ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା
(RATIONAL NUMBERS)

ଅଧ୍ୟାୟ 2

2.1 ଉପକ୍ରମଣିକା (Introduction) :

ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା (Rational Numbers) ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ପୂର୍ବରୁ ଆସ ଆମେ ପୂର୍ବଶ୍ରେଣୀରେ ପାଠ୍ୟକ୍ରମରେ ବର୍ଣ୍ଣିତ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ବା ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା, ସଂପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ଓ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ବିଷୟରେ ସଂକ୍ଷେପରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

2.1.1 ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ବା ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା (Natural Numbers) :

ଗୋଟିଏ ସାଧାରଣ ମଣିଷର ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନ ଓ ଜୀବିକାର ପ୍ରଥମେ ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ସମୂହ ବ୍ୟବହୃତ ହୋଇଥିଲା ତାହା ହେଲା ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ବା ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ।

ଏହି ସଂଖ୍ୟାସମୂହର ସେଟ୍‌କୁ N ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନଟ କରାଯାଏ । **N = {1, 2, 3, 4...}**

2.1.2 ସଂପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା (Extended Natural Numbers) :

ମନେକର ତୁମ ପାଖରେ 10 ଟଙ୍କା ଅଛି ।

ତୁମେ ଗୋଟିଏ 10 ଟଙ୍କା ମୂଲ୍ୟର ପେନ୍ କିଣିଲ । ତୁମ ପାଖରେ ଆଉ କେତେ ଟଙ୍କା ରହିଲା ? ତୁମ ପାଖରେ ଯେତେ ଟଙ୍କା ରହିଲା ତାହା ହେଉଛି 0 ଟଙ୍କା ।

ଏହା ଭାରତୀୟ ଗଣିତଜ୍ଞମାନଙ୍କର ଅବଦାନ ବୋଲି ଦୃଢ଼ ମତ ପୋଷଣ କରାଯାଏ । ଗଣନ ପଦ୍ଧତିରେ ଏହାର ବହୁଳ ବ୍ୟବହାରକୁ ଭିତ୍ତିକରି ପରବର୍ତ୍ତୀ ସମୟରେ ଏହାକୁ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ସେଟ୍‌ରେ ସାମିଲ କରାଯାଇ ଉକ୍ତ ସେଟ୍‌କୁ **ସଂପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ସେଟ୍ (Extended Natural Number Set)** ବୋଲି ନିଆଗଲା । ଏହି ସଂଖ୍ୟା ସମୂହକୁ N* ବା W ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଏ । **N* = {0, 1, 2, 3, 4...}**

ଦ୍ରଷ୍ଟବ୍ୟ : {0,1, 2, 3...} ସେଟ୍‌କୁ ମଧ୍ୟ ସାମଗ୍ରିକ ସଂଖ୍ୟାସେଟ୍ (Whole Number Set) କୁହାଯାଏ ।

2.1.3 ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା (Integers) :

ପୂର୍ବବର୍ଣ୍ଣିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ଅଟେ । କେତେକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପରିସ୍ଥିତିରେ ସଂଖ୍ୟା ଭିତ୍ତିକ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ପାଇଁ କିପରି ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ପର୍ଯ୍ୟାପ୍ତ ନୁହେଁ ଆସ, ତାହା ଜାଣିବା ।

ମନେକର ତୁମ ପାଖରେ 10 ଟଙ୍କା ଅଛି । ତୁମର ଗୋଟିଏ 11 ଟଙ୍କା ମୂଲ୍ୟର କଲମ କିଣିବାକୁ ଅଛି । ତୁମ ପାଖରେ ଥିବା ଟଙ୍କା ଏଥିପାଇଁ ପର୍ଯ୍ୟାପ୍ତ ନୁହେଁ । ଏହି ପରିସ୍ଥିତିର ସମାଧାନ ପାଇଁ ତୁମକୁ 1 ଟଙ୍କା ଋଣ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ । ଏହି ପରିସ୍ଥିତିରେ ଗାଣିତିକ ସମାଧାନ କେବଳ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା '1' ଦ୍ୱାରା ନ ହୋଇ 'ଋଣାତ୍ମକ 1' (ଯାହାକୁ ଆମେ -1 ଭାବେ ଲେଖିବା) ଦ୍ୱାରା ସମ୍ଭବ ।

ଅର୍ଥାତ୍ $10 - 11 = -1$ ସେହିପରି $10 - 12 = -2$

ଏହିପରି ପରିସ୍ଥିତିର ସମାଧାନ ପାଇଁ $-1, -2, -3$ .... ଆଦି ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଆବିଷ୍କୃତ ହେଲା ।

ମନେରଖ : 0 ଏକମାତ୍ର ସଂଖ୍ୟା ଯାହା ଧନାତ୍ମକ ନୁହେଁ କି ଋଣାତ୍ମକ ନୁହେଁ ।

ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା, ଶୂନ ଓ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସମୂହକୁ ଆମେ Z ସେଟ୍ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରକାଶ କରୁ ।

ଅର୍ଥାତ୍ $Z = \{...., -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, ...\}$

Z ସେଟ୍ ଏକ ଅସୀମ ସେଟ୍ ଏବଂ N ସେଟ୍ Z ସେଟ୍‌ର ଏକ ଉପସେଟ୍, ଅର୍ଥାତ୍ $N \subset Z$

ସେହିପରି ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସେଟ୍ $\{1, 2, 3...\}$ ଏବଂ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ସେଟ୍ $\{...-4, -3, -2, -1\}$ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଅସୀମ ସେଟ୍ ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ସେଟ୍‌ର ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଉପସେଟ୍ ।

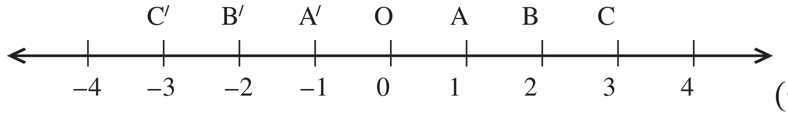
ଟୀକା : ଅଣଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା (Non-Positive Integers) ସେଟ୍ $= \{...-4, -3, -2, -1, 0\}$

ଅଣଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା (Non-Negative Integers) ସେଟ୍

ଅଥବା ସଂପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ସେଟ୍ $(N^*) = \{0, 1, 2, 3...\}$

ଉଭୟ ସେଟ୍ ଅସୀମ ସେଟ୍ ଏବଂ ଉଭୟ ସେଟ୍‌ର ସଂଯୋଗରେ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସେଟ୍ (**Z**) ହୁଏ ।

ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଗୁଡ଼ିକୁ ସଂଖ୍ୟାରେଖାର ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନଟ କରାଯାଇ ପାରେ । ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟାରେଖାକୁ ଦେଖ ।



(ଚିତ୍ର 2.1)

