ്യ പദങ്ങളെ ക്രമീകരിച്ച് സങ്കലനം അല്ലെങ്കിൽ വ്യവകലനം ചെയ്യാം.**

*ഉദാഹരണം 2.10*

$2x$ , $5x$ കൂട്ടുക

നിർദ്ധാരണം: $2x + 5x = (2+5) \times x$

$= 7 \times x$

$= 7x$

**(ii) ലംബ രീതി:** ലംബ രീതിയിൽ സദൃശ്യ പദങ്ങളെ ഒന്നിനുതാഴെ മറ്റൊന്നായി എഴുതി സങ്കലനം അല്ലെങ്കിൽ വ്യവകലനം ചെയ്യാം.

### ഉദാഹരണം 2.11

$4a$ , $7a$ നെ കൂട്ടുക

നിർദ്ധാരണം:

$$\begin{array}{r} 4\,a \\ +\ \ 7\,a \\ \hline 11\,a \\ \hline \end{array}$$

### ഉദാഹരണം 2.12

$7pq,\ -4pq$ , $2pq$ നെ കൂട്ടുക

നിർദ്ധാരണം:

**തിരശ്ചീന രീതി**

$7pq - 4pq + 2pq$

$= (7 - 4 + 2) \times pq$

$= 5\,pq$

**ലംബ രീതി**

$$\begin{array}{r} 7\,pq \\ -4\,pq \\ +2\,pq \\ \hline 5\,pq \\ \hline \end{array}$$

### ഉദാഹരണം 2.13

$5x^2y,\ 7x^2y,\ -3x^2y,\ 4x^2y$ ന്റെ തുക കാണുക

നിർദ്ധാരണം:

**തിരശ്ചീന രീതി**

$5x^2y + 7x^2y - 3x^2y + 4x^2y$

$= (5 + 7 - 3 + 4)x^2y$

$= 13x^2y$

**ലംബ രീതി**

$$\begin{array}{r} 5x^2y \\ +7x^2y \\ -3x^2y \\ +\ 4x^2y \\ \hline 13x^2y \\ \hline \end{array}$$

### ഉദാഹരണം 2.14

$7a$ യിൽ നിന്നും $3a$ വ്യവകലനം ചെയ്യുക

നിർദ്ധാരണം:

**തിരശ്ചീന രീതി**

$7a - 3a = (7 - 3)a$

$= 4\,a$

**ലംബ രീതി**

$$\begin{array}{r} 7\,a \\ +\ 3\,a \\ (-)\quad \\ \hline 4\,a \\ \hline \end{array}$$

(ചിഹ്നം മാറ്റുക)

**നിങ്ങൾക്കറിയാമോ**

ഒരു സംഖ്യയിൽ നിന്ന് മറ്റൊരു സംഖ്യ കുറയ്ക്കുന്നതിന് ആ സംഖ്യയോടൊപ്പം അതിന്റെ സങ്കലന വിപരീതം കൊണ്ട് കൂട്ടിയാൽ മതിയാകും. അതായത് 6 -ൽ നിന്ന് 4 നെ കുറയ്ക്കുന്നതിന് 4 ന്റെ ചിഹ്നത്തിനെ മാറ്റി കൂട്ടണം. അതിനെ $6-4=2$ എന്ന് എഴുതാം.

**കുറിപ്പ്:** ഒരു പദത്തിനെ കുറയ്ക്കുന്നതും, അതിന്റെ സങ്കലന വിപരീതം കൊണ്ട് കൂട്ടുന്നതും തുല്യമായിരിക്കും. ഉദാഹരണമായി $+3a$ കുറയ്ക്കുന്നതും $-3a$ കൂട്ടുന്നതും തുല്യമാണ്.

### ഉദാഹരണം 2.15

(i) $9xy$ ൽ നിന്നും $-2xy$ കുറയ്ക്കുക.

**നിർദ്ധാരണം:**

$$\begin{array}{r} 9\,xy \\ -2\,xy \\ (+) \\ \hline 11\,xy \\ \hline \end{array}$$

(ചിഹ്നം മാറ്റുക)

(ii) കുറയ്ക്കുക

$-6p^2q^2$ ൽ നിന്നും $+8p^2q^2$ കുറയ്ക്കുക

**നിർദ്ധാരണം:**

$$\begin{array}{r} -6p^2q^2 \\ +8p^2q^2 \\ (-) \\ \hline -14p^2q^2 \\ \hline \end{array}$$

സദൃശ്യ പദങ്ങളെ കൂട്ടുകയും കുറയ്ക്കുകയും ചെയ്യുന്ന പോലെ, അസദൃശ്യ പദങ്ങളെ കൂട്ടുകയും കുറയ്ക്കുകയും ചെയ്യാൻ സാദ്ധ്യമല്ല.

ഉദാഹരണമായി : $x$ ന്റെ കൂടെ 7 നെ കൂട്ടുന്നതിനെ $x+7$ എന്ന് എഴുതാം. പദങ്ങൾ 7 നും $x$ നും മാറ്റം ഇല്ല. (അതുപോലെ നിലനിൽക്കും)

അതുപോലെ $4xy$ , 5 എന്നീ അസദൃശ്യ പദങ്ങളെ നമ്മൾ കൂട്ടുമ്പോൾ $4xy+5$ എന്ന് കിട്ടുന്നു.

$5pq$ ൽ നിന്നും 6 കുറയ്ക്കുമ്പോൾ $5pq-6$ കിട്ടുന്നു.

### ഉദാഹരണം 2.16

$6a+3$ , $4a-2$ കൂട്ടുക.

**നിർദ്ധാരണം:**

സദൃശ്യപദങ്ങൾ ($6a$, $4a$)

$$6a + 3 + 4a - 2$$

സദൃശ്യപദങ്ങൾ ($3$, $-2$)

$= 6a + 4a + 3 - 2$ (സദൃശ്യപദങ്ങളെ ക്രമീകരിച്ചാൽ)

$= 10a + 1$

### ഉദാഹരണം 2.17

ലഘൂകരിക്കുക $6t + 5 + t + 1$.

**നിർദ്ധാരണം:**

സദൃശ്യപദങ്ങൾ ($6t$, $t$)

$6t + 5 + t + 1$

സദൃശ്യപദങ്ങൾ ($5$, $1$)

$= 6t + t + 5 + 1$ (സദൃശ്യപദങ്ങളെ ക്രമീകരിച്ചാൽ)

$= 7t + 6$

### ഉദാഹരണം 2.18

$5y + 8 + 3z$, $4y - 5$ കൂട്ടുക

**നിർദ്ധാരണം:**

$5y + 8 + 3z + 4y - 5$

$= 5y + 4y + 8 - 5 + 3z$ (സദൃശ്യപദങ്ങളെ ക്രമീകരിച്ചാൽ)

$= 9y + 3 + 3z$ (അസദൃശ്യപദം $3z$ മാറ്റമില്ല)

### ഉദാഹരണം 2.19

വ്യംജകത്തെ ലഘൂകരിക്കുക. $15n^2 - 10n + 6n - 6n^2 - 3n + 5$

**നിർദ്ധാരണം:**

സദൃശ്യപദങ്ങളെ ക്രമീകരിക്കുമ്പോൾ

$15n^2 - 6n^2 - 10n + 6n - 3n + 5$

$= (15 - 6)n^2 + (-10 + 6 - 3)n + 5$

$= 9n^2 + (-7)n + 5$

$= 9n^2 - 7n + 5$

### ഉദാഹരണം 2.20

$10x^2 - 5xy + 2y^2$, $-4x^2 + 4xy + 5y^2$, $3x^2 - 2xy - 6y^2$ എന്നിവ കൂട്ടുക

**നിർദ്ധാരണം:**

$$\begin{array}{r} 10x^2 - 5xy + 2y^2 \\ -4x^2 + 4xy + 5y^2 \\ +3x^2 - 2xy - 6y^2 \\ \hline 9x^2 - 3xy + y^2 \\ \hline \end{array}$$

**ശ്രമിച്ചുനോക്കുക**

കൂട്ടുക

(i) $8m - 7n$, $3n - 4m + 5$

(ii) $a + b$, $-a + b$

(iii) $4a^2$, $-5a^2$, $-3a^2$, $7a^2$

### ഉദാഹരണം 2.21

$-8a + 9b$ ൽ നിന്നും $6a - 3b$ കുറയ്ക്കുക.

നിർദ്ധാരണം:

$$\begin{array}{r} -8a + 9b \\ +6a - 3b \\ (-) \quad (+) \\ \hline -14a + 12b \\ \hline \end{array}$$

### ഉദാഹരണം 2.22

$3(5p - q + 3)$ ൽ നിന്നും $2(p - q)$ കുറയ്ക്കുക.

നിർദ്ധാരണം: $3(5p - q + 3) - 2(p - q)$

$= 15p - 3q + 9 - 2p + 2q$

$= 15p - 2p - 3q + 2q + 9$

$= 13p - q + 9$

**നിങ്ങൾക്കറിയാമോ**

$-(8 - 5) = -8 + 5,$

$-2(m - n) = -2m + 2n$

സംഖ്യകളുടെ ചിഹ്നങ്ങളെ കൈകാര്യം ചെയ്യുന്നതുപോലെ ബീജഗണിത പദങ്ങളുടെ ചിഹ്നങ്ങളെയും കൈകാര്യം ചെയ്യാം.

### ഉദാഹരണം 2.23

$a^2 - b^2 - 3ab$ ൽ നിന്ന് $a^2 + b^2 - 3ab$ കുറയ്ക്കുക

നിർദ്ധാരണം:

**തിരശ്ചീന രീതി**

$(a^2 - b^2 - 3ab) - (a^2 + b^2 - 3ab)$

$= a^2 - b^2 - 3ab - a^2 - b^2 + 3ab$

$= -b^2 - b^2$

$= -2b^2$

**ലംബരീതി**

$$\begin{array}{ccc} a^2 & - \; b^2 & - \; 3ab \\ a^2 & + \; b^2 & - \; 3ab \\ (-) & (-) & (+) \\ \hline & -2b^2 & \\ \hline \end{array}$$

### ഉദാഹരണം 2.24

$A = 5x^2 + 7x + 8$, $B = 4x^2 - 7x + 3$ എങ്കിൽ $2A - B$ കാണുക.

നിർദ്ധാരണം: $2A = 2(5x^2 + 7x + 8)$

$= 10x^2 + 14x + 16$

ഇപ്പോൾ $2A - B = (10x^2 + 14x + 16) - (4x^2 - 7x + 3)$

$= 10x^2 + 14x + 16 - 4x^2 + 7x - 3$

$= 6x^2 + 21x + 13$

**ശ്രമിച്ചുനോക്കുക**

**കുറയ്ക്കുക**

(i) $(a+b)$ ൽ നിന്ന് $(a-b)$ നെ

(ii) $(-2x+8y)$ ൽനിന്ന് $(5x-3y)$ നെ

## ഉദാഹരണം 2.25

$14b^2$ ൽ നിന്നും എത്ര കുറച്ചാൽ $6b^2$ കിട്ടും

*നിർദ്ധാരണം:*

$$\begin{array}{r} 14b^2 \\ 6b^2 \\ (-) \\ \hline 8b^2 \\ \hline \end{array}$$

## ഉദാഹരണം 2.26

$3a^2-4b^2+5ab$ ൽ നിന്നും എത്ര കുറച്ചാൽ $-a^2-b^2+6ab$ കിട്ടും

*നിർദ്ധാരണം:*

$$\begin{array}{rrr} 3a^2 & -4b^2 & +5ab \\ -a^2 & -b^2 & +6ab \\ (+) & (+) & (-) \\ \hline 4a^2 & -3b^2 & -ab \\ \hline \end{array}$$

## അഭ്യാസം 2.3

1. ശരിയായ ഉത്തരം തെരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക.

(i) കൂട്ടുക $4x, \ -8x \ , \ 7x$

(A) $5x$ (B) $4x$ (C) $3x$ (D) $19x$

(ii) കൂട്ടുക $2ab, \quad 4ab, \quad -8ab$

(A) $14ab$ (B) $-2ab$ (C) $2ab$ (D) $-14ab$

(iii) $5ab+bc-3ab$ എന്നത്

(A) $2ab+bc$ (B) $8ab+bc$ (C) $9ab$ (D) $3ab$

(iv) $5y-3y^2-4y+y^2$ എന്നത്

(A) $9y+4y^2$ (B) $9y-4y^2$ (C) $y+2y^2$ (D) $y-2y^2$

(v) $A=3x+2$, $B=6x-5$ എങ്കിൽ $A-B$ എന്നത്

(A) $-3x+7$ (B) $3x-7$ (C) $7x-3$ (D) $9x+7$

2. ലഘൂകരിക്കുക.

(i) $6a - 3b + 7a + 5b$

(ii) $8l - 5l^2 - 3l + l^2$

(iii) $-z^2 + 10z^2 - 2z + 7z^2 - 14z$

(iv) $p - (p - q) - q - (q - p)$

(v) $3mn - 3m^2 + 4nm - 5n^2 - 3m^2 + 2n^2$

(vi) $(4x^2 - 5xy + 3y^2) - (3x^2 - 2xy - 4y^2)$

3. കൂട്ടുക

(i) $7ab,\ 8ab,\ -10ab,\ -3ab$

(ii) $s + t,\ 2s - t,\ -s + t$

(iii) $3a - 2b,\ 2p + 3q$

(iv) $2a + 5b + 7,\ 8a - 3b + 3,\ -5a - 7b - 6$

(v) $6x + 7y + 3, -8x - y - 7, 4x - 4y + 2$

(vi) $6c - c^2 + 3,\ -3c - 9,\ c^2 + 4c + 10$

(vii) $6m^2n + 4mn - 2n^2 + 5, n^2 - nm^2 + 3, mn - 3n^2 - 2m^2n - 4$

4. കുറയ്ക്കുക

(i) $14a$ ൽ നിന്നും $6a$

(ii) $6a^2b$ ൽ നിന്നും $-a^2b$

(iii) $-4x^2y^2$ ൽ നിന്നും $7x^2y^2$

(iv) $xy + 12$ ൽ നിന്നും $3xy - 4$

(v) $n(5 - m)$ ൽ നിന്നും $m(n - 3)$

(vi) $-10p - 6p^2$ ൽ നിന്നും $9p^2 - 5p$

(vii) $5m^2 - 9$ ൽ നിന്നും $-3m^2 + 6m + 3$

(viii) $6s - 10$ ൽ നിന്നും $-s^2 + 12s - 6$

(ix) $6n^2 - 4mn - 4m^2$ ൽ നിന്നും $5m^2 + 6mn - 3n^2$

5. (i) $3x^2 + xy + 3y^2$ നോട് ഏത് കൂട്ടിയാൽ $4x^2 + 6xy$ കിട്ടും ?