ସରଳରେଖାର ଯେକୌଣସି ବିନ୍ଦୁକୁ O ନାମରେ ନାମିତ କର ଓ ଏହି ବିନ୍ଦୁକୁ 0 (ଶୂନ) ସଂଖ୍ୟାର ପ୍ରତୀକ ବୋଲି ଧରିନିଅ । ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନେଇ O ବିନ୍ଦୁର ଡାହାଣ ପାଖରେ A ବିନ୍ଦୁ ବସାଅ । ଏହି ବିନ୍ଦୁକୁ ସଂଖ୍ୟା 1ର ପ୍ରତୀକ ବୋଲି କୁହ । $\overrightarrow{OA}$ ରୁ OA ଦୂରତା ସଂଗେ ସମାନ କରି Aର ଡାହାଣକୁ ରେଖାଖଣ୍ଡମାନ ଛେଦ କର ଓ ଛେଦବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କୁ B,C ଆଦି ନାମ ଦିଅ । ବର୍ତ୍ତମାନ ଏହି ବିନ୍ଦୁମାନ ଯଥାକ୍ରମେ 2,3... ମାନଙ୍କର ପ୍ରତୀକ ହେବେ । ଏହିପରି **N** ସେଟ୍‌ର ସମସ୍ତ ଉପାଦାନ ପାଇଁ ସରଳରେଖାରେ 'O'ର ଡାହାଣକୁ ବିନ୍ଦୁମାନ ଚିହ୍ନଟ କରାଯାଇ ପାରିବ । 'O'ର ବାମପାର୍ଶ୍ୱରେ A', B', C'.... ବିନ୍ଦୁମାନ ଚିହ୍ନଟ କର ଯେପିରକି $OA = OA' = A'B' = B'C' =$ .... ବର୍ତ୍ତମାନ A', B', C'.... ବିନ୍ଦୁମାନ ଯଥାକ୍ରମେ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା $-1, -2, -3$... ମାନଙ୍କ ପ୍ରତୀକ ହେବେ । ଏହି ପ୍ରକାରରେ ସେଟ୍ **Z** (ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସେଟ୍)ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉପାଦାନ ପାଇଁ ସରଳରେଖାରେ ବିନ୍ଦୁମାନ ଚିହ୍ନଟ କରାଯାଇ ପାରିବ । ଉକ୍ତ ସରଳରେଖାକୁ **ସଂଖ୍ୟାରେଖା (Number line)** କୁହାଯାଏ । ଉକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାରେଖାକୁ **ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସୂଚକ ରେଖାଚିତ୍ର** ମଧ୍ୟ କୁହାଯାଏ ।

ଏଠାରେ ମନେରଖିବା ଉଚିତ ହେବ ଯେ, **Z**ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉପାଦାନ, ରେଖାଚିତ୍ରରେ ଏହାର ଡାହାଣକୁ ଥିବା ଉପାଦାନଠାରୁ ସାନ । ବିପରୀତ କ୍ରମେ **Z**ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉପାଦାନ, ରେଖାଚିତ୍ରରେ ଏହାର ବାମକୁ ଥିବା ଉପାଦାନ ଅପେକ୍ଷା ବଡ଼ ।

2.2 ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା (Rational Number) :

ମନେକର p ଓ q ଉଭୟେ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଏବଂ $q \neq 0$ ତେବେ p କୁ q ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ, ଆମେ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟାଟିଏ ପାଇବା କି ?

6 କୁ 3 ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ, ଭାଗଫଳ 2 ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା । କିନ୍ତୁ 6କୁ 5 ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ, ଭାଗଫଳ $\frac{6}{5}$ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ନୁହେଁ । ତେଣୁ ହରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ଅଧିକ ବ୍ୟାପ୍ତ ଓ 0 ଭିନ୍ନ ଯେ କୌଣସି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ହରଣକୁ ଅର୍ଥ ପୂର୍ଣ୍ଣ କରିବାକୁ ହେଲେ, ଆମକୁ ସଂଖ୍ୟା ସଂପର୍କୀୟ ଜ୍ଞାନର ପରିସରକୁ ବଢ଼ାଇବାକୁ ହେବ ।

ଯଦି p ଓ q ଦୁଇଗୋଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଓ $q \neq 0$ ତେବେ $p \div q$ ବା $\frac{p}{q}$ କୁ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା କୁହାଯାଏ । ସମସ୍ତ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ସେଟ୍‌କୁ Q ସଂକେତ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ ।

ଯେକୌଣସି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା m ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା । କାରଣ m କୁ $\frac{m}{1}$ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରେ । ସେ ଦୃଷ୍ଟିରୁ **0 ମଧ୍ୟ ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ।** **Q ସେଟ୍ ଏକ ଅସୀମ ସେଟ୍ ଏବଂ $N \subset Z \subset Q$**

ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା $\frac{p}{q}$ ର ହର $q \neq 0$, କାରଣ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାକୁ '0' ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିବା ଅସମ୍ଭବ ଅର୍ଥାତ୍ ସଂଜ୍ଞାହୀନ ।

2.2.1. ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଧର୍ମ (Properties of Rational numbers) :

1. ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ (Closure Law) :

(i) ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା (Natural Numbers) ଏବଂ ସଂପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା (Extended Natural Nudmbers)

ତଳ ଶ୍ରେଣୀରେ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ବିଭିନ୍ନ ବୀଜଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ପାଇଁ ଏହି ନିୟମ ବିଷୟରେ ପଢ଼ିଛ । ଆସ ନିମ୍ନ ସାରଣୀ ଜରିଆରେ ସେଗୁଡ଼ିକ ମନେ ପକାଇବା ।

ପ୍ରକ୍ରିୟା	ଉଦାହରଣ	ଟିପ୍ପଣୀ
ଯୋଗକ୍ରିୟା	1+5= 6 ଏକ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା, ସେହିପରି 7+5= 12 ଏହା ମଧ୍ୟ ଏକ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା । ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା a ଓ b ପାଇଁ a+b ଏକ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ।	ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ସେଟ୍‌ରେ ଯୋଗପ୍ରକ୍ରିୟା ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ ପାଳନ କରେ । ସଂପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ ମଧ୍ୟ ଏହା ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ ।
ବିୟୋଗକ୍ରିୟା	5–2=3 ଏକ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା । କିନ୍ତୁ 2–5= –3 ଏକ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ନୁହେଁ ।	ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ସେଟ୍‌ରେ ବିୟୋଗ ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ ପାଳନ କରେ ନାହିଁ । ସଂପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ ମଧ୍ୟ ଏହା ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ ।
ଗୁଣନକ୍ରିୟା	2 x 4 = 8 ଏକ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା 3 x7=21,ଏହା ମଧ୍ୟ ଏକ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା । ଯଦି a ଓ b ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ହୁଏ, ତେବେ ସେମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ a xb ବା ab ମଧ୍ୟ ଏକ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ।	ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାସେଟ୍‌ରେ ଗୁଣନକ୍ରିୟା ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ ପାଳନ କରେ । ସଂପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ ମଧ୍ୟ ଏହା ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ ।
ଭାଗକ୍ରିୟା	$8 \div 4 = 2$ ଏକ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା । $5 \div 8 = \frac{5}{8}$ ଏହା ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ନୁହେଁ ।	ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ସେଟ୍‌ରେ ଭାଗକ୍ରିୟା ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ ପାଳନ କରେ ନାହିଁ । ସଂପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭବିକ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ ମଧ୍ୟ ଏହା ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ ।

(ii) ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା (Integers)

ଆସ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ସେଟ୍‌ରେ ବିଭିନ୍ନ ବୀଜଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ପାଇଁ ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

ପ୍ରକ୍ରିୟା	ଉଦାହରଣ	ଟିପ୍ପଣୀ
ଯୋଗକ୍ରିୟା	$0+5=5$ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା । $7+5=12$, ମଧ୍ୟ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା । ଯେ କୌଣସି ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା a ଓ b ପାଇଁ a+b ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା	ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସେଟ୍‌ରେ ଯୋଗ କ୍ରିୟା ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ ପାଳନ କରେ ।
ବିୟୋଗକ୍ରିୟା	$5-2=3$ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ $2-5=-3$ ମଧ୍ୟ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା a ଓ b ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ $a-b$ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ଅଟେ ।	ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ସେଟ୍‌ରେ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ ପାଳନ କରେ ।
ଗୁଣନକ୍ରିୟା	$0 \times 3=0$ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା $3 \times 7=21$ ମଧ୍ୟ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା । a ଓ b ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ହେଲେ ab ମଧ୍ୟ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ଅଟେ ।	ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ସେଟରେ ଗୁଣନ କ୍ରିୟା ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ ପାଳନ କରେ ।
ଭାଗକ୍ରିୟା	$-14 \div 2=-7$ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା । $5 \div 8=\frac{5}{8}$ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ନୁହେଁ ।	ଏଣୁ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ସେଟରେ ଭାଗକ୍ରିୟା ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ ପାଳନ କରେ ନାହିଁ ।

ଉପରୋକ୍ତ ସାରଣୀରୁ ଆମେ ଜାଣିବାକୁ ପାଇଲୁ ଯେ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ସେଟ୍‌ରେ ଯୋଗକ୍ରିୟା, ବିୟୋଗ କ୍ରିୟା ଓ ଗୁଣନ କ୍ରିୟା ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ ପାଳନ କରିବା ବେଳେ ଭାଗକ୍ରିୟା ଉକ୍ତ ନିୟମ ପାଳନ କରୁ ନାହିଁ ।

(iii) ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା (Rational Numbers) :

(a) ଯୋଗ କ୍ରିୟା:– ବର୍ତ୍ତମାନ କେତେକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଡ଼ିକୁ ଯୋଗ କରାଯାଉ ।

$\frac{3}{8}+\frac{(-5)}{7}=\frac{21+(-40)}{56}=\frac{-19}{56}$ ଏହା ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା । ସେହିପରି

$-\frac{3}{8}+\frac{(-4)}{5}=\frac{-15+(-32)}{40}=\frac{-47}{40}$ ଏହା ମଧ୍ୟ ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ।

$\frac{4}{7}+\frac{6}{11}=$....... ଏହା ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା କି ?

ଆଉ କେତେକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଡ଼ି ପାଇଁ ଏହିପରି ଯୋଗ କ୍ରିୟାର ଫଳାଫଳ ପରୀକ୍ଷା କର ।

ଏହି ପରୀକ୍ଷାରୁ ଆମେ ଜାଣିବା ଯେ ଦୁଇଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଅଟେ । ଅର୍ଥାତ୍ **ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ସେଟ୍‌ରେ ଯୋଗକ୍ରିୟା ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ ପାଳନ କରେ ।**

ଅର୍ଥାତ୍ ଯଦି $\mathbf{a, b \in Q}$, ତେବେ $\mathbf{a + b \in Q}$

(b) ବିୟୋଗ କ୍ରିୟା : କେତେ ଯୋଡ଼ା ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ନେଇ ଆମେ ବିୟୋଗ କ୍ରିୟା କରିବା ଓ ଦେଖିବା ଦୁଇଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ବିୟୋଗଫଳ ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ହେବ କି ନାହିଁ ?

$-\frac{5}{7}-\frac{2}{3}=\frac{-5x3-2x7}{21}=\frac{-15-14}{21}=\frac{-29}{21}$ ଏହା ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା । ସେହିପରି

$\frac{5}{8}-\frac{4}{5}=\frac{25-32}{40}=\frac{-17}{40}$ ଏହା ମଧ୍ୟ ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ।

$\frac{3}{7}-\left(-\frac{8}{5}\right)=$......... ଏହା ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା କି ?

ଆଉ କେତେ ଯୋଡ଼ା ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ନେଇ ଏହି ପରି ବିୟୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ଦେଖିବ ଯେ **ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ସେଟ୍‌ଟିରେ ବିୟୋଗ କ୍ରିୟା ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ ପାଳନ କରେ । ଅର୍ଥାତ୍ a, b $\in$ Q ହେଲେ, a – b $\in$ Q ।**

(c) ଗୁଣନ କ୍ରିୟା : ଦୁଇଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ବିଷୟ ଆଲୋଚନା କରାଯାଉ ।

$-\frac{2}{3}x\frac{4}{5}=-\frac{8}{15},\ \frac{3}{7}x\frac{2}{5}=\frac{6}{35}$ ଏହି ଦୁଇଟି କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗୁଣଫଳ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ।

$-\frac{4}{5}x\frac{-6}{11}=$...... ଏହା ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା କି ?

ଏହିପରି ଆଉ କେତେଗୁଡ଼ିଏ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଡ଼ିକୁ ନେଇ ଗୁଣଫଳ ସ୍ଥିର କରି ଦେଖ । ତୁମେ ନିଶ୍ଚୟ ଏହି ସତ୍ୟରେ ଉପନୀତ ହେବ ଯେ **ଦୁଇଟି ପରିମେୟ ସଂଖାର ଗୁଣଫଳ ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଅଟେ । ଅତଏବ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ସେଟ୍‌ଟିରେ ଗୁଣନକ୍ରିୟା ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ ପାଳନ କରେ ।**

ଅର୍ଥାତ୍ ଯଦି a, b $\in$ Q, ତେବେ a x b $\in$ Q ।

(d) ଭାଗକ୍ରିୟା : ବର୍ତ୍ତମାନ ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

$-\frac{5}{3}\div\frac{2}{5}=\frac{-5}{3}x\frac{5}{2}=\frac{-25}{6}$ ଏହା ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା । ସେହିପରି

$\frac{2}{7}\div\frac{5}{3}=\frac{2}{7}x\frac{3}{5}=\frac{6}{35}$ ଏହା ମଧ୍ୟ ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ।

$-\frac{3}{8}\div\frac{-2}{9}=$...... ଏହା ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା କି ?