(ii) $4p + 6q + 14$ ൽ നിന്നും ഏത് കുറച്ചാൽ $-5p + 8q + 20$ കിട്ടും?

(iii) $A = 8x - 3y + 9$, $B = -y - 9$ $C = 4x - y - 9$ എങ്കിൽ $A + B - C$ കാണുക

6. ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്ന് വശങ്ങൾ $3a + 4b - 2$, $a - 7$, $2a - 4b + 3$ എന്നിവയാണ്. ചുറ്റളവ് കാണുക?

7. ദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങൾ $3x + 2$ , $5x + 4$ ആണ്. അതിന്റെ ചുറ്റളവ് കാണുക?

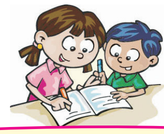
8. റാം ഒരു ഷർട്ടിനുവേണ്ടി 4a+3 രൂപയും ഒരു പുസ്തകത്തിനു വേണ്ടി $8a - 5$ രൂപയും ചെലവഴിച്ചു. ആകെ ചെലവഴിച്ച തുക എത്ര?

9. ഒരു വൈദ്യുതകമ്പിയുടെ നീളം$10x - 3$ മീറ്റർ. അതിൽ നിന്നും $3x + 5$ മീറ്റർ മുറിച്ചെടുത്തു ഉപയോഗിച്ച ശേഷം ബാക്കിയുള്ള കമ്പിയുടെ നീളമെത്ര?

10. $A = p^2 + 3p + 5$ , $B = 2p^2 - 5p - 7$ എങ്കിൽ

(i) $2A + 3B$ (ii) $A - B$ കാണുക

11. $P = m^2 + 8m$ , $Q = -m^2 + 3m - 2$ എങ്കിൽ $P - Q + 8$ ന്റെ മൂല്യം കാണുക



## ഓർമ്മിക്കേണ്ട വസ്തുതകൾ

1. ബീജ ഗണിതം എന്നത് ഗണിത ശാസ്ത്രത്തിന്റെ ഒരു ശാഖയാണ്. ഇതിൽ അക്ഷരങ്ങൾ, സംഖ്യകൾ, ഗണിത ക്രിയകൾ എന്നിവ ഉൾപ്പെടുന്നു.
2. വ്യത്യസ്ത വിലകളെ നിർണ്ണയിക്കുന്ന അളവിനെ ഒരു ചരം അല്ലെങ്കിൽ സംഖ്യാക്ഷരം എന്നു പറയുന്നു.
3. ഒരു അളവ് സ്ഥിരമായ ഒരു അക്കമൂല്യം ഉണ്ടായിരുന്നാൽ അതിനെ സ്ഥിരാങ്കം എന്നു പറയുന്നു.
4. ചരങ്ങളും അക്കങ്ങളും ഒന്നു ചേർന്നുള്ള സജ്ജീകരണത്തെ ബീജഗണിത വ്യംജകം എന്നു പറയുന്നു.
5. പദങ്ങൾകൊണ്ട് രൂപീകരിക്കുന്നതാണ് ഒരു വ്യംജകം.
6. ഒരുപോലെ ഘാതങ്ങളുള്ളതും ഒരേ ചരം അല്ലെങ്കിൽ ചരങ്ങളുടെ ഗുണനഫല മായിട്ടുള്ള പദങ്ങളെ സദൃശ്യപദങ്ങൾ എന്നു പറയുന്നു. വ്യത്യസ്ത ഘാതങ്ങളുള്ളതും വ്യത്യസ്ത ചരം അല്ലെങ്കിൽ ചരങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായിട്ടുള്ള പദങ്ങളെ അസദൃശ്യ പദങ്ങൾ എന്നു പറയുന്നു.
7. ഒരു ചരമുള്ള ഒരു ബഹുപദ വ്യംജകത്തിന്റെ ചരത്തിന്റെ ഏറ്റവും കൂടിയ ഘാതത്തെ കൃതി എന്നും, ഒന്നിലധികം ചരങ്ങൾ ഉള്ള ഒരു ബഹുപദ വ്യംജകത്തിന്റെ കൃതി എന്നത് വ്യത്യസ്തമായ പദങ്ങളുടെ ചരങ്ങളുടെ ഘാതങ്ങളുടെ ഏറ്റവും കൂടിയ തുകയാണ്.

# 3 ജ്യാമിതി

ജ്യാമിതി ഗണിതത്തിന്റെ ഒരു ശാഖയാണ്. ജ്യാമിതീയ രൂപങ്ങളെക്കുറിച്ചുള്ള ആശയം തരുന്നത് ജ്യാമിതിയാണ്. ഗ്രീക്ക് പദത്തിൽ 'ജ്യാമിതി'യുടെ അർത്ഥം **'ഭൂമിയുടെ അളവ്'** എന്നാണ്. ആകൃതി, വലിപ്പം, ഗുണങ്ങൾ എന്നിവയെക്കുറിച്ചുള്ള പഠനമാണ് ജ്യാമിതി. ബഹിരാകാശ ഗവേഷണം, ശില്പശാസ്ത്രം, യന്ത്രനിർമ്മാണ ശാസ്ത്രം, ആലേഖം വരയ്ക്കൽ എന്നിവയ്ക്കും ജ്യാമിതി വളരെയധികം പ്രയോജനപ്പെടുന്നു.

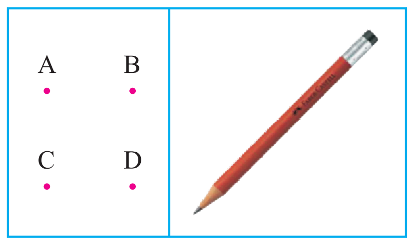
## 3.1. പുനഃപരിശോധന

### അടിസ്ഥാന ജ്യാമിതിയ ആശയങ്ങൾ:

ജ്യാമിതിയ ആശയങ്ങളെക്കുറിച്ച് നാം മുൻ ക്ലാസ്സുകളിൽ പഠിച്ചിട്ടുണ്ട്. അവ നമുക്ക് വീണ്ടും ഓർമ്മിക്കാം.

### ബിന്ദു

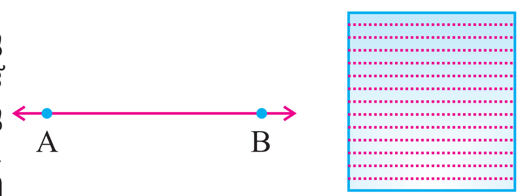
പെൻസിലിന്റെ കൂർത്ത അഗ്രം കൊണ്ട് കടലാസിൽ ഒരു കുത്തു ഇടുക. ഈ കുത്ത് ബിന്ദു എന്ന ആശയം തരുന്നു. ബിന്ദു ഒരു സ്ഥാനത്തെ കുറിക്കുന്നു. ബിന്ദുവിന് നീളമോ, വീതിയോ, ഘനമോ ഇല്ല. ബിന്ദുക്കളെക്കുറിക്കുന്നതിന് ഇംഗ്ലീഷ് അക്ഷരമാലയിലെ വലിയ അക്ഷരങ്ങളായ A, B, C, D മുതലായവ ഉപയോഗിക്കുന്നു.




ചിത്രം. *3.1*

### രേഖ

രേഖ എന്നത് തുടർന്നു സഞ്ചരിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളാണ്. ഒരു കടലാസിൽ ഒരു പെൻസിൽ കൊണ്ട് തുടർന്ന് ബിന്ദുക്കൾ ഇട്ടാൽ അതിനെ രേഖ എന്നു കുറിക്കാം. രേഖയ്ക്ക് നീളമുണ്ട്. എന്നാൽ വീതി ഇല്ല. രേഖ AB യെ $\overleftrightarrow{AB}$ എന്നെഴുതാം. രേഖയെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന തിനായി ചെറിയ അക്ഷരങ്ങളായ $l$, $m$, $n$ തുടങ്ങിയവ ഉപയോഗിക്കുന്നു. നാം രേഖയെ വായിക്കേണ്ടത് രേഖ $l$, രേഖ $m$, രേഖ $n$ എന്നിങ്ങനെയാണ്.




ചിത്രം. *3.2*

### രശ്മി

ഒരു ദിശയിലേക്ക് മാത്രം നീങ്ങിപോകുന്നതും ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്നും ആരംഭിക്കുന്നതുമായ രേഖയാണ് രശ്മി. രശ്മി ആരംഭിക്കുന്ന ബിന്ദുവിനെ പ്രാരംഭ ബിന്ദു എന്നു പറയുന്നു.

രശ്മി OA യെ $\overrightarrow{OA}$ എന്ന് എഴുതണം. രശ്മി O യിൽ തുടങ്ങി A യിൽ കൂടി കടന്നുപോകുന്നു.

ചിത്രം. *3.3*

### രേഖാഖണ്ഡം

$\overleftrightarrow{AB}$ ഒരു നേർരേഖ എന്നിരിക്കട്ടെ.

ചിത്രം. *3.4*

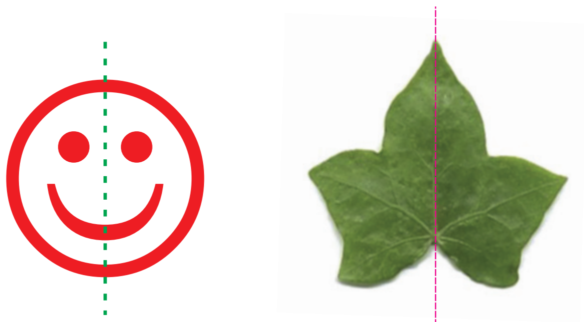
AB യിലുള്ള രണ്ടു ബിന്ദുക്കളാണ് C യും D യും. CD എന്നത് AB യുടെ ഒരു ഭാഗമാണ്. CD യെ രേഖാഖണ്ഡം എന്നു പറയുന്നു. രേഖാഖണ്ഡം CD യെ $\overline{CD}$ എന്നു എഴുതാം.

### തലം

തലം എന്നത് അവസാനമില്ലാതെ എല്ലാ ദിശയിലേയ്ക്കും പരന്ന് പോകുന്ന പ്രതലമാണ്. മേശപ്പുറം, ബ്ലാക്ക് ബോർഡ്, ഭിത്തികൾ എന്നിവ തലത്തിന് ഉദാഹരണങ്ങളാണ്.

## 3.2. പ്രതിസാമ്യത

പ്രതിസാമ്യത എന്ന പ്രധാനപ്പെട്ട ജ്യാമിതീയ ആശയം പൊതുവായി പ്രകൃതിയിലും ദൈനംദിന ജീവിതത്തിൽ ഉപയോഗിക്കുന്ന വസ്തുക്കളിലും നമുക്ക് കാണുവാൻ സാധിക്കുന്നു. ചിത്രകാരൻ, നിർമ്മാതാവ്, രൂപരേഖ തയ്യാറാക്കുന്നവർ, ശില്പി തുടങ്ങിയവർ പ്രതിസാമ്യത ആശയം ഉപയോഗിക്കുന്നു. തേനീച്ചക്കൂട്, പൂക്കൾ, ഇലകൾ, കർച്ചീഫ്, ഗൃഹോപകരണങ്ങൾ എന്നിവയെല്ലാം പ്രതിസാമ്യത മാതൃകയിലാണ് രൂപകല്പന ചെയ്തിട്ടുള്ളത്.

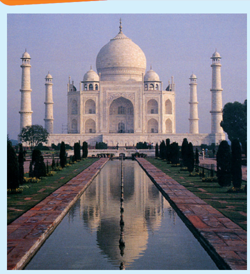


ചിത്രം. *3.5*

ഒരു വസ്തുവിന്റെ സാമ്യത ആകൃതിയിലും രൂപത്തിലും രണ്ടു പകുതികളും ഒന്നു പോലെയിരിക്കും. ഒരു ചിത്രത്തിനെ മദ്ധ്യത്തിൽവെച്ച് മടക്കിയാൽ ഇടതു പകുതിയും വലതു പകുതിയും ഏകദേശം ഒരേ ആകൃതി ഉള്ളതായിരുന്നാൽ ചിത്രം പ്രതിസാമ്യതയിലാണെന്ന് നമുക്ക് പറയാം.

ഉദാഹരണമായി ഒരു ആപ്പിളിനെ രണ്ട് സമഭാഗങ്ങളായി മുറിക്കുക. ആ രണ്ട് ഭാഗങ്ങളും ഒരുപോലെ ആണെങ്കിൽ ചിത്രം (5.6) പ്രതിസാമ്യതയിലാണെന്ന് നമുക്ക് നിരീക്ഷിക്കാം.

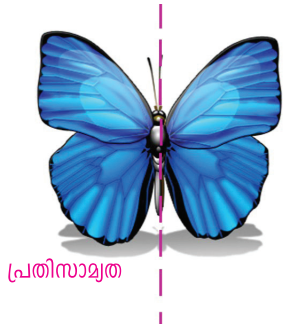
**നിങ്ങൾക്കറിയാമോ**



ആഗ്രയിലുള്ള താജ്മഹൽ ഒരു പ്രതിസാമ്യത സ്മാരകമാണ്.