କିନ୍ତୁ ଯେକୌଣସି ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା a ପାଇଁ a $\div$ 0 ନିରର୍ଥକ । ତେଣୁ **ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ସେଟରେ ଭାଗକ୍ରିୟା ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ ପାଳନ କରେ ନାହିଁ ।** ମାତ୍ର ଶୂନକୁ ଛାଡ଼ିଦେଲେ ଅନ୍ୟ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଗୁଡ଼ିକ ପାଇଁ ଭାଗକ୍ରିୟା ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ ପାଳନ କରେ ।

ନିଜେ କର ଦତ୍ତ ସେଟ୍‌ଗୁଡ଼ିକ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ ପାଳନ କରେ କି ନାହିଁ (ହଁ / ନାହିଁ) ମାଧ୍ୟମରେ ଦତ୍ତ ସାରଣୀର ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନଗୁଡ଼ିକୁ ପୂରଣ କର :

ସଂଖ୍ୟା ସେଟ୍	ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ (Closure Law)			
	ଯୋଗକ୍ରିୟା	ବିୟୋଗ କ୍ରିୟା	ଗୁଣନ କ୍ରିୟା	ଭାଗକ୍ରିୟା
ପରିମେୟ	–	–	–	–
ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା	–	–	–	–
ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା	–	–	–	–
ସଂପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା	–	–	–	–

2. କ୍ରମବିନିମୟୀ ନିୟମ (Commutative Law) :

(i) ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା:– ଆସ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ବା ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାରେ କ୍ରମବିନିମୟୀ ନିୟମକୁ ମନେ ପକାଇବା ।

ପ୍ରକ୍ରିୟା	ଉଦାହରଣ	ଟିପ୍ପଣୀ
ଯୋଗକ୍ରିୟା	$0 + 7 = 7 + 0 = 7$ $2 + 3 = 3 + 2 = 5$ ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା a ଓ b ପାଇଁ $a + b = b + a$	ଯୋଗକ୍ରିୟା କ୍ରମବିନିମୟୀ ନିୟମ ପାଳନ କରେ ।
ବିୟୋଗ କ୍ରିୟା	$5 - 3 \neq 3 - 5$	ବିୟୋଗ କ୍ରିୟା କ୍ରମବିନିମୟୀ ନିୟମ ପାଳନ କରେ ନାହିଁ ।
ଗୁଣନ କ୍ରିୟା	$5 \times 3 = 3 \times 5$	କ୍ରମବିନିମୟୀ ନିୟମ ପାଳିତ ହୁଏ ।
ଭାଗ କ୍ରିୟା	$5 \div 3 \neq 3 \div 5$	ଭାଗକ୍ରିୟା କ୍ରମବିନିମୟୀ ନିୟମ ପାଳନ କରେ ନାହିଁ ।

ସଂପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଉକ୍ତ ପ୍ରକ୍ରିୟାଗୁଡ଼ିକ କ୍ରମବିନିମୟୀ ନିୟମ ପାଳନ କରେ କି ନାହିଁ ନିଜେ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ ।

(ii) ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା

ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଗୁଡ଼ିକରେ କ୍ରମବିନିମୟୀ ନିୟମ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ କି ନାହିଁ ମନେପକାଇବା ।

ପ୍ରକ୍ରିୟା	ଉଦାହରଣ	ଟିପ୍ପଣୀ
ଯୋଗକ୍ରିୟା	$-3 + 5 = 5 + (-3)$	ଯୋଗକ୍ରିୟା କ୍ରମବିନିମୟୀ ନିୟମ ପାଳନ କରେ ।
ବିୟୋଗକ୍ରିୟା	$5 - (-3) \neq -3 - 5$	ବିୟୋଗ କ୍ରିୟା କ୍ରମବିନିମୟୀ ନିୟମ ପାଳନ କରେ ନାହିଁ ।
ଗୁଣନକ୍ରିୟା	$(-3) \times 5 = 5 \times (-3)$	ଗୁଣନକ୍ରିୟା କ୍ରମବିନିମୟୀ ନିୟମ ପାଳନ କରେ ।
ଭାଗକ୍ରିୟା	$-3 \div 5 \neq 5 \div (-3)$	ଭାଗକ୍ରିୟା କ୍ରମବିନିମୟୀ ନିୟମ ପାଳନ କରେ ନାହିଁ ।

(iii) ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା :

(a) ଯୋଗକ୍ରିୟା – ବର୍ତ୍ତମାନ କେତେ ଯୋଡ଼ା ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଗ କରିବା ।

$$-\frac{2}{3}+\frac{5}{7} = \frac{-14+15}{21}=\frac{1}{21} \text{ ଓ } \frac{5}{7}+\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{15-14}{21}=\frac{1}{21} \text{ ତେଣୁ } -\frac{2}{3}+\frac{5}{7}=\frac{5}{7}+\left(-\frac{2}{3}\right)$$

ସେହିପରି $\frac{-6}{5}+\left(\frac{-8}{3}\right)=\frac{-58}{15}$ ଓ $\frac{-8}{3}+\left(\frac{-6}{5}\right)=\frac{-58}{15}$ ତେଣୁ $\frac{-6}{5}+\left(\frac{-8}{3}\right)=\frac{-8}{3}+\left(\frac{-6}{5}\right)$

$-\frac{3}{8}+\frac{1}{7}=\frac{1}{7}+\left(-\frac{3}{8}\right)$ ନିଜେ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ ।

ତୁମେ ଦେଖିବ ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯେକୌଣସି କ୍ରମରେ ଯୋଗ କରାଯାଇ ପାରେ । ସେଥିପାଇଁ ଆମେ କହୁ ଯେ **ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଯୋଗ କ୍ରିୟା କ୍ରମବିନିମୟୀ ଅଟେ । ଅର୍ଥାତ୍ ଯଦି a ଓ b ଦୁଇଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ହୁଏ, ତେବେ a + b = b + a ହେବ ।**

(b) ବିୟୋଗ କ୍ରିୟା : $\frac{2}{3}-\frac{5}{4}=\frac{-7}{12}$ ଏବଂ $\frac{5}{4}-\frac{2}{3}=\frac{7}{12}$ ତେଣୁ $\frac{2}{3}-\frac{5}{4}\neq\frac{5}{4}-\frac{2}{3}$

ତୁମେ ଦେଖିବ **ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ ବିୟୋଗକ୍ରିୟା କ୍ରମବିନିମୟୀ ନୁହେଁ ।**

ସେହିପରି ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ ଯେ, $\frac{1}{2}-\frac{2}{3}\neq\frac{2}{3}-\frac{1}{2}$

(c) ଗୁଣନକ୍ରିୟା : $-\frac{7}{3}\times\frac{6}{5}=\frac{-42}{15}$ ଓ $\frac{6}{5}\times\left(-\frac{7}{3}\right)=\frac{-42}{15}$ ସେହିପରି $-\frac{8}{9}\times\left(-\frac{4}{7}\right)=\frac{-4}{7}\times\left(\frac{-8}{9}\right)$

ଏହିପରି ଆଉ କିଛି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଯୋଡ଼ାକୁ ଗୁଣନ କରି ଦେଖ । ତୁମେ ଦେଖିବ ଯେ **ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାରେ ଗୁଣନକ୍ରିୟା କ୍ରମବିନିମୟୀ** ଅଟେ । ଅର୍ଥାତ୍ **ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା a ଓ b ପାଇଁ a x b = b x a**

(d) ଭାଗକ୍ରିୟା : $-\frac{5}{4}\div\frac{3}{7}\neq\frac{3}{7}\div\left(\frac{-5}{4}\right)$ (ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ)

ସେହିପରି ଅନ୍ୟ ଯୋଡ଼ା ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ନେଇ ପରୀକ୍ଷା କର । ଦେଖିବ ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ଓ ଅଣଶୂନ୍ୟ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା a ଓ b ପାଇଁ $a\div b\neq b\div a$ (ନିଜେ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ) ।

ନିଜେ କର

ଦତ୍ତ ସେଟ୍‌ଗୁଡ଼ିକ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ କ୍ରମବିନିମୟୀ ନିୟମ ପାଳନ କରେ କି ନାହିଁ (ହଁ / ନାହିଁ) ମାଧ୍ୟମରେ ଦତ୍ତ ସାରଣୀର ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନଗୁଡ଼ିକୁ ପୂରଣ କର ।

ସଂଖ୍ୟା ସେଟ୍	କ୍ରମବିନିମୟୀ ନିୟମ			
	ଯୋଗକ୍ରିୟା	ବିୟୋଗକ୍ରିୟା	ଗୁଣନକ୍ରିୟା	ଭାଗକ୍ରିୟା
ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା	–	–	–	–
ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା	–	–	–	–
ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା	–	–	–	–
ସଂପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା	–	–	–	–

3. ସହଯୋଗୀ ନିୟମ (Associative Law) :

(i) ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା – ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାରେ ପୂର୍ବ ଶ୍ରେଣୀରେ ପଢ଼ିଥିବା ସହଯୋଗୀ ନିୟମକୁ ମନେକାଇବା ।

ପ୍ରକ୍ରିୟା	ଉଦାହରଣ	ଟିପ୍ପଣୀ
ଯୋଗକ୍ରିୟା	$(3 + 4) + 5 = 3 + (4 + 5)$	ଯୋଗକ୍ରିୟା ସହଯୋଗୀ ନିୟମ ପାଳନ କରେ ।
ବିୟୋଗ କ୍ରିୟା	$(3–4) – 5 \neq 3 – (4 – 5)$	ବିୟୋଗକ୍ରିୟା ସହଯୋଗୀ ନିୟମ ପାଳନ କରେ ନାହିଁ ।
ଗୁଣନକ୍ରିୟା	$7x\ (2x5) = (7\ x\ 2)\ x\ 5$ $4\ x\ (6\ x\ 10) = (4\ x\ 6)\ x\ 10$	ଗୁଣନକ୍ରିୟା ସହେଯୋଗୀ ନିୟମ ପାଳନ କରେ ।
ଭାଗକ୍ରିୟା	$(3 \div 4) \div 5 \neq 3 \div (4 \div 5)$	ଭାଗକ୍ରିୟା ସହଯୋଗୀ ନିୟମ ପାଳନ କରେ ନାହିଁ ।

ସଂପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଉପରୋକ୍ତ ନିୟମ ପାଳିତ ହୁଏ କି ନାହିଁ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ ।

(ii) ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା (Integers) :

ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟାରେ ସହଯୋଗ ନିୟମକୁ ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଦିଆଗଲା ।

ପ୍ରକ୍ରିୟା	ଉଦାହରଣ	ଟିପ୍ପଣୀ
ଯୋଗ କ୍ରିୟା	$–2+ [3 + (– 4)] = [(– 2) + 3] + (– 4)$ ଯେକୌଣସି ତିନୋଟି ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା a, b, c ପାଇଁ $a + (b + c) = (a + b) + c$	ଯୋଗକ୍ରିୟା ସହଯୋଗୀ ନିୟମ ପାଳନ କରେ ।
ବିୟୋଗ କ୍ରିୟା	$5–(7–3) \neq (5 – 7) – 3$	ବିୟୋଗ କ୍ରିୟା ସହଯୋଗୀ ନିୟମ ପାଳନ କରେ ନାହିଁ ।
ଗୁଣନକ୍ରିୟା	$5\ x\ [(–7)\ x\ (–8)] = [5x\ (-–7)]\ x\ (–8)$ ଯେକୌଣସି ତିନୋଟି ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା a, b ଓ c ପାଇଁ $a\ x\ (b\ x\ c) = (a\ x\ b)\ x\ c$	ଗୁଣନ କ୍ରିୟା ସହଯୋଗୀ ନିୟମ ପାଳନ କରେ ।
ଭାଗକ୍ରିୟା	$[(–10) \div 2] \div(–5) \neq (–10) \div [2\div (–5)]$	ଭାଗକ୍ରିୟା ସହଯୋଗୀ ନିୟମ ପାଳନ କରେ ନାହିଁ ।

(iii) ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା :

(a) ଯୋଗ କ୍ରିୟା :

$$-\frac{2}{3}+\left[\frac{3}{5}+\left(\frac{-5}{6}\right)\right]=\frac{-2}{3}+\left(\frac{18-25}{30}\right)=\frac{-2}{3}+\left(\frac{-7}{30}\right)=\frac{(-20)+(-7)}{30}=\frac{-27}{30}$$ ଏବଂ

$$\left[-\frac{2}{3}+\frac{3}{5}\right]+\left(\frac{-5}{6}\right)=\left(\frac{-10+9}{15}\right)+\left(\frac{-5}{6}\right)=\frac{-1}{15}+\left(\frac{-5}{6}\right)=\frac{-2-25}{30}=\frac{-27}{30}=-$$

$$\therefore -\frac{2}{3}+\left[\frac{3}{5}+\left(\frac{-5}{6}\right)\right]=\left[-\frac{2}{3}+\frac{3}{5}\right]+\left(\frac{-5}{6}\right)$$

ସେହିପରି ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ, $-\frac{1}{2}+\left[\frac{3}{7}+\left(\frac{-4}{3}\right)\right] = \left[\frac{-1}{2}+\frac{3}{7}\right]+\left(\frac{-4}{3}\right)$

ଆହୁରି କିଛି ଅଧିକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ନେଇ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ । ଏଥିରୁ ଆମେ ଜାଣିବା ଯେ **ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ ଯୋଗକ୍ରିୟା ସହଯୋଗୀ ଅଟେ । ଅର୍ଥାତ୍ $a,b,c \in Q$ ହେଲେ $a+(b+c) = (a+b)+c$ ।**

(b) ବିୟୋଗକ୍ରିୟା :

ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ : $\frac{-2}{3}-\left[-\frac{4}{5}-\frac{1}{2}\right]=\left[-\frac{2}{3}-\left(\frac{-4}{5}\right)\right]-\frac{1}{2}$ ସତ୍ୟ କି ?

ବାମପକ୍ଷ = $\frac{-2}{3}-\left[\frac{-8-5}{10}\right]=\frac{-2}{3}-\left(\frac{-13}{10}\right)=\frac{-20+39}{30}=\frac{19}{30}$

ଦକ୍ଷିଣ ପକ୍ଷ = $\left(\frac{-10+12}{15}\right)-\frac{1}{2}=\frac{2}{15}-\frac{1}{2}=\frac{4-15}{30}=\frac{-11}{30}$ $\therefore$ ବାମପକ୍ଷ $\neq$ ଦକ୍ଷିଣ ପକ୍ଷ ।

ଆହୁରି କିଛି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ନେଇ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ ।

ଏଥିରୁ ଆମେ ଜାଣିବା ଯେ, ବିୟୋଗ କ୍ରିୟା ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାରେ ସହଯୋଗୀ ନିୟମ ପାଳନ କରେ ନାହିଁ ।

(c) ଗୁଣନ କ୍ରିୟା :

ବର୍ତ୍ତମାନ ଗୁଣନକ୍ରିୟା ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାରେ ସହଯୋଗୀ କି ନୁହେଁ ଦେଖିବା ।