ചിത്രം. *3.6*

കൂടാതെ ചിത്രശലഭം പ്രതിസാമ്യതയ്ക്ക് ഉദാഹരണമാണ്. ചിത്രശലഭത്തിന്റെ മദ്ധ്യത്തിൽ കൂടി വരച്ചാൽ രണ്ട് പകുതി ഭാഗങ്ങളും ഒന്നുപോലിരിക്കും.




ചിത്രം. *3.7*

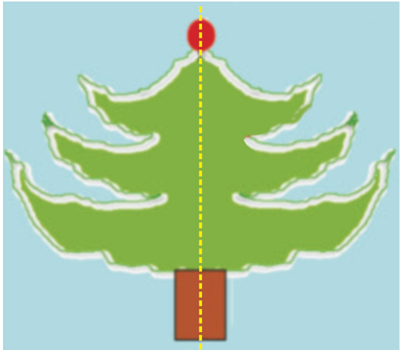
**പ്രതിസാമ്യത പലതരത്തിലുണ്ട്. ഇവിടെ നമുക്ക് ഇതിനെപ്പറ്റി ചർച്ച ചെയ്യാം**

1. പ്രതിസാമ്യതാരേഖ അല്ലെങ്കിൽ പ്രതിസാമ്യതാഅക്ഷം
2. ദർപ്പണ പ്രതിസാമ്യത
3. ചുറ്റൽ പ്രതിസാമ്യത

## 1. പ്രതിസാമ്യതാരേഖ അല്ലെങ്കിൽ പ്രതിസാമ്യതാഅക്ഷം.

ചിത്രം 5.8 -ൽ ഉള്ളതുപോലെ രണ്ട് തുല്യഭാഗങ്ങളിലായി ഒരു രേഖ വരയ്ക്കുക. രേഖയിൽ വച്ച് ചിത്രത്തിനെ രണ്ട് സമഭാഗങ്ങളായി മടക്കുമ്പോൾ രണ്ടുഭാഗങ്ങളും ഒന്നുപോലിരുന്നാൽ ആ രേഖയെ പ്രതിസാമ്യതാരേഖ എന്നു പറയുന്നു.

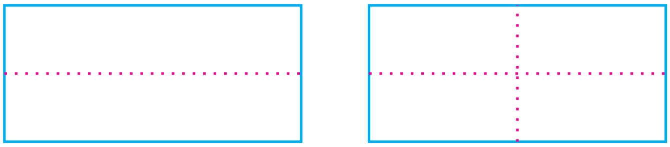
ഒരു രേഖ ഒരു ചിത്രത്തിനെ രണ്ട് തുല്യ ഭാഗങ്ങളിലായി വിഭജിക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന ഇടത്, വലത് ഭാഗങ്ങൾ ഒരു പോലെയാണെങ്കിൽ ആ രേഖയെ സംബന്ധിച്ച് ചിത്രം പ്രതിസാമ്യതയിലാണെന്ന് പറയാം. ഈ രേഖയെയാണ് പ്രതിസാമ്യതാ രേഖ അല്ലെങ്കിൽ പ്രതിസാമ്യതാ അക്ഷം എന്നു പറയുന്നു.



ചിത്രം. *3.8*

### പ്രവർത്തനം: 1

ഒരു ദീർഘചതുര പേപ്പർ കഷ്ണം എടുക്കുക. അതിന്റെ നീളവശങ്ങൾ ചേർത്ത് മടക്കുക അതിനെ നിവർത്തിയിട്ട് വീതി വശങ്ങൾ ചേർത്ത് മടക്കുക. എന്നിട്ട് പേപ്പറിനെ നിവർത്തി നോക്കിയാൽ രണ്ട് പ്രതിസാമ്യതാരേഖ കാണാം.



ചിത്രം. *3.9*

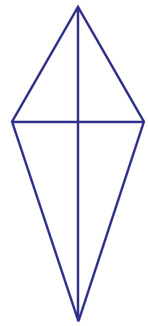
ഈ പേപ്പർ മടക്കൽ പ്രയോഗത്തിൽ,

ദീർഘചതുരത്തിൽ രണ്ട് പ്രതിസാമ്യതാരേഖ ഉണ്ടെന്ന് നിങ്ങൾക്കു മനസ്സിലാകുന്നു.

**ചർച്ച ചെയ്യുക** : സാമാന്തരികത്തിന് പ്രതിസാമ്യതരേഖ ഉണ്ടോ ?

## പ്രവർത്തനം: 2

നിങ്ങളുടെ ജ്യാമിതിപെട്ടിയിൽ നിന്ന് $30^0, 60^0, 90^0$. എന്നീ അളവുകളുള്ള മൂല മട്ടം എടുക്കുക. അതുപോലെ അളവുകളുള്ള മറ്റൊരു മൂലമട്ടം കൂടി എടുക്കുക. ചിത്രത്തിൽ കാണുന്നതുപോലെ ഒരു പട്ടത്തിന്റെ ആകൃതിയിൽ ചേർക്കുക. (ചിത്രം 3.10)



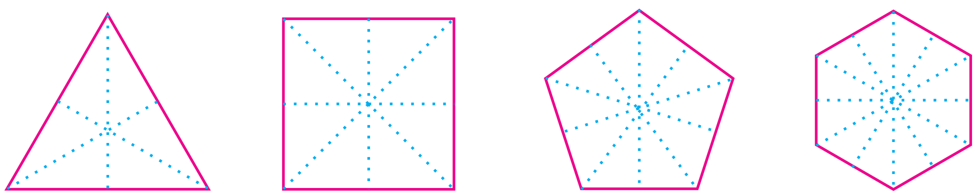
ചിത്രം. *3.10*

ഈ രൂപത്തിന് എത്ര പ്രതിസാമ്യതാ രേഖകൾ ഉണ്ട് ?

നിങ്ങൾ നിരീക്ഷിച്ചു നോക്കിയാൽ പട്ടത്തിന്റെ ആകൃതിയിലുള്ള ചിത്രത്തിന്റെ പ്രതിസാമ്യതാരേഖ അതിന്റെ കുത്തനെയുള്ള വികർണ്ണമാകുന്നു.

## പ്രവർത്തനം : 3

തന്നിട്ടുള്ള ക്രമ ബഹുഭുജങ്ങളിൽ എത്ര പ്രതിസാമ്യതാരേഖകൾ ഉണ്ടെന്ന് പേപ്പർ മടക്കിയും, വരച്ചും ശരിനോക്കുക. കുത്തിട്ട വരകളെ വരച്ച് പ്രതിസാമ്യതാരേഖകൾ നോക്കുക.



സമഭുജ ത്രികോണം    സമചതുരം    ക്രമപഞ്ചഭുജം    ക്രമഷഡ്ഭുജം

ചിത്രം. *3.11*

**മുകളിലുള്ള പേപ്പർ മടക്കുകളിൽ നിന്ന് നിങ്ങൾ മനസ്സിലാക്കുന്നത്**

(i) സമഭുജ ത്രികോണത്തിന് മൂന്ന് പ്രതിസാമ്യതാ രേഖകൾ കാണുന്നു.

(ii) സമചതുരത്തിന് നാല് പ്രതിസാമ്യതാ രേഖകൾ കാണുന്നു

(iii) ക്രമപഞ്ചഭുജത്തിന് അഞ്ച് പ്രതിസാമ്യതാ രേഖകൾ കാണുന്നു.

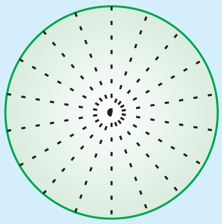
(iv) ക്രമ ഷഡ്ഭുജത്തിന് ആറ് പ്രതിസാമ്യതാ രേഖകൾ കാണുന്നു.

**നിങ്ങൾക്കറിയാമോ**

ഒരു ബഹുഭുജത്തിന്റെ വശങ്ങൾ തുല്യം, കോണുകൾ തുല്യം എങ്കിൽ ആ ബഹുഭുജം ക്രമബഹുഭുജം എന്നറിയപ്പെടുന്നു.

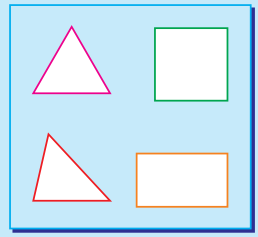
**ഓരോ ക്രമബഹുഭുജത്തിനും അതിന്റെ വശങ്ങൾക്കനുസരിച്ച് പ്രതിസാമ്യതാ രേഖകൾ ഉണ്ട്.**

**നിങ്ങൾക്കറിയാമോ**



വൃത്തത്തിന് ധാരാളം പ്രതിസാമ്യതാ രേഖകൾ ഉണ്ട്.

**ശ്രമിച്ചുനോക്കുക**

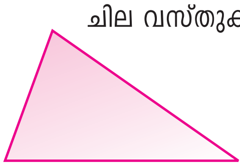


ക്രമബഹുഭുജത്തിനെ തിരിച്ചറിയുക

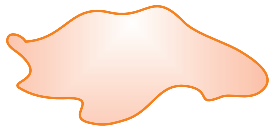
**ശ്രമിച്ചുനോക്കുക**

ഇംഗ്ലീഷ് അക്ഷരമാലയിൽ പ്രതിസാമ്യതാരേഖയില്ലാത്ത അക്ഷരങ്ങളുടെ പട്ടിക തയ്യാറാക്കുക.

ചില വസ്തുക്കൾക്കും ചിത്രങ്ങൾക്കും പ്രതിസാമ്യതാ രേഖ ഇല്ല.



വിഷമഭുജത്രികോണം (അസമഭുജത്രികോണം)



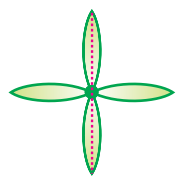
ക്രമരഹിത രൂപം

ചിത്രം.*3.12*

മുകളിൽ തന്നിരിക്കുന്ന ചിത്രങ്ങളെ നിരീക്ഷിക്കുക. അവയെ രണ്ട് സമഭാഗങ്ങളായി വിഭജിക്കാൻ സാധ്യമല്ല. അതുകൊണ്ട് അവയ്ക്ക് പ്രതിസാമ്യതാ രേഖകൾ ഇല്ല.

**നിങ്ങൾക്കറിയാമോ** ഒരു വസ്തുവിനെ പ്രതിഫലിപ്പിക്കുക എന്നത് ദർപ്പണ ബിംബം വരുത്തുക എന്നതാണ് അർത്ഥം.

## ദർപ്പണ പ്രതിസാമ്യത



ചിത്രം.*3.13*

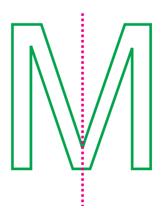
നമ്മൾ ഒരു കണ്ണാടിയെ നോക്കുമ്പോൾ നമ്മുടെ പ്രതിബിംബം കണ്ണാടിയുടെ പുറകിൽ കാണുന്നു. ഇതിന് കാരണം പ്രതിബിംബം പ്രതിഫലിക്കുന്നത് കൊണ്ടാണ് ഇതിൽ നിന്നും നമുക്ക് മനസ്സിലാവുന്നത് വസ്തു എത്ര ദൂരത്തിൽ ഇരിക്കുന്നുവോ അതേ അളവ് ദൂരത്തിൽ പ്രതി ബിംബം കാണുന്നു.

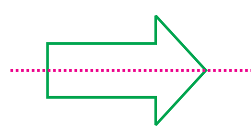
മുകളിൽ കാണുന്ന ചിത്രത്തിൽ നേർരേഖയുടെ പുറത്ത് കണ്ണാടി വയ്ക്കുമ്പോൾ പകുതിഭാഗം കണ്ണാടിയിലും പകുതി ഭാഗം തറയിലും കാണുന്നു. കണ്ണാടി നേർരേഖയെ രണ്ടായി വിഭജിക്കുന്നു. (ചിത്രം :3.13 ൽ) നേർരേഖ രണ്ട് സമഭാഗങ്ങളായി വിഭജിക്കുന്നു. ഇതിൽ നിന്ന് ദർപ്പണ പ്രതിസാമ്യത ഉണ്ടെന്ന് മനസ്സിലാക്കാം.

ദർപ്പണ പ്രതിസാമ്യതയിൽ ഇടത്, വലത് മാറ്റങ്ങൾ ചിത്രത്തിൽ കാണാം.

ഉദാഹരണം *3.1*

ദർപ്പണ പ്രതിസാമ്യതാ രേഖകളെ ഈ ചിത്രത്തിൽ കാണാം.





## അഭ്യാസം 3.1

1. **ശരിയായ ഉത്തരം തെരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക.**

i) ഒരു ദ്വിസമഭുജ ത്രികോണത്തിന്
(A) പ്രതിസാമ്യതാ രേഖ ഇല്ല  (B) ഒരു പ്രതി സാമ്യതാ രേഖ
(C) മൂന്ന് പ്രതിസാമ്യതാ രേഖകൾ  (D) ധാരാളം പ്രതിസാമ്യതാ രേഖകൾ

ii) സാമാന്തരികത്തിന്
(A) രണ്ട് പ്രതിസാമ്യതാ രേഖകൾ  (B) നാല് പ്രതിസാമ്യതാ രേഖകൾ
(C) പ്രതിസാമ്യതാ രേഖ ഇല്ല  (D) ധാരാളം പ്രതിസാമ്യതാ രേഖകൾ

iii) ഒരു ദീർഘചതുരത്തിന്
(A) രണ്ട് പ്രതി സാമ്യതാ രേഖകൾ  (B) പ്രതിസാമ്യതാ രേഖ ഇല്ല
(C) നാല് പ്രതിസാമ്യതാ രേഖകൾ  (D) ധാരാളം പ്രതിസാമ്യതാരേഖകൾ

iv) ഒരു സമചതുർഭുജത്തിന്
(A) പ്രതിസാമ്യതാ രേഖ ഇല്ല  (B) നാല് പ്രതിസാമ്യതാ രേഖകൾ
(C) രണ്ട് പ്രതിസാമ്യതാ രേഖകൾ  (D) ആറ് പ്രതിസാമ്യതാ രേഖകൾ

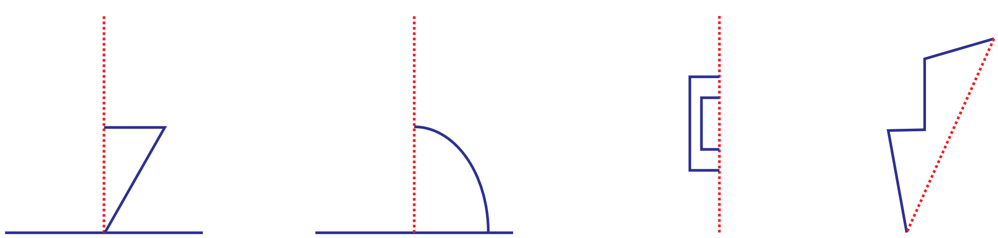
v) ഒരു അസമഭുജ ത്രികോണത്തിന്
(A) പ്രതിസാമ്യതാ രേഖ ഇല്ല  (B) മൂന്ന് പ്രതിസാമ്യതാ രേഖകൾ
(C) ഒരു പ്രതിസാമ്യതാ രേഖ  (D) ധാരാളം പ്രതിസാമ്യതാ രേഖകൾ

2. താഴെ തന്നിട്ടുള്ളവയിൽ ഏതെല്ലാമാണ് പ്രതിസാമ്യതാ രേഖ ഉള്ളത് ?