$-\frac{7}{3}\times\left(\frac{5}{4}\times\frac{2}{9}\right)=\frac{-7}{3}\times\frac{10}{36}=\frac{-70}{108}=\frac{-35}{54}$ ଏବଂ $\left(-\frac{7}{3}\times\frac{5}{4}\right)\times\frac{2}{9}=\frac{-35}{12}\times\frac{2}{9}=\frac{-70}{108}=\frac{-35}{54}$

$\therefore\ -\frac{7}{3}\times\left(\frac{5}{4}\times\frac{2}{9}\right)=\left(\frac{-7}{3}\times\frac{5}{4}\right)\times\frac{2}{9},$ ସେହିପରି $\frac{2}{3}\times\left(\frac{-6}{7}\times\frac{4}{5}\right)=\left(\frac{2}{3}\times\frac{-6}{7}\right)\times\frac{4}{5}$

ଏଥିରୁ ଆମେ ଜାଣିବା ଯେ, **ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗୁଣନକ୍ରିୟା ସହଯୋଗୀ ଅଟେ ।**

ଅର୍ଥାତ୍ $a, b, c \in Q$ ପାଇଁ $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$ ।

(d) ଭାଗକ୍ରିୟା :

ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ : $\frac{1}{2}\div\left[-\frac{1}{3}\div\frac{2}{5}\right]\neq\left[\frac{1}{2}\div\left(-\frac{1}{3}\right)\right]\div\frac{2}{5}$ ସତ୍ୟ କି ?

ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱ = $\frac{1}{2}\div\left[-\frac{1}{3}\div\frac{2}{5}\right]=\frac{1}{2}\div\left[-\frac{1}{3}\times\frac{5}{2}\right]=\frac{1}{2}\div\left(-\frac{5}{6}\right)=\frac{1}{2}\times\left(\frac{-6}{5}\right)=\frac{-3}{5}$ ଏବଂ

ଦକ୍ଷିଣପାର୍ଶ୍ୱ = $\left[\frac{1}{2}\div\left(-\frac{1}{3}\right)\right]\div\frac{2}{5}=\left(\frac{1}{2}\times\frac{-3}{1}\right)\div\frac{2}{5}=\frac{-3}{2}\div\frac{2}{5}=\frac{-3}{2}\times\frac{5}{2}=\frac{-15}{4}$ $\therefore$ ବାମପାର୍ଶ୍ୱ $\neq$ ଦକ୍ଷିଣପାର୍ଶ୍ୱ ।

ଆହୁରି କିଛି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ନେଇ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ ।

ଦେଖିବ ଯେ **ଭାଗକ୍ରିୟା ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାରେ ସହଯୋଗୀ ନିୟମ ପାଳନ କରେ ନାହିଁ ।**

ନିଜେ କର

ଦତ୍ତ ସେଟ୍‌ଗୁଡ଼ିକ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ସହଯୋଗୀ ନିୟମ ପାଳନ କରେ କି ନାହିଁ (ହଁ / ନାହିଁ) ମାଧ୍ୟମରେ ଦତ୍ତ ସାରଣୀର ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର :

ସଂଖ୍ୟା ସେଟ୍	ସହଯୋଗୀ ନିୟମ			
	ଯୋଗକ୍ରିୟା	ବିୟୋଗ କ୍ରିୟା	ଗୁଣନ କ୍ରିୟା	ଭାଗ କ୍ରିୟା
ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା	–	–	–	–
ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା	–	–	–	–
ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା	–	–	–	–
ସଂପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା	–	–	–	–

2.3 ଶୂନର ତାତ୍ପର୍ଯ୍ୟ :

ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା କେତେକ ଉଦାହରଣକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

$2 + 0 = 0 + 2 = 2$ (ଏଠାରେ ଶୂନକୁ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ସହ ମିଶାଗଲା ।)

$\frac{-2}{7} + 0 = 0 + \left(-\frac{2}{7}\right) = -\frac{2}{7}$ (ଏଠାରେ ଶୂନକୁ ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ସହିତ ମିଶାଗଲା ।)

ଆଉ କେତୋଟି ସଂଖ୍ୟା ନେଇ ତା ସହିତ ଶୂନ ଯୋଗ କରି ଦେଖ ।

ଏଥିରୁ ତୁମେ କ'ଣ ଜାଣିଲ ? ତୁମେ ଦେଖି କହିବ ଯେ 0 କୁ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସହିତ ଯୋଗକଲେ ଯୋଗଫଳ ମଧ୍ୟ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ହେବ । ସେହିପରି 0 ସହିତ ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଗକଲେ ଯୋଗଫଳ ମଧ୍ୟ ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ହେବ । ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ମଧ୍ୟ ଏହା ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ ହୋଇଥାଏ ।

ସାଧାରଣତଃ $b + 0 = 0 + b = b$ (b, ଯଦି ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ହୁଏ)

$x + 0 = 0 + x = x$ (x, ଯଦି ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ହୁଏ)

ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ (Q ସେଟ୍‌ରେ) ଶୂନକୁ ଯୋଗାତ୍ମକ ଅଭେଦ ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

2.4 ସଂଖ୍ୟା 1 ର ତାତ୍ପର୍ଯ୍ୟ :

ବର୍ତ୍ତମାନ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

$5 \times 1 = 5 = 1 \times 5$ (ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାକୁ 1 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ)

$-\frac{2}{7} \times 1 = 1 \times \frac{-2}{7} = -\frac{2}{7}$; $\frac{3}{8} \times 1 = 1 \times \frac{3}{8} = \frac{3}{8}$ (ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ 1 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ)

ଏଥିରୁ ତୁମେ କ'ଣ ଜାଣିଲ ?

ଯେକୌଣସି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା, ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ବା ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ 1 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କଲେ ସେହି ସଂଖ୍ୟାଟି ମିଳିଥାଏ । ଅର୍ଥାତ୍ x, ଯେକୌଣସି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ହେଲେ, $x \times 1 = 1 \times x = x$ ହେବ ।

1 କୁ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ (Q ସେଟ୍‌ରେ) ଗୁଣନାତ୍ମକ ଅଭେଦ ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

2.5 ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ (Additive Inverse of a Number) :

ନିମ୍ନ ପରିସ୍ଥିତିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

$1 + (-1) = (-1) + 1 = 0$, $2 + (-2) = (-2) + 2 = 0$ ଏଥିରୁ ଜାଣିଲ

a ଯଦି ଯେକୌଣସି ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ହୁଏ, ତେବେ $a + (-a) = (-a) + a = 0$ ହେବ ।

ଏଠାରେ –a, a ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ଅଥବା a, –a ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ।

ସେହିପରି $\frac{2}{3} + \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{2 + (-2)}{3} = 0$ ଏବଂ $\left(-\frac{2}{3}\right) + \frac{2}{3} = 0$

ପୁନଶ୍ଚ, ଯେକୌଣସି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା $\frac{a}{b}$ ପାଇଁ $\frac{a}{b} + \left(-\frac{a}{b}\right) = \left(-\frac{a}{b}\right) + \frac{a}{b} = 0$ ହେବ ।

$-\frac{a}{b}$ କୁ $\frac{a}{b}$ ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ବୋଲି କୁହାଯାଏ । ଅନ୍ୟ ପକ୍ଷରେ $\frac{a}{b}$ କୁ $-\frac{a}{b}$ ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ମଧ୍ୟ କୁହାଯାଏ ।

କୌଣସି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା x ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ –x ଅଟେ । ଅର୍ଥାତ୍ $x + (-x) = (-x) + x = 0$ ।

2.6 ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ (Reciprocal of a Number) :

କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା $\frac{8}{21}$ କୁ ଗୁଣିଲେ ଗୁଣଫଳ 1 ହେବ ?