(i) (ii) (iii) (iv)

ഓരോന്നിനും എത്ര പ്രതിസാമ്യതാ രേഖകൾ ഉണ്ട് ?

3. താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന ചിത്രങ്ങളിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന പ്രതിസാമ്യതാ രേഖകളെ ബന്ധപ്പെടുത്തി അടുത്ത ഭാഗങ്ങൾ വരയ്ക്കുക.



(i) (ii) (iii) (iv)

4. താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന പട്ടിക പൂരിപ്പിക്കുക.

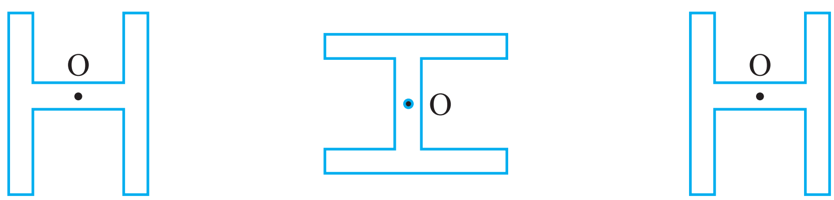
| രൂപം | മാതൃകാചിത്രം | പ്രതിസാമ്യതാരേഖകളുടെ എണ്ണം |
|---|---|---|
| സമഭുജത്രികോണം | | |
| സമചതുരം | | |
| ദീർഘചതുരം | | |
| ദ്വിസമഭുജത്രികോണം | | |
| സമചതുർഭുജം | | |

5. ത്രികോണത്തിന്റെ പ്രതിസാമ്യത
   (i) ഒരു പ്രതിസാമ്യതാ രേഖ മാത്രം
   (ii) മൂന്ന് പ്രതിസാമ്യതാ രേഖ മാത്രം
   (iii) പ്രതിസാമ്യതാ രേഖ ഇല്ല

6. ഇംഗ്ലീഷ് അക്ഷരമാലയിലെ പ്രതിസാമ്യതയുള്ള വലിയ അക്ഷരങ്ങൾ
   (i) കുത്തനെയുള്ള ഒരു പ്രതിസാമ്യതാരേഖ
   (ii) തിരശ്ചീനമായുള്ള ഒരു പ്രതിസാമ്യതാ രേഖ.
   (iii) കുത്തനെയും തിരശ്ചീനമായും ഉള്ള പ്രതിസാമ്യതാ രേഖകൾ

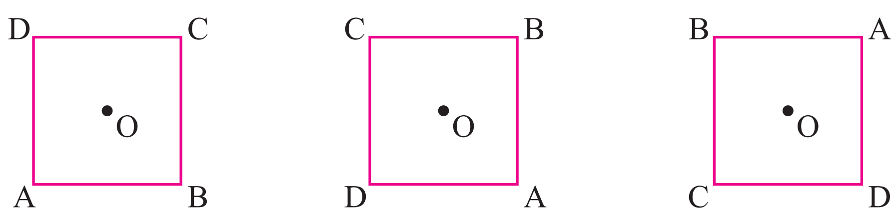
## 3.3 ചുറ്റൽ പ്രതിസാമ്യത

താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രങ്ങളുടെ രൂപം നോക്കി 'O'കേന്ദ്രമാക്കി $90^0$ അല്ലെങ്കിൽ $180^0$ കോണളവിൽ ചുറ്റുക.



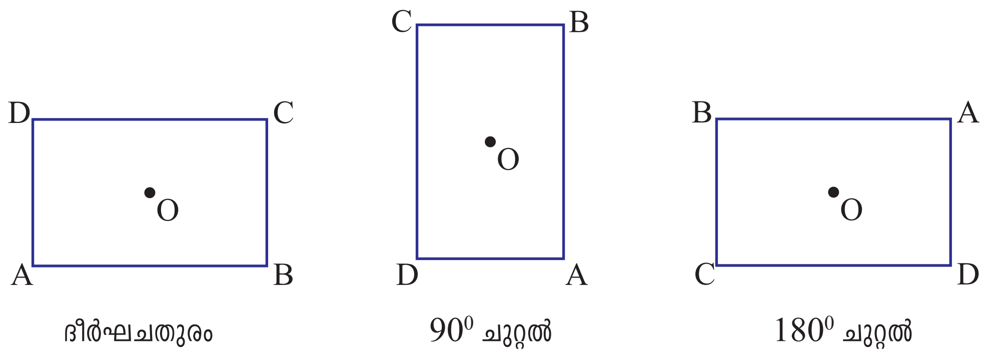

H എന്ന അക്ഷരം | $90^0$ ചുറ്റൽ | $180^0$ ചുറ്റൽ

ചിത്രം. *3.14*




ചതുരം | $90^0$ ചുറ്റൽ | $180^0$ ചുറ്റൽ

ചിത്രം. *3.15*




ചിത്രം. *3.16*

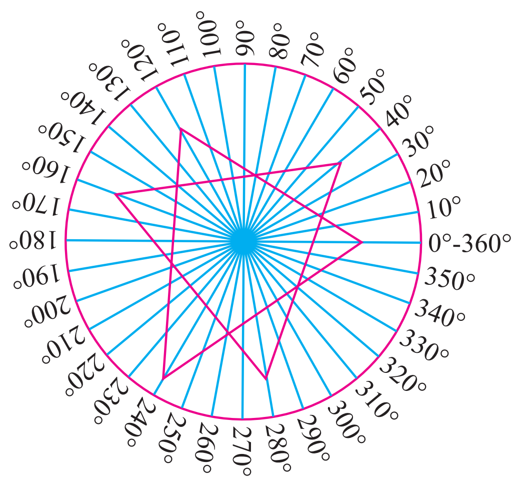
ഒരു സമചതുരത്തെ $90^0$ യിൽ ചുറ്റുമ്പോൾ അതിന്റെ രൂപത്തിനോട് യോജിച്ചു നിൽക്കുന്നു. ഒരു ദീർഘചതുരത്തെ $180^0$ ചുറ്റുമ്പോൾ അതിന്റെ രൂപത്തിനോട് യോജിച്ചു നിൽക്കുന്നു. ഈ വിധത്തിൽ 360° ക്ക് താഴെ ചുറ്റുമ്പോൾ ഒരു രൂപം അതേ രൂപത്തോട് യോജിച്ച് നിൽക്കുന്നതിനെ ചുറ്റൽ പ്രതിസാമ്യത എന്നു പറയുന്നു.

## ചുറ്റൽ കോൺ

ഒരു ചിത്രത്തിനെ ചുറ്റുമ്പോൾ അതിന്റെ ആദ്യനിലയിൽ വരുന്ന ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ കോണളവിനെ അതിന്റെ **ചുറ്റൽ കോണളവ്** എന്നു പറയുന്നു. ചിത്രം ഏത് ബിന്ദുവിനെ കേന്ദ്രമാക്കി ചുറ്റുന്നുവോ ആ കേന്ദ്രത്തിനെ **ചുറ്റലിന്റെ കേന്ദ്രം** എന്നു പറയുന്നു.

## പ്രവർത്തനം 4 :

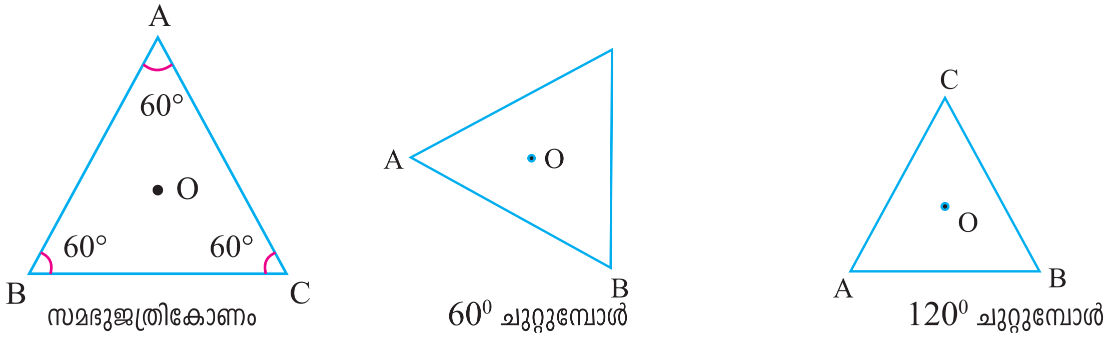
രണ്ട് ഹാർഡ് ബോർഡുകൾ എടുക്കുക. ഓരോന്നിൽ നിന്നും ഒരേ അളവിലുള്ള ഓരോ സമഭുജത്രികോണങ്ങൾ വെട്ടിയെടുക്കുക. മറ്റൊരു ഹാർഡ് ബോർഡിൽ നിന്ന് ഒരു വൃത്തം വെട്ടുയെടുത്ത് അതിൽ $0^0$ മുതൽ $360^0$ വരെ എതിർഘടികാര ദിശയിൽ കുറിക്കുക. വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിൽ രണ്ട് ത്രികോണങ്ങളെയും ഒന്നിനു മുകളിൽ മറ്റൊന്നായി പിൻ ചെയ്തു വയ്ക്കുക. എന്നിട്ട് മുകളിലിരിക്കുന്ന ത്രികോണത്തെ ചുഴറ്റി അത് അടിയിൽ ഇരിക്കുന്നതിനോട് യോജിക്കുന്ന വിധത്തിൽ വയ്ക്കുക.




നിങ്ങൾ നിരീക്ഷിച്ചു നോക്കിയാൽ ത്രികോണം $120^0$ കോണിൽ ചുറ്റപ്പെട്ടതായി കാണാം.

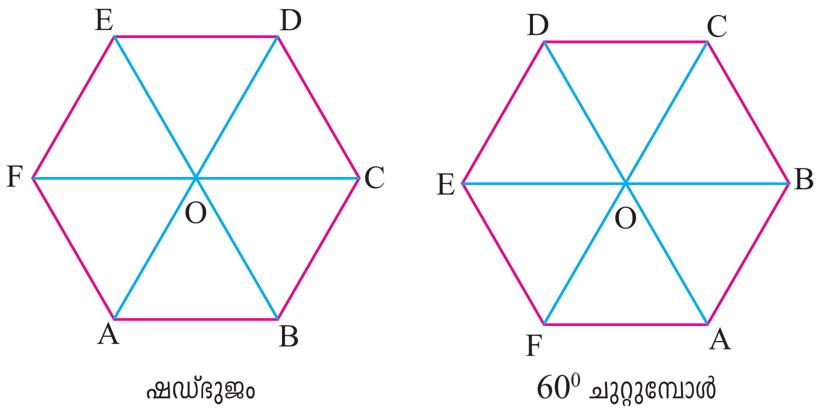
വീണ്ടും രണ്ടാം പ്രാവശ്യവും അതുപോലെ മുകളിൽ ഇരിക്കുന്നതിനെ ചുഴറ്റി അത് അടിയിൽ ഇരിക്കുന്നതിന് തുല്യമായി യോജിക്കുന്ന വിധത്തിൽ വെയ്ക്കുക. ഇപ്പോൾ അത് $240^0$ വരെ ചുറ്റപ്പെട്ടതായി നാം കാണുന്നു.

അതുപോലെ മൂന്നാം പ്രാവശ്യവും മുകളിൽ ഇരിക്കുന്നതിനെ ചുഴറ്റി അത് ആദ്യത്തെ നിലയിൽ ശരിയായി യോജിക്കുന്ന വിധത്തിൽ വെയ്ക്കുക. ഇപ്പോൾ അത് $360^0$ യിൽ പൂർണ്ണമായി ചുറ്റി കഴിഞ്ഞു എന്ന് നാം കാണുന്നു. ഈ പ്രവൃത്തിയിൽ നിന്നും നമുക്ക് മനസ്സിലാകുന്നത് സമഭുജത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റൽ കോണളവ് $120^0$ ആണ്.




ചിത്രം. *3.17*

## ഷഡ്ഭുജത്തിന്റെ ചുറ്റൽകോൺ




ചിത്രം. *3.18*

മുകളിൽ കാണുന്ന ചിത്രങ്ങളിൽ (5.15 മുതൽ 5.18) നിന്നും

സമചതുരം, ദീർഘചതുരം, സമഭുജത്രികോണം, ക്രമഷഡ്ഭുജം എന്നിവയുടെ ചുറ്റൽകോൺ യഥാക്രമം $90^0$, $180^0$, $120^0$, $60^0$ ആകുന്നു.

**ചുറ്റൽകോണളവ്**

(i) സമചതുരം $90^0$

(ii) ദീർഘചതുരം $180^0$

(iii) സമഭുജത്രികോണം $120^0$

(iv) ഷഡ്ഭുജം $60^0$

## ചുറ്റൽ പ്രതിസാമ്യതാക്രമം

ചുറ്റൽ പ്രതിസാമ്യതാ ക്രമം എന്നത് ഒരു ചിത്രം പൂർണ്ണമായി ഒരു പ്രാവശ്യം ചുഴറ്റുമ്പോൾ എത്ര പ്രാവശ്യം അതിന്റെ രൂപത്തിനോട് യോജിച്ചു വരുന്നുവോ അതാണ് ചുറ്റൽ പ്രതിസാമ്യതാ ക്രമം.

ഒരു വസ്തുവിനെ ചുഴറ്റുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന കോൺ $x^0$

ചുറ്റൽ പ്രതിസാമ്യതാ ക്രമം $= \frac{360}{x^0}$

ചിത്രം (3.15 മുതൽ 3.18 വരെ).

ചുറ്റൽ പ്രതിസാമ്യതാ ക്രമം

(i) സമചതുരം $\frac{360^0}{90^0} = 4$

(ii) ദീർഘചതുരം $\frac{360^0}{180^0} = 2$

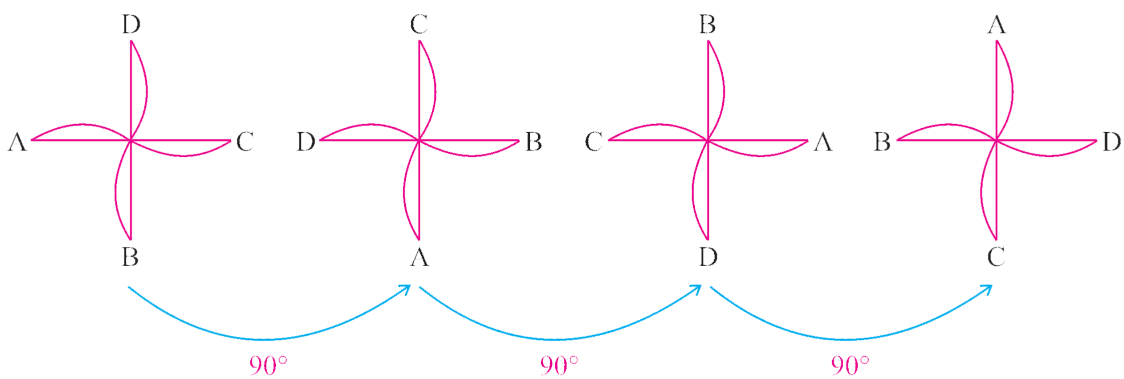
(iii) സമഭുജത്രികോണം $\frac{360^0}{120} = 3$

(iv) ഷഡ്ഭുജം $\frac{360^0}{60^0} = 6.$

ഉദാഹരണം *3.2*

പ്രതിസാമ്യതാ രേഖകൾ ഇല്ലാത്ത വസ്തുക്കളിലും ചുറ്റൽ പ്രതിസാമ്യത ഉണ്ടായിരിക്കും.

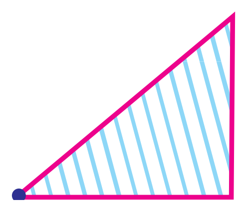
കടലാസിൽ ഒരു കാറ്റാടി ഉണ്ടാക്കുക. കാറ്റാടിയെ നോക്കുമ്പോൾ സാമ്യത ഉള്ളതായി തോന്നും. കാറ്റാടിയെ രണ്ടായി മടക്കിയാൽ ഒന്നു പോലുള്ള പകുതി കാണാൻ സാധിക്കുകയില്ല. എന്നാൽ കേന്ദ്രത്തിനെ ആധാരമാക്കി $90^0$ ചുഴറ്റുമ്പോൾ കാറ്റാടി അതേ രൂപത്തിലിരിക്കുന്നു. അതുകൊണ്ട് കാറ്റാടിക്ക് ചുറ്റൽ പ്രതിസാമ്യത ഉണ്ടെന്ന് നമുക്ക് പറയാം.



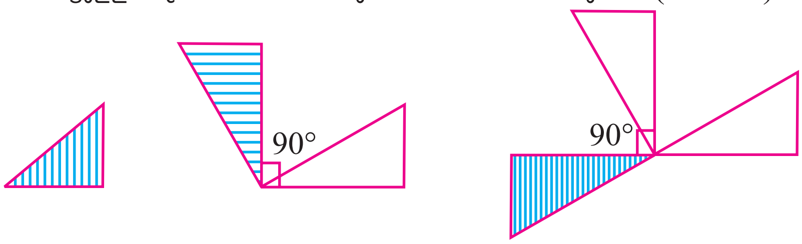

ഒരു പ്രാവശ്യം പൂർണ്ണമായി ചുഴറ്റുമ്പോൾ 4 പ്രാവശ്യം ($90^0$, $180^0$, $270^0$, $360^0$) അതിന്റെ രൂപത്തിനോട് യോജിച്ച് വരുന്നു. അതുകൊണ്ട് ഇതിന്റെ ചുറ്റൽ പ്രതിസാമ്യതാക്രമം നാല് ആകുന്നു.

**പ്രവർത്തനം: 5**

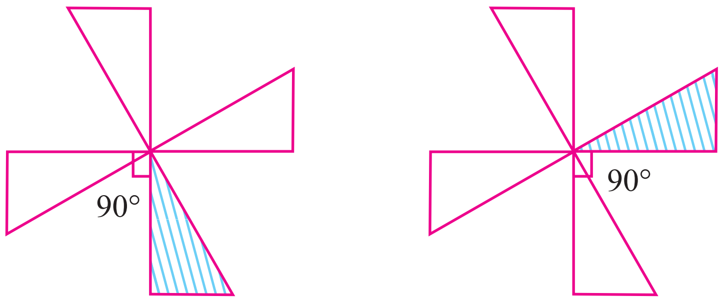
ചിത്രത്തിൽ കാണുന്നതുപോലെ ഒരു ഹാർഡ് ബോർഡിൽ നിന്നോ അല്ലെങ്കിൽ കടലാസിൽ നിന്നോ ഒരു ത്രികോണം വെട്ടിയെടുക്കുക. അതിന്റെ ഒരു ശീർഷത്തിൽ പിൻചെയ്ത് ഒരു ബോർഡിൽ ഉറപ്പിക്കുക. എന്നിട്ട് ത്രികോണത്തിന്റെ ശീർഷത്തിൽ പിടിച്ച് $90^0$ - ൽ ചുഴറ്റുക. അപ്പോൾ ത്രികോണം ആദ്യത്തെ നിലയോട് യോജിക്കുന്നു.



താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രങ്ങൾ ഓരോന്നും $90^0$ പരിശോധിക്കുക. (ii to v) .




(i) (ii) (iii)




(iv) (v)

ഒരു ത്രികോണം $360^0$ യിൽ ചുഴറ്റുമ്പോൾ അതിന്റെ ആദ്യ നില വരുകയാണെങ്കിൽ (v) അതിന്റെ ചുറ്റൽ കോണളവ് $360^0$ യും ചുറ്റൽ പ്രതിസാമ്യതാ ക്രമം $\frac{360^0}{360^0} = 1$ ആണ്.

## അഭ്യാസം 3.2

1. ശരിയുത്തരം തെരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക:

i) സമഭുജ ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റൽ കോണളവ്

(A) $60^0$ (B) $90^0$ (C) $120^0$ (D) $180^0$

ii) സമചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റൽ പ്രതിസാമ്യതാക്രമം

(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 1.

iii) ഒരു വസ്തുവിന്റെ ചുറ്റൽ കോണളവ് $72^0$ , എന്നാൽ ചുറ്റൽ പ്രതിസാമ്യതാ ക്രമം

(A) 1 (B) 3 (C) 4 (D) 5

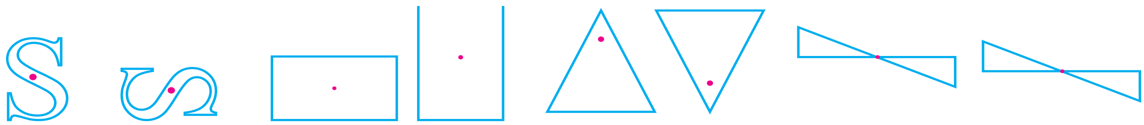
iv) 'S' എന്ന അക്ഷരത്തിന്റെ ചുറ്റൽ കോണളവ്

(A) $90^0$ (B) $180^0$ (C) $270^0$ (D) $360^0$

v) 'V' എന്ന അക്ഷരത്തിന്റെ ചുറ്റൽ പ്രതിസാമ്യതാ ക്രമം ഒന്ന് എന്നാൽ ചുറ്റൽകോണളവ്

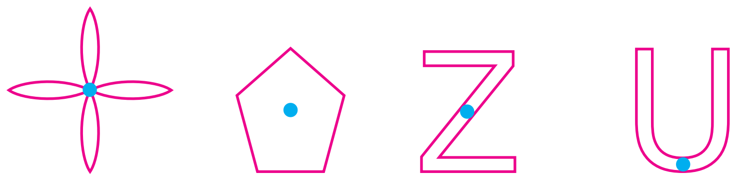
(A) $60^0$ (B) $90^0$ (C) $180^0$ (D) $360^0$

2. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രങ്ങൾ കേന്ദ്രത്തിനെ ആധാരമാക്കി ചുഴറ്റുമ്പോൾ പുതിയ രൂപങ്ങൾ കിട്ടുന്നു. അവ ഓരോന്നും എത്ര ഡിഗ്രിയാണ് ചുറ്റുന്നത് എന്ന് പരിശോധിക്കുക.



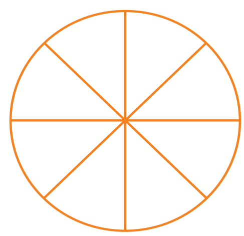
(a) (b) (c) (d)

3. താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന ചിത്രങ്ങൾ '0' കേന്ദ്രമാക്കി ചുഴറ്റുമ്പോൾ ചുറ്റൽ കോണളവും ചുറ്റൽ പ്രതിസാമ്യതാക്രമവും കാണുക.



(a) (b) (c) (d)

4. ഒരു ചക്രത്തിൽ എട്ട് ആരങ്ങൾ ഉണ്ട്.

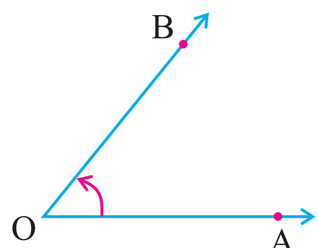


ചുറ്റൽകോൺ, ചുറ്റൽ ക്രമം എന്നാൽ എന്ത് ?

## 3.3 കോൺ

രണ്ട് രശ്മികൾ ഒരേ ബിന്ദുവിൽ നിന്നും ആരംഭിക്കുമ്പോൾ അവയ്ക്കിടയിൽ കോൺ രൂപാന്തരപ്പെടുന്നു.

$\angle AOB$ യിൽ O ശീർഷം $\overrightarrow{OA}$ യും $\overrightarrow{OB}$ യും രണ്ട് രശ്മികൾ.



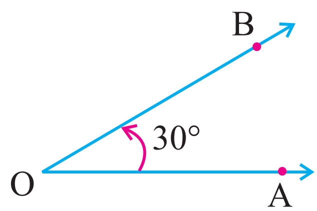

ചിത്രം. *3.19*

### കോണിന്റെ വകഭേദങ്ങൾ

#### (i) ന്യൂനകോൺ:

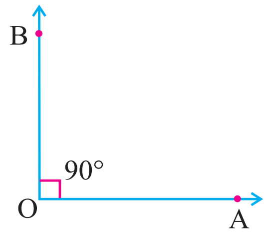
$0^0$ യിൽ കൂടുതലും $90^0$ യിൽ കുറവും ഉള്ള അളവിനെ ന്യൂന കോൺ എന്നു പറയുന്നു.

**ഉദാഹരണം :** $15^0, 30^0, 60^0, 75^0$, ചിത്രം 5.20ൽ $\angle AOB$ = $30^0$ ന്യൂനകോൺ ആകുന്നു.




ചിത്രം. *3.20*

### (ii) സമകോൺ

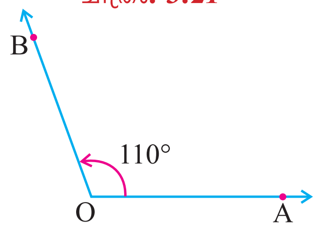


ചിത്രം. 3.21

$90^0$ അളവുള്ള കോണിനെ സമകോൺ എന്ന് പറയുന്നു.

ചിത്രം (3.21) $\angle AOB = 90^0$ ഒരു സമകോൺ ആകുന്നു.

### (iii) ബൃഹത്കോൺ (അധിക കോൺ)



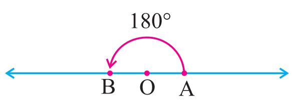
ചിത്രം. 3.22

$90^0$ - ൽ കൂടുതലും $180^0$ യിൽ കുറവും അളവുകളുള്ള കോണിനെ ബൃഹത്കോൺ എന്ന് പറയുന്നു.

ഉദാഹരണം: $100^0, 110^0, 120^0, 140^0$

ചിത്രം (3.22) $\angle AOB = 110^0$ ബൃഹത്കോൺ ആകുന്നു.

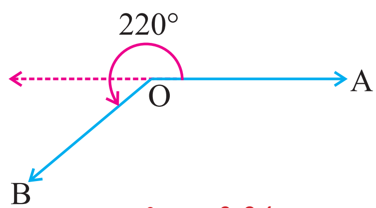
### (iv) രേഖാകോൺ



ചിത്രം. 3.23

എതിർ ദിശയിലുള്ള രണ്ട് രശ്മികൾ ചേർന്ന് രൂപം കൊള്ളുന്ന രേഖയാണ് രേഖാകോൺ. $180^0$ അളവുള്ള കോണിനെ രേഖാകോൺ എന്നു പറയുന്നു. ചിത്രം (3.23) $\angle AOB = 180^0$ രേഖാകോൺ ആകുന്നു.