ନିଶ୍ଚିତ ଭାବେ ସଂଖ୍ୟାଟି $\frac{21}{8}$ କାରଣ $\frac{8}{21} \times \frac{21}{8} = 1$ ସେହିପରି $\frac{-5}{7}$ କୁ $\frac{7}{-5}$ ସହିତ ଗୁଣନ କଲେ ଗୁଣଫଳ 1 ହୁଏ ।

ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆମେ $\frac{21}{8}$ କୁ $\frac{8}{21}$ ର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ (Inverse) ଓ $\frac{7}{-5}$ କୁ $\frac{-5}{7}$ ର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ ବୋଲି କହୁ ।

ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମକୁ ଉକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

$\frac{c}{d}$ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଟି ଅନ୍ୟ ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା $\frac{a}{b}$ ର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ ବା ଗୁଣନାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ହେଲେ $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = 1$ ହେବ ।

ଯଦି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା $x \neq 0$, ତେବେ xର ଗୁଣନାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ $\frac{1}{x}$ ଏବଂ $\frac{1}{x}$ ର ଗୁଣନାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ x ହେବ ।

2.7 ବଣ୍ଟନ ନିୟମ (Distributive Law) :

ତିନୋଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା $\frac{-3}{4}, \frac{2}{3}$ ଓ $\frac{-5}{6}$ କୁ ନିଆଯାଉ ।

ଦେଖିବ, $\frac{-3}{4} \times \left\{\frac{2}{3} + \left(-\frac{5}{6}\right)\right\} = -\frac{3}{4} \times \left\{\frac{(4)+(-5)}{6}\right\} = \frac{-3}{4} \times \left(-\frac{1}{6}\right) = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$

ପୁନଶ୍ଚ $\left(-\frac{3}{4} \times \frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{3}{4} \times \frac{-5}{6}\right) = -\frac{1}{2} + \frac{5}{8} = \frac{-4+5}{8} = \frac{1}{8}$ $\quad \therefore \frac{-3}{4} \times \left\{\frac{2}{3} + \frac{-5}{6}\right\} = \left(-\frac{3}{4} \times \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{-3}{4} \times \frac{-5}{6}\right)$

ଏହିପରି ଆଉ କେତେକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ନେଇ ପରୀକ୍ଷା କରି ଜାଣିବ ଯେ, ଯଦି **a, b ଓ c ଯେକୌଣସି ତିନୋଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ହୁଏ, ତେବେ**

$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$ । ଏହି ନିୟମକୁ **ବଣ୍ଟନ ନିୟମ** କୁହାଯାଏ ।

ଅନୁଶୀଳନୀ - 2 (a)

1. ନିମ୍ନସ୍ଥ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(i) $\frac{2}{8}$ (ii) $-\frac{5}{9}$ (iii) $\frac{-6}{-5}$ (iv) $\frac{2}{-9}$ (v) $\frac{19}{-6}$

2. ନିମ୍ନସ୍ଥ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଗୁଣନାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(i) -13, (ii) $\frac{13}{19}$ (iii) $\frac{1}{5}$ (iv) $\frac{-5}{8} \times \frac{-3}{7}$ (v) $-1 \times \frac{-2}{5}$ (vi) -1

3. ନିମ୍ନସ୍ଥ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକରେ କେଉଁ ନିୟମ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଛି ଲେଖ ।

(i) $-\frac{4}{5} \times 1 = 1 \times \frac{-4}{5} = -\frac{4}{5}$ (ii) $-\frac{13}{17} \times \frac{-2}{7} = \frac{-2}{7} \times -\frac{13}{17}$

(iii) $-\frac{19}{29} \times \frac{29}{-19} = 1$ (iv) $\frac{1}{3} \times \left(6 \times \frac{4}{3}\right) = \left(\frac{1}{3} \times 6\right) \times \frac{4}{3}$

4. $\frac{6}{13}$ କୁ $\frac{-7}{16}$ ର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ ସହିତ ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

5. $\frac{8}{9}$, $1\frac{1}{8}$ ର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ ହେବ କି ? ଯଦି ନୁହେଁ ତେବେ କାହିଁକି ?

6. $0.3, 3\frac{1}{3}$ ର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ ହେବକି ? ଯଦି ନୁହେଁ ତେବେ କାହିଁକି ?

7. ଉତ୍ତର ଦିଅ :-

(i) ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଯାହାର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ ନାହିଁ ।

(ii) ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଯାହାର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ ସେହି ସଂଖ୍ୟା ସହ ସମାନ ।

(iii) ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଯାହା ସେହି ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ସଂଗେ ସମାନ ।

8. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର :

(i) ଶୂନର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ ---- ।

(ii) ---- ଓ ---- ସଂଖ୍ୟାମାନେ ନିଜ ନିଜର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ ।

(iii) –5 ର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ ---- ।

(iv) $\frac{1}{x}$, $(x \neq 0)$ ର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ ---- ।

(v) ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ଏକ ---- ।

(vi) ଏକ ଋଣାତ୍ମକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ ଏକ ---- ।

2.8 ବିଭିନ୍ନ ସଂଖ୍ୟା ସେଟ୍ ମଧ୍ୟରେ ସଂପର୍କ :

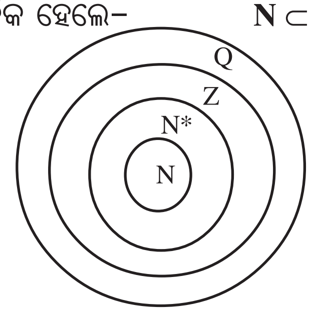
ଏ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଆମେ ଆଲୋଚନା କରିଥିବା ସଂଖ୍ୟା ସେଟ୍ ଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ– $\mathbf{N \subset N^* \subset Z \subset Q}$

(i) **N** (ଗଣନ / ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ସେଟ୍)

(ii) **N*** (ସଂପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ସେଟ୍)

(iii) **Z** (ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସେଟ୍)

(iv) **Q** (ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ସେଟ୍)



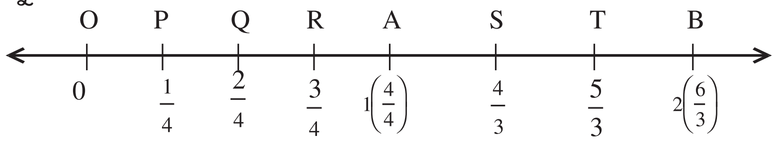
(ଚିତ୍ର 2.2)

2.9 ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା :

ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ କିପରି ଏକ ସରଳରେଖା (ସଂଖ୍ୟାରେଖା) ଉପରେ ବିନ୍ଦୁ ଭାବେ ଚିହ୍ନଟ କରାଯାଏ ତାହା ଆମେ ଜାଣିଛେ । ବର୍ତ୍ତମାନ ଦେଖିବା ଯେ Q ସେଟ୍‌ର ଉପାଦାନମାନଙ୍କୁ (ଅର୍ଥାତ୍ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ) କିପରି ସଂଖ୍ୟାରେଖା ଉପରେ ବିନ୍ଦୁ ଭାବେ ଚିହ୍ନଟ କରାଯାଇପାରିବ ?