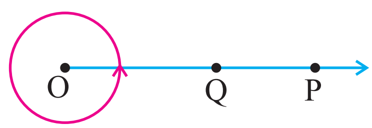
### (v) പ്രതിഫലനകോൺ



ചിത്രം. 3.24

$180^0$ ൽ കൂടുതലും $360^0$ - ൽ കുറവും ആയ അളവുള്ള കോണിനെ പ്രതിഫലനകോൺ എന്നു പറയുന്നു. ചിത്രം (3.24) $\angle AOB = 220°$ പ്രതിഫലനകോൺ ആകുന്നു.

### (vi) പൂർണ്ണകോൺ

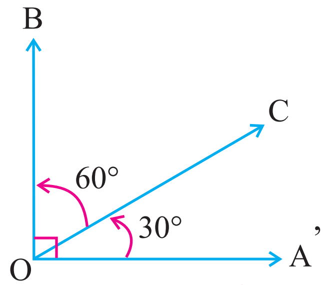


ചിത്രം. 3.25

ചിത്രം (3.25) $\overrightarrow{OP}$ യും $\overrightarrow{OQ}$ യും ഒരു പൂർണ്ണ വൃത്താകൃതിയിൽ $360^0$ - ൽ കാണുന്നു. ഇപ്രകാരമുള്ള കോണിനെ പൂർണ്ണകോൺ എന്നു പറയുന്നു.

## കോണുകളുടെ ബന്ധങ്ങൾ

### (i) പൂരകകോൺ

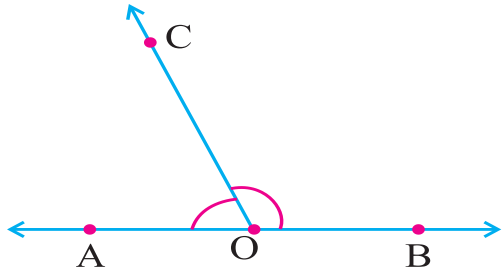


ചിത്രം. 3.26

രണ്ട് അടുത്തടുത്ത കോണുകളുടെ തുക $90^0$ ആണെങ്കിൽ അവയെ പൂരകകോണുകൾ എന്നു പറയുന്നു. ഓരോ കോണും മറ്റേ കോണിന്റെ പൂരകമാണ്.

ഉദാഹരണമായി $30^0$, $60^0$ എന്നിവയുടെ പൂരകകോണുകൾ $60^0$, $30^0$ ആണ്.

## (ii) സംപൂരകകോൺ



ചിത്രം. 3.27

രണ്ട് അടുത്തടുത്ത കോണുകളുടെ തുക $180^0$ എങ്കിൽ അവയെ സംപൂരക കോണുകൾ എന്നു പറയുന്നു. ഓരോ കോണും മറ്റേ കോണിന്റെ സംപൂരകമായിരിക്കും.

$120^0$ യുടെ സംപൂരക കോൺ $60^0$, $60^0$ യുടെ സംപൂരക കോൺ $120^0$ ആണ്.

### ശ്രമിച്ചുനോക്കുക

**താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ഓരോ ജോടി കോണുകളും പൂരകമാണോ, സംപൂരകമാണോ എന്നു നിർവ്വചിക്കുക.**

a) $80^0$, $10^0$, ________

b) $70^0$, $110^0$, ________

c) $40^0$, $50^0$, ________

d) $95^0$, $85^0$, ________

e) $65^0$, $115^0$, ________

### ശ്രമിച്ചുനോക്കുക

**പൂരിപ്പിക്കുക.**

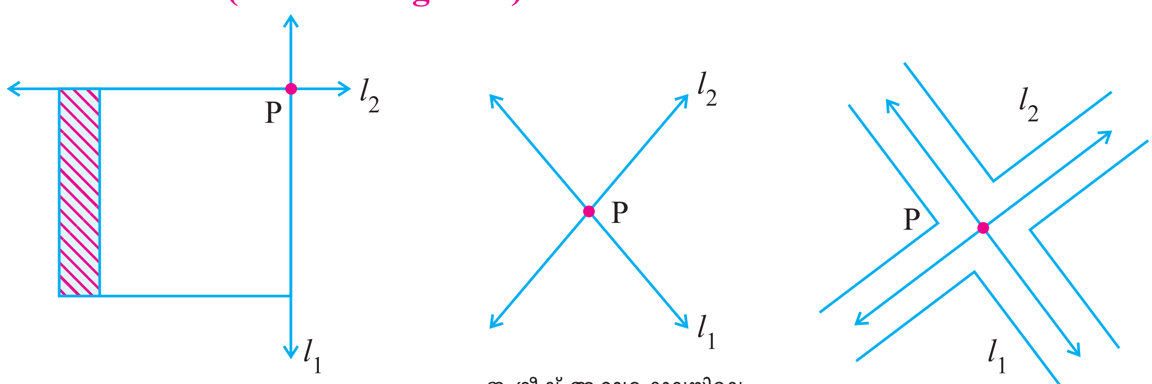
a) $85^0$ യുടെ പൂരകകോൺ ______

b) $30^0$ യുടെ പൂരകകോൺ ______

c) $60^0$ യുടെ സംപൂരകകോൺ ____

d) $90^0$ യുടെ സംപൂരകകോൺ ____

## ഛേദക രേഖകൾ (Intersecting lines)



നിങ്ങളുടെ പുസ്തകത്തിന്റെ രസ്റ്റ് അടുത്തടുത്തുള്ള വിളുമ്പുകൾ

ഇംഗ്ലീഷ് അക്ഷര മാലയിലെ ത എന്ന അക്ഷരം

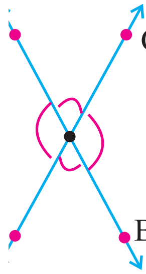
കുറുകെയുള്ള റോഡുകൾ

ചിത്രം. 3.28

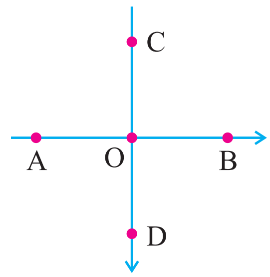
ചിത്രം (3.28) നെ നോക്കുക. $l_1$, $l_2$ എന്നീ രണ്ട് നേർരേഖകൾ ചിത്രത്തിൽ കാണാം. ഈ രണ്ട് നേർരേഖകളും P യിൽ കൂടി കടന്നു പോകുന്നു. രണ്ട് രേഖകളും P എന്ന പൊതുവായ ബിന്ദുവിൽ ഛേദിക്കുന്നു. ഈ രേഖകളെ പ്രതിഛേദകരേഖകൾ എന്ന് പറയുന്നു. പൊതുവായ ബിന്ദു 'P'യെ സംഗമബിന്ദു എന്നു പറയുന്നു.

## പ്രതിച്ഛേദിക്കുന്ന രേഖകളിലെ കോണുകൾ

രണ്ട് നേർ രേഖകൾ പരസ്പരം ഒരു ബിന്ദുവിൽ ഛേദിക്കുമ്പോൾ കോണുകൾ ഉണ്ടാകുന്നു.



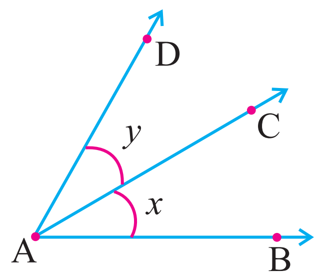
ചിത്രം. 3.29



ചിത്രം. 3.30

ചിത്രം (3.29) ൽ ABയും CDയും രണ്ട് പ്രതിച്ഛേദിക്കുന്ന രേഖകളാകുന്നു. അവ 'O', എന്ന ബിന്ദുവിൽ പ്രതിച്ഛേദിക്കുന്നു. $\angle$COA, $\angle$AOD, $\angle$DOB, $\angle$BOC എന്നീ കോണുകൾ ഉണ്ടാകുന്നു. ഈ നാല് കോണുകളിൽ രണ്ട് കോണുകൾ ന്യൂനകോണുകളും രണ്ട് കോണുകൾ ബൃഹത്കോണുകളുമാകുന്നു. ചിത്രം (3.30) ൽ രണ്ട് രേഖകൾ പരസ്പരം ലംബമായി ഛേദിക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന നാലുകോണുകളും സമകോൺ ആയിരിക്കും.

## സമീപകോണുകൾ



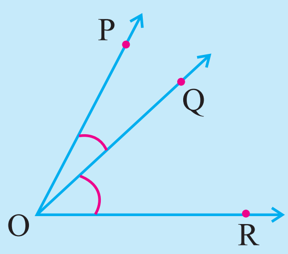
ചിത്രം. 3.31

രണ്ട് കോണുകൾക്ക് പൊതുവായ ഒരു ശീർഷവും പൊതുവായ ഒരു ഭുജവും ഉണ്ടെങ്കിൽ ആ കോണുകളെ കോണിന്റെ സമീപകോണുകൾ എന്നു പറയുന്നു.

ചിത്രം (3.31) ൽ $\angle$BAC യും $\angle$CAD യും സമീപകോണുകൾ. (അതായത് $\angle x$ യും $\angle y$) $\overrightarrow{AC}$ പൊതുഭുജം A പൊതുശീർഷം, കോണുകൾ $\angle$BAC യും $\angle$CAD യും പൊതുഭുജം $\overrightarrow{AC}$ യുടെ രണ്ട് വശങ്ങളിലാണ്.

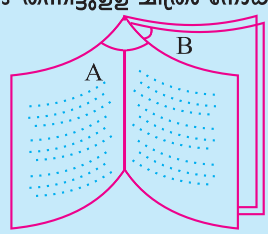
**ശ്രമിച്ചുനോക്കുക**

$\angle$ ROP യും $\angle$QOP യും സമീപകോണുകൾ അല്ല. എന്തുകൊണ്ട് ?



**ശ്രമിച്ചുനോക്കുക**

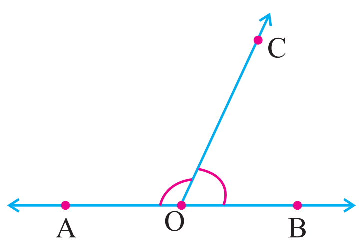
താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രം നോക്കൂ.




മുകളിൽ കാണിച്ചിട്ടുള്ള പുസ്തകത്തിൽ കാണുന്ന ഒരു ജോടി കോണുകൾ സമീപ കോണുകളാണോ?

### (i) ഒരു രേഖയിലുള്ള സമീപകോണുകൾ

ഒരു നേർരേഖയിന്മേൽ മറ്റൊരു രശ്മി നിൽക്കുമ്പോൾ ആ രശ്മിയുടെ ഇരുവശത്തുമായി രണ്ടു കോണുകൾ ഉണ്ടാകുന്നു. അവയെ രേഖീയ സമീപകോണുകൾ എന്നു പറയുന്നു.

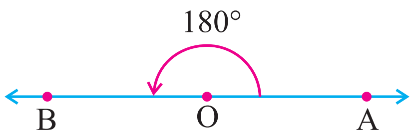


ചിത്രം. 3.32

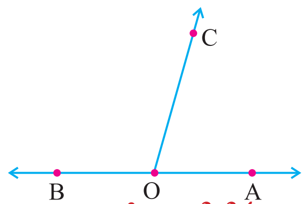
ചിത്രം (3.32)ൽ AB എന്ന രേഖയിന്മേൽ OC എന്ന രശ്മി നിൽക്കുന്നു. ഇപ്പോൾ AB എന്ന രേഖയിൽ $\angle BOC$ , $\angle COA$ എന്ന രണ്ടു സമീപകോണുകൾ കാണുന്നു. ഇവിടെ 'O'യെ പൊതുവായ ശീർഷബിന്ദു എന്നു പറയുന്നു. $\overrightarrow{OC}$ യെ പൊതുഭുജം എന്നു പറയുന്നു. OC യുടെ ഇരുവശത്തും OA ഭുജവും OB ഭുജവും കാണുന്നു.

ഒരു രേഖയിൽ വരുന്ന രണ്ടു കോണുകൾക്ക് പൊതുവായ ഒരു ശീർഷബിന്ദുവും ഒരു പൊതുഭുജവും, പൊതുഭുജത്തിന് ഇരുവശങ്ങളിലും രസ്സു ഭുജങ്ങളും ഉസ്സായിരുന്നാൽ ആ കോണുകളെ രേഖീയ സമീപകോണുകൾ എന്നു പറയുന്നു.

### (ii) ഒരു രേഖയിലെ സമീപകോണുകളുടെ തുക $180^0$ ആകുന്നു.




ചിത്രം. *3.33*




ചിത്രം. *3.34*

ചിത്രം (3.33) ൽ $\angle AOB = 180^0$ ഒരു രേഖാകോൺ.

ചിത്രം (3.34) ൽ OC എന്ന രശ്മി AB എന്ന രേഖയുടെ പുറത്ത് നിൽക്കുന്നു. $\angle AOC$ യും $\angle COB$ യും സമീപ കോണുകളാകുന്നു. $\angle$ AOB എന്നത് $180^0$ അളവുള്ള ഒരു രേഖാകോൺ ആകുന്നു.

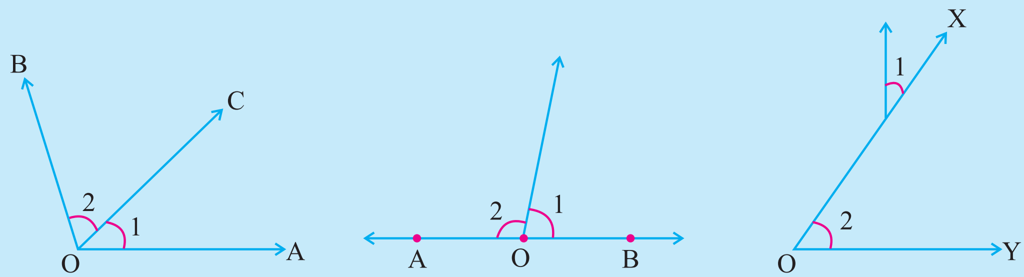
$\angle AOC + \angle COB = 180^0$

ഇതിൽ നിന്നും നമ്മൾ ഒരു നിഗമനത്തിലെത്തുന്നു. അതായത് ഒരു രേഖയിന്മേലുള്ള സമീപ കോണുകളുടെ തുക $180^0$ ആകുന്നു.

**കുറിപ്പ് 1:** ഒരു നേർരേഖയിൽ ഉണ്ടാകുന്ന ഒരു ജോടി സമീപകോണുകൾ പൊതുഭുജത്തിന് എതിർദിശയിലുള്ള രശ്മികൾക്ക് ഇടയിലായിരിക്കും.

**കുറിപ്പ് 2:** ഒരു ജോടി സമീപകോണുകൾ സംപൂരകങ്ങളാണെങ്കിൽ അത് നേർരേഖയിലായിരിക്കും.

### ശ്രമിച്ചുനോക്കുക




(*i*) (*ii*) (*iii*)

അടയാളപ്പെടുത്തിയിട്ടുള്ള 1, 2 കോണുകൾ സമീപകോണുകളാണോ ?
സമീപകോണുകൾ അല്ലെങ്കിൽ നിങ്ങൾ ഉത്തരം കണ്ടെത്തുക . നിങ്ങൾക്കറിയാമോ ?

**നിങ്ങൾക്കറിയാമോ**

പച്ചക്കറി മുറിക്കുന്ന പ്രതലമുള്ള ഒരു ഉപകരണം

ഒരു പെൻസ്റ്റാൻഡ്

ഇതിൽ അരിയാൻ ഉപയോഗിക്കുന്ന ബ്ലേഡ് പ്രതലത്തിൽ ഒരു രേഖീയ ജോടി കോണുകൾ ഉണ്ടാകുന്നു.

പെൻസ്റ്റാൻഡിൽ പേന സ്റ്റാൻഡിന്റെ പ്രതലത്തിൽ ഒരു രേഖീയ ജോടി കോണുകൾ ഉണ്ടാക്കുന്നു.

**ചർച്ച ചെയ്യുക.**

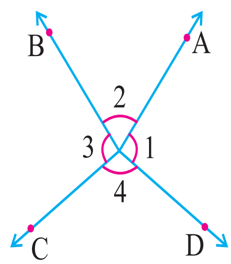
(i) രണ്ടു ന്യൂനകോണുകൾ ചേർന്നാൽ ഒരു രേഖീയ ജോടി ആകുമോ?

(ii) രണ്ടു ബൃഹത് കോണുകൾ ചേർന്നാൽ ഒരു രേഖീയ ജോടി ആകുമോ ?

(iii) രണ്ടു സമകോണുകൾ (ലംബകോണുകൾ) ചേർന്നാൽ ഒരു രേഖീയജോടി ആകുമോ ?

(iv) രണ്ടു ന്യൂനകോണും ഒരു സമകോണും ചേർന്നാൽ രേഖീയജോടി ആകുമോ ?

## (iii) ഒരു ബിന്ദുവിൽ ഉള്ള കോൺ

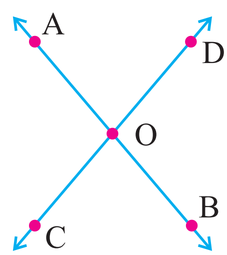



ചിത്രം. *3.35*

ചിത്രം (3.35) ൽ O എന്ന ബിന്ദുവിൽ 4 കോണുകൾ കാണുന്നു. ഈ നാലു കോണുകളുടെയും ആകെ തുക $360^0$ ആകുന്നു.

(i.e) $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 360^0$

## (iv) ശീർഷാഭിമുഖ കോണുകൾ




ചിത്രം. *3.36*

AB എന്ന നേർരേഖയും CD എന്ന നേർരേഖയും 'O' എന്ന ബിന്ദുവിൽ പ്രതിച്ഛേദിക്കുമ്പോൾ $\angle AOC$ , $\angle BOD$ എന്ന ഒരു ജോടി ശീർഷാഭിമുഖ കോണുകൾ ഉണ്ടാകുന്നു. അതുപോലെ $\angle$ DOA , $\angle COB$ എന്ന മറ്റൊരു ജോടി ശീർഷാഭിമുഖ കോണുകളും ഉണ്ടാകുന്നു.

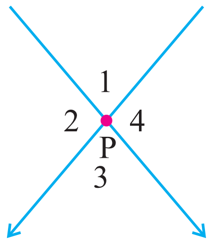
**നിങ്ങൾക്കറിയാമോ**

ഉദാഹരണമായി ശീർഷാഭിമുഖ കോണുകൾക്ക് നിത്യജീവിതത്തിൽ ഉപയോഗിക്കുന്ന വസ്തുക്കൾ താഴെ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു.

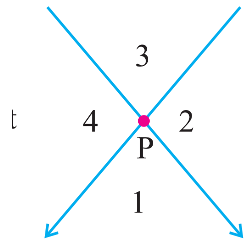
**പ്രവർത്തനം 6:** '$l$','$m$' എന്നീ നേർരേഖകൾ 'P' എന്ന ബിന്ദുവിൽ ഛേദിക്കുന്ന രീതിയിൽ വരയ്ക്കുക. ചിത്രം (3.37) ൽ കാണുന്നതുപോലെ $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ , $\angle 4$ കുറിക്കുക.

മുകളിലുള്ള ചിത്രത്തിനെ ഒരു സുതാര്യമായ കടലാസ്സിൽ ഒപ്പിയെടുക്കുക. എന്നിട്ട് ഇതിന്റെ യഥാർത്ഥ ചിത്രത്തിന്റെ പുറത്ത് $\angle 1$ ,$\angle 2$ എന്നിവ ഒന്നിന് മുകളിൽ ഒന്ന് വരുന്ന രീതിയിൽ വെയ്ക്കുക.

'$l$' , '$m$' എന്നീ നേർരേഖകൾ ഛേദിക്കുന്ന ബിന്ദു P യിൽ ഒരു മൊട്ടുസൂചി കുത്തുക എന്നിട്ട് $180^0$ യിൽ ചുറ്റുക.



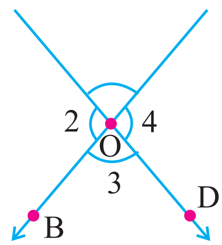

ചുറ്റുമ്പോൾ കിട്ടുന്നത്.




ചിത്രം. *3.37*

ഇതിൽ നിന്നും $\angle 1$ , $\angle 3$ യുടെ സ്ഥാനത്തും $\angle 2$ ,$\angle 4$ ന്റെ സ്ഥാനത്തും മാറുന്നതായി കാണാം.

$$\angle 1 = \angle 3 , \ \angle 2 = \angle 4.$$




ചിത്രം. *3.38*

ഇതിൽ നിന്ന് രണ്ടു രേഖകൾ ഛേദിക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന ശീർഷാഭിമുഖ കോണുകൾ തുല്യം എന്ന് മനസ്സിലാക്കാം.

ഇപ്പോൾ നമുക്ക് ജ്യാമിതീയ ആശയം ഉപയോഗിച്ച് ഇതിനെ തെളിയിക്കാം. രേഖകൾ AB യും CD യും 'O' എന്ന ബിന്ദുവിൽ ഛേദിക്കുന്നു. കോണുകൾ $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ , $\angle 4$ എന്ന് കുറിക്കുക.

ഇപ്പോൾ $\angle 1 = 180^0 - \angle 2 \rightarrow$ (i)

( രേഖയിലുള്ള സമീപകോണുകളുടെ തുക $180^0$)

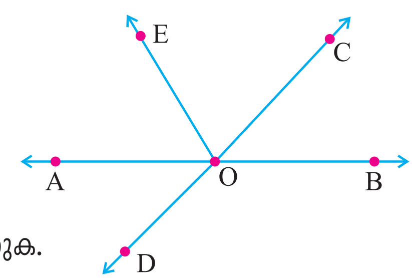
$\angle 3 = 180^0 - \angle 2 \rightarrow$ (ii)

( രേഖയിലുള്ള സമീപകോണുകളുടെ തുക $180^0$).

സമീകരണം (i) , (ii) ഇവയിൽ നിന്നും

$\angle 1 = \angle 3$ അതുപോലെ $\angle 2 = \angle 4$.

ഉദാഹരണം *5.3*




തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രത്തിൽ നിന്നും

(a) രണ്ടുജോടി സമീപകോണുകൾ

(b) രണ്ടുജോടി ശീർഷാഭിമുഖ കോണുകൾ കാണുക.

നിർദ്ധാരണം:

(a) രണ്ടു ജോടി സമീപ കോണുകൾ

(i) $\angle EOA$, $\angle COE$ , $\angle EOA$യ്ക്കും, $\angle COE$യ്ക്കും, OE പൊതുഭുജം

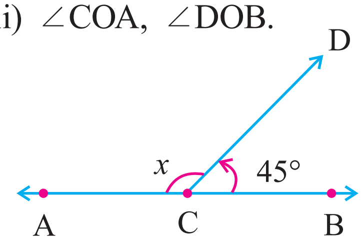
(ii) $\angle COA$, $\angle BOC$, $\angle COA$ യ്ക്കും, $\angle BOC$യ്ക്കും, OC പൊതുഭുജം

(b) രണ്ടുജോടി ശീർഷാഭിമുഖ കോണുകൾ i) $\angle BOC$, $\angle AOD$

ii) $\angle COA$, $\angle DOB$.

**ഉദാഹരണം *3.4***

ചിത്രത്തിൽ നിന്നും $x$ ന്റെ മൂല്യം കാണുക.




നിർദ്ധാരണം:

$\angle BCD + \angle DCA = 180^{0}$ ( $\because$ $\angle BCA = 180^{0}$ ഒരു രേഖാ കോൺ)

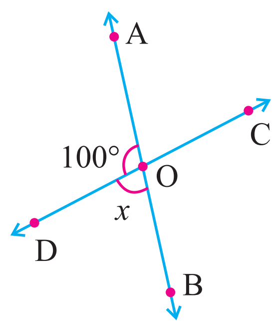
$45° + x = 180°$

$x = 180° - 45°$

$= 135°$

$\therefore$ $x$ ന്റെ മൂല്യം $135^{0}$ ആകുന്നു.

**ഉദാഹരണം *3.5***




ചിത്രത്തിൽ നിന്നും $x$ ന്റെ മൂല്യം കാണുക.

നിർദ്ധാരണം:

$\angle AOD + \angle DOB = 180^{0}$

( $\because$ $\angle AOB = 180^{0}$ ഒരു രേഖാകോൺ)

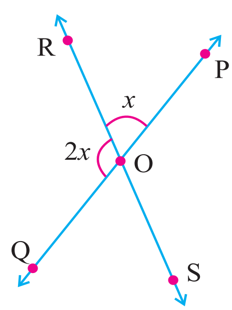
$100^{0} + x = 180^{0}$

$x = 180^{0} - 100^{0}$

$= 80^{0}$

$\therefore$ $x$ ന്റെ മൂല്യം $80^{0}$ ആകുന്നു.

**ഉദാഹരണം *3.6***




ചിത്രത്തിൽ നിന്നും $x$ ന്റെ മൂല്യം കാണുക.

നിർദ്ധാരണം:

$\angle POR + \angle ROQ = 180^{0}$

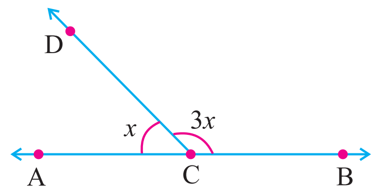
( $\because$ $\angle POQ = 180^{0}$ ഒരു രേഖാകോൺ)

$$x + 2x = 180^0$$
$$3x = 180^0$$
$$x = \frac{180^0}{3}$$
$$= 60^0$$

$\therefore$ $x$ ന്റെ വില $60^0$ ആകുന്നു.

## ഉദാഹരണം 3.7

ചിത്രത്തിൽ നിന്നും $x$ ന്റെ മൂല്യം കാണുക.




**നിർദ്ധാരണം:**

$$\angle BCD + \angle DCA = 180^0$$

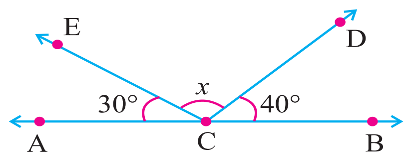
( $\because$ $\angle BCA = 180^0$ ഒരു രേഖാകോൺ )

$$3x + x = 180^0$$
$$4x = 180^0$$
$$x = \frac{180^0}{4}$$
$$= 45^0$$

$\therefore$ $x$ ന്റെ വില $45^0$ ആകുന്നു.

## ഉദാഹരണം 3.8

ചിത്രത്തിൽ നിന്നും $x$ ന്റെ മൂല്യം കാണുക.




**നിർദ്ധാരണം:**

$$\angle BCD + \angle DCE + \angle ECA = 180^0$$

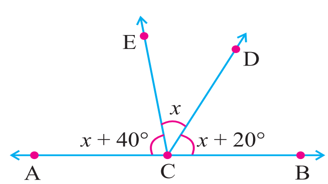
( $\because$ $\angle BCA = 180^0$ ഒരു രേഖാകോൺ)

$$40^0 + x + 30^0 = 180^0$$
$$x + 70^0 = 180^0$$
$$x = 180^0 - 70^0$$
$$= 110^0$$

$\therefore$ $x$ ന്റെ വില $110^0$ ആകുന്നു.

## ഉദാഹരണം 3.9

ചിത്രത്തിൽ നിന്നും $x$ ന്റെ മൂല്യം കാണുക.




**നിർദ്ധാരണം:**

$\angle BCD + \angle DCE + \angle ECA = 180^0$ ( $\because$ $\angle BCA = 180^0$ ഒരു രേഖാകോൺ).

$$x + 20^0 + x + x + 40^0 = 180^0$$

$$3x + 60^0 = 180^0$$

$$3x = 180^0 - 60^0$$

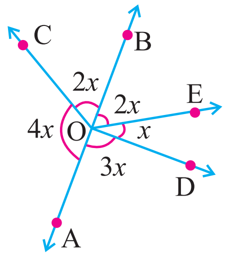
$$3x = 120^0$$

$$x = \frac{120}{3} = 40^0$$

$\therefore$ $x$ ന്റെ മൂല്യം $40^0$ ആകുന്നു.

### ഉദാഹരണം *3.10*

ചിത്രത്തിൽ നിന്നും $x$ ന്റെ മൂല്യം കാണുക.




**നിർദ്ധാരണം:**

$$\angle BOC + \angle COA + \angle AOD + \angle DOE + \angle EOB = 360^0$$

($\because$ ഒരു ബിന്ദുവിലുള്ള കോൺ $360^0$)

$$2x + 4x + 3x + x + 2x = 360^0$$

$$12x = 360^0$$

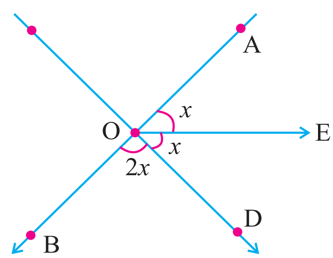
$$x = \frac{360^0}{12}$$

$$= 30^0$$

$\therefore$ $x$ ന്റെ മൂല്യം $30^0$ ആകുന്നു.

### ഉദാഹരണം *3.11*

ചിത്രത്തിൽ നിന്നും $x$ ന്റെ മൂല്യം കാണുക.




**നിർദ്ധാരണം:**

$$\angle BOD + \angle DOE + \angle EOA = 180^0$$

($\because$ $\angle AOB = 180^0$ ഒരു രേഖാകോൺ)

$$2x + x + x = 180^0$$

$$4x = 180^0$$

$$x = \frac{180^0}{4}$$

$$= 45^0$$

$\therefore$ $x$ ന്റെ മൂല്യം $45^0$ ആകുന്നു.

## അഭ്യാസം 3.3

1. ശരിയുത്തരം തെരഞ്ഞെടുക്കുക.

i) രണ്ടുനേർരേഖകൾ പരസ്പരം ഛേദിക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന ബിന്ദുക്കൾ

(A) ഒന്ന് (B) രണ്ട് (C) മൂന്ന് (D) നാല്

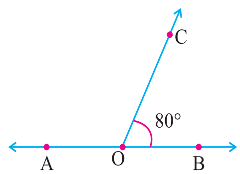
ii) ഒരു രേഖയിലുള്ള സമീപകോണുകളുടെ തുക

(A) $90^0$ (B) $180^0$ (C) $270^0$ (D) $360^0$

iii) ചിത്രത്തിൽ $\angle COA =$

(A) $80^0$ (B) $90^0$

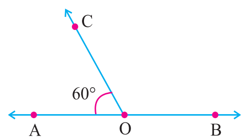
(C) $100^0$ (D) $95^0$




iv) ചിത്രത്തിൽ $\angle BOC =$

(A) $80^0$ (B) $90^0$

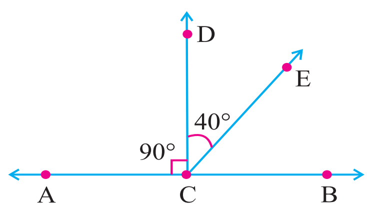
(C) $100^0$ (D) $120^0$



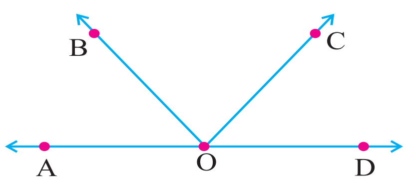

v) ചിത്രത്തിൽ CD, AB യ്ക്ക് ലംബം എങ്കിൽ,
$\angle BCE$ യുടെ മൂല്യം.

(A) $45^0$ (B) $35^0$

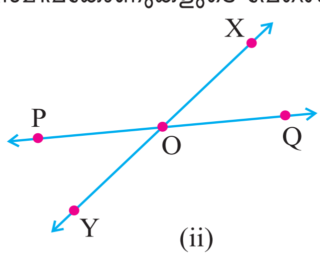
(C) $40^0$ (D) $50^0$




2. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രങ്ങളിൽ നിന്ന് സമീപകോണുകളുടെ പേരെഴുതുക.

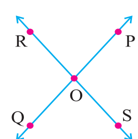



(i)




(ii)

3. തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രത്തിൽ നിന്ന് ശീർഷാഭിമുഖകോണുകൾ എഴുതുക..




4. താഴെ തന്നിട്ടുള്ളവ $\angle A$ യുടെ അളവുകളാണെങ്കിൽ $\angle B$ കാണുക.?

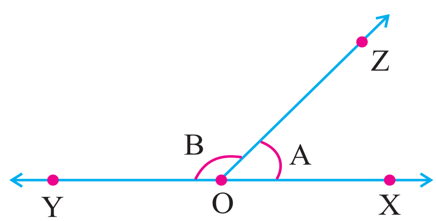
(i) $30^0$

(ii) $80^0$

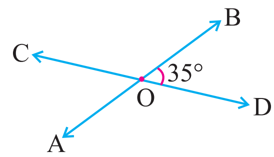
(iii) $70°$

(iv) $60°$

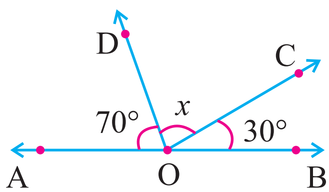
(v) $45^0$



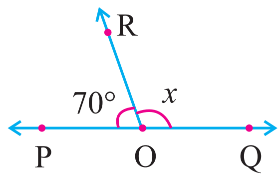
5. ചിത്രത്തിൽ AB യും CD യും രണ്ടുരേഖകൾ പ്രതിച്ഛേദിക്കുമ്പോൾ $\angle DOB = 35^0$ എങ്കിൽ മറ്റുള്ള കോണുകൾ കാണുക.



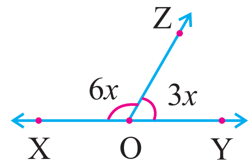

6. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രങ്ങളിൽ നിന്ന് $x$ ന്റെ മൂല്യം കാണുക.



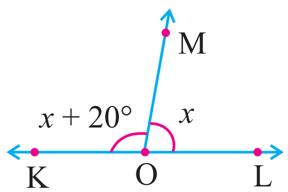
(i)



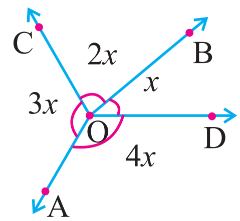
(ii)



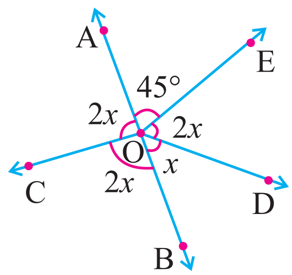
(iii)



(iv)

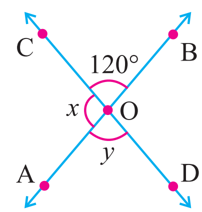


(v)



(vi)

7. ചിത്രത്തിൽ AB യും CD യും O എന്ന ബിന്ദുവിൽ പ്രതിച്ഛേദിക്കുന്നു എങ്കിൽ $x$ , $y$ യുടെ വില കാണുക.




8. ഒരേ രേഖയിന്മേലുള്ള സമീപ കോണുകൾ $4x$, $(3x+5)$ ആകുന്നു. എങ്കിൽ $x$ ന്റെ വില കാണുക.

ഗണിതം

## ഓർമ്മിക്കേണ്ട വസ്തുതകൾ

1. ഒരു വസ്തുവിന്റെ രണ്ടു സമഭാഗങ്ങളുടെ ആകൃതിയും രൂപവും തമ്മിലുള്ള കൃത്യമായ സാമ്യതയെ പ്രതിസാമ്യത എന്നു പറയുന്നു.
2. ഒരു രേഖ, തന്നിട്ടുള്ള ഒരു ചിത്രത്തെ രണ്ടു തുല്യ ഭാഗങ്ങളായി വിഭജിക്കുകയും ഇടത്തേയും വലത്തേയും പകുതികൾക്ക് തമ്മിൽ കൃത്യമായ സാമ്യത ഉണ്ടെങ്കിൽ നമുക്ക് ആ ചിത്രങ്ങളെ രേഖയുമായി പ്രതിസാമ്യത ഉണ്ട് എന്ന് പറയാം.

   ഈ രേഖയെ പ്രതിസാമ്യത രേഖ അല്ലെങ്കിൽ പ്രതിസാമ്യത അക്ഷം എന്ന് പറയുന്നു.
3. ഓരോ ക്രമബഹുഭുജത്തിനും അവയുടെ വശങ്ങൾക്ക് അനുസരിച്ച് പ്രതിസാമ്യത രേഖകളുണ്ട്.
4. ചില ചിത്രങ്ങൾക്കും വസ്തുക്കൾക്കും രണ്ട് പ്രതിസാമ്യത രേഖകളുണ്ട്.
5. രൂപങ്ങൾ അവയുടെ അതേ ആകൃതി ലഭിക്കുന്നതിനായി $360^0$ യ്ക്കും കുറഞ്ഞ കോണിലൂടെ ചുറ്റുന്നു. ഇതിന് ചാക്രിയ പ്രതിസാമ്യത ഉണ്ടെന്ന് പറയാം.
6. കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്ന് ഒരു പ്രാവശ്യം പൂർണ്ണമായി കറങ്ങുമ്പോൾ അതിന്റെ കൃത്യമായ സാമ്യത എത്ര പ്രാവശ്യം കാണുന്നുവോ ആ സംഖ്യയെ നമുക്ക് ചാക്രിക പ്രതിസാമ്യത യുടെ ക്രമം എന്നു പറയാം.
7. പ്രതിസാമ്യത രേഖയില്ലാത്ത വസ്തുക്കൾക്ക് ചാക്രിക പ്രതിസാമ്യതയുണ്ടായിരിക്കും.
8. രണ്ടു കോണുകൾക്ക് ഒരേ ശീർഷവും, ഒരു പൊതു ഭുജവുമുണ്ടെങ്കിൽ ആ കോണുകളെ സമീപ കോണുകൾ എന്നു പറയാം.
9. ഒരു രേഖയിലെ സമീപ കോണുകളുടെ തുക $180^0$
10. രണ്ട് രേഖകൾ സംഗമിക്കുമ്പോഴുണ്ടാകുന്ന ശീർഷാഭിമുഖ കോണുകൾ തുല്യമാണ്.
11. ഒരു ബിന്ദുവിലെ കോൺ $360^0$

# 4 പ്രായോഗിക ജ്യാമിതി

## 4.1 മുഖവുര

ഈ പാഠം വിദ്യാർത്ഥികളെ മുൻപേ പഠിച്ച താത്വീക ജ്യാമിതിയെ കുറിച്ച് മനസ്സിലാക്കാനും ആശയങ്ങളെ സ്ഥിരീകരിക്കാനും സഹായിക്കുന്നു. അതു മാത്രമല്ല അടുത്ത ക്ലാസ്സുകളിൽ തെളിയിക്കാൻ പോകുന്ന ചില ജ്യാമിതീയ ആശയങ്ങളുടെ അടിസ്ഥാനതത്ത്വങ്ങളും അവർക്ക് ലഭിക്കുന്നു. എല്ലാ വിദ്യാർത്ഥികളും വളരെ ഉത്സാഹത്തോടെ നിർമ്മിക്കുകയും ആശയങ്ങൾ വളരെ വേഗം പഠിക്കുകയും ചെയ്യും എന്നതിൽ സംശയമില്ല.

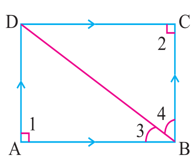
രേഖാഖണ്ഡങ്ങൾ, സമാന്തരരേഖകൾ, ലംബരേഖകൾ മുതലായവയുടെ നിർമ്മിതി, കൂടാതെ എങ്ങനെ കോൺ നിർമ്മിക്കാം എന്നതിനെ കുറിച്ചും കഴിഞ്ഞ ക്ലാസ്സുകളിൽ നമ്മൾ പഠിച്ചിട്ടുണ്ട്.

ഇവിടെ നാം പഠിക്കുന്നത് ഒരു രേഖാഖണ്ഡത്തിന്റെ ലംബദ്വിഭാജകം, കോണദ്വിഭാജകം, സ്കെയിലും കോമ്പസ്സും ഉപയോഗിച്ച് ചില കോണുകളുടെ നിർമ്മിതി, ത്രികോണങ്ങളുടെ നിർമ്മിതി എന്നിവയെ കുറിച്ച് നമുക്ക് പഠിക്കാം.

### ഓർമ്മ പുതുക്കൽ

**കോണുകളുടെ ആശയം, തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രത്തിൽ നിന്ന് സമാന്തരരേഖകൾ, ലംബരേഖകൾ ഇവയെക്കുറിച്ച് ഓർത്തുനോക്കാം.**

താഴെ തന്നിട്ടുള്ള പട്ടികയിലെ ചിത്രങ്ങളിലെ ബിന്ദുക്കൾ, രേഖാഖണ്ഡങ്ങൾ, കോണുകൾ, സമാന്തരരേഖകൾ, ലംബ രേഖകൾ തുടങ്ങിയവയെ നമുക്ക് ഓർത്തു നോക്കുകയും തിരിച്ചറിയുകയും ചെയ്യാം.

| ക്രമ സംഖ്യ | ചിത്രങ്ങൾ | തിരിച്ചറിഞ്ഞ ബിന്ദുക്കൾ | തിരിച്ചറിഞ്ഞ രേഖകൾ | തിരിച്ചറിഞ്ഞ കോണുകൾ | സമാന്തര രേഖകൾ | ലംബ രേഖകൾ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 |  | A, B, C, D | AB, BC, CD, AD, BD | 1 - $\angle BAD$ ($\angle A$)<br>2 - $\angle DCB$ ($\angle C$)<br>3 - $\angle DBA$<br>4 - $\angle CBD$ | AB ∥ DC<br>BC ∥ AD | AB ⊥ AD<br>AB ⊥ BC<br>BC ⊥ CD<br>CD ⊥ AD |