ସଂଖ୍ୟାରେଖାର ଧନାତ୍ମକ ଦିଗରେ ଧନାତ୍ମକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଓ ଋଣାତ୍ମକ ଦିଗରେ ଋଣାତ୍ମକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ବିନ୍ଦୁ ରୂପେ ଚିହ୍ନଟ କରାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ - 1 : ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା $\frac{3}{4}$ ର ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା । $\frac{3}{4}$ ର ଅର୍ଥ ହେଲା 4 ସମାନ ଭାଗରୁ 3 ଭାଗ । $\frac{3}{4}$ ସଂଖ୍ୟାଟି 0 (ଶୂନ) ଠାରୁ ବଡ଼ ଓ 1 ଠାରୁ ସାନ ଏବଂ $\frac{3}{4}$ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଟି ଧନାତ୍ମକ । ତେଣୁ ସଂଖ୍ୟାରେଖାର ଧନାତ୍ମକ ଦିଗରେ 0 ଓ 1 ର ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟ ଦ୍ୱାରା ନିରୂପିତ ରେଖାଖଣ୍ଡ $\overline{OA}$ ଉପରେ $\frac{3}{4}$ ସଂଖ୍ୟାଟିର ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଟି ଅବସ୍ଥିତ ।

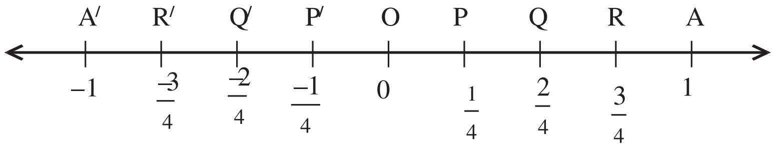


(ଚିତ୍ର 2.3)

$\overline{OA}$ ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ ସମାନ ଚାରିଭାଗ କଲେ ଆମେ P, Q ଓ R ତିନିଗୋଟି ବିନ୍ଦୁ ପାଇବା । $\overline{OP}$ = ପ୍ରଥମ ଭାଗ, $\overline{PQ}$ = ଦ୍ୱିତୀୟ ଭାଗ, $\overline{QR}$ = ତୃତୀୟ ଭାଗ ଓ $\overline{RA}$ = ଚତୁର୍ଥ ଭାଗ । R ବିନ୍ଦୁଟି ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଟି $\frac{3}{4}$ । ଆସ $\frac{5}{3}$ ର ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଟି ସ୍ଥିର କରିବା । ଯେହେତୁ $\frac{5}{3}=1\frac{2}{3}$ ତେଣୁ $1<\frac{5}{3}<2$ ଅର୍ଥାତ୍ $\frac{5}{3}$ ର ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଟି 1 ଓ 2 ସଂଖ୍ୟାସୂଚକ ବିନ୍ଦୁର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ । ତେଣୁ $\overline{AB}$ ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ ସମାନ ତିନିଭାଗ କରୁଥିବା ବିଭାଜନ ବିନ୍ଦୁ S ଓ T (A ରୁ B ଆଡ଼କୁ) ହେଲେ, T ବିନ୍ଦୁଟି $\frac{5}{3}$ ର ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ଅଟେ । (ଚିତ୍ର 2.3 ଦେଖ)

ସୂଚନା : $\frac{p}{q}$ ଧନାତ୍ମକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଟିର ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ପାଇଁ ପ୍ରଥମେ $\frac{p}{q}$ କେଉଁ କେଉଁ କ୍ରମିକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ତାହା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଓ ଉକ୍ତ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟର ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟକୁ ସଂଯୋଗ କରୁଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ q ସମାନ ଭାଗ କରି p ସଂଖ୍ୟକ ଭାଗ ନେଇ ଏହାର ପ୍ରାନ୍ତ ବିନ୍ଦୁଟି ଚିହ୍ନଟ କର ।

ଉଦାହରଣ - 2 : $-\frac{3}{4}$ ସଂଖ୍ୟାଟି ଋଣାତ୍ମକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ହେତୁ ଏହାର ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଟି ସଂଖ୍ୟାରେଖାର ଋଣ ଦିଗ (ମୂଳ ବିନ୍ଦୁର ବାମପାର୍ଶ୍ୱ)ରେ ଅବସ୍ଥିତ ।



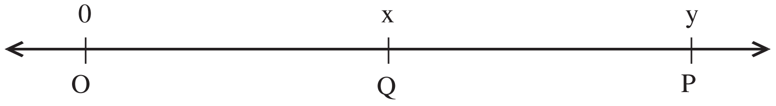
(ଚିତ୍ର 2.4)

ପ୍ରଥମେ ଧନାତ୍ମକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା $\frac{3}{4}$ ଚିହ୍ନଟ କର ଅର୍ଥାତ୍ R ବିନ୍ଦୁଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ସଂଖ୍ୟାରେଖାର ଋଣାତ୍ମକ ଦିଗରେ O ବିନ୍ଦୁଠାରୁ OR ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନେଲେ R′ ବିନ୍ଦୁ ପାଇବା ଓ R′ ବିନ୍ଦୁଟି $-\frac{3}{4}$ ର ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ଅଟେ ।

ସୂଚନା : ସୁତରାଂ $\frac{p}{q}$ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଟି ଋଣାତ୍ମକ ହେଲେ $-\frac{p}{q}=x$ ଧନାତ୍ମକ ଅଟେ । ପ୍ରଥମେ ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ ଧନାତ୍ମକ ଦିଗରେ x ର ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ K ନିଅ । O ବିନ୍ଦୁର ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱରେ OK ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନେଇ K′ ବିନ୍ଦୁଟି ଚିହ୍ନଟ କଲେ ଏହି ବିନ୍ଦୁଟି ଋଣାତ୍ମକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା $-x=\frac{p}{q}$ କୁ ସୂଚାଇ ଥାଏ ।

ମନେରଖ :

ଯଦି x ଓ y ଦୁଇଗୋଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଓ $y > x$ ହୁଏ, ତେବେ y ର ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ P, x ର ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ Q ର ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ରହିବ ।



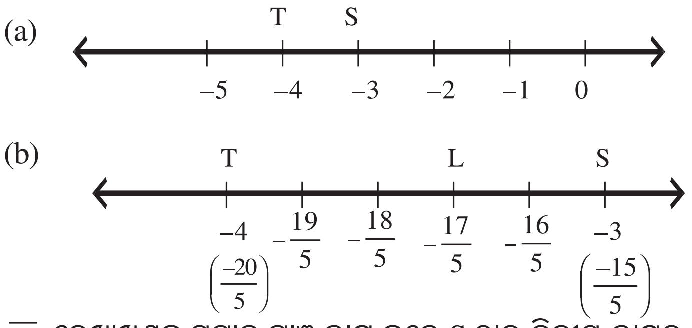
ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣକୁ ଦେଖ :

(ଚିତ୍ର 2.5)

ଉଦାହରଣ –1 : ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ $-\frac{17}{5}$ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଟିକୁ ସୂଚାଅ ।

ସମାଧାନ : $-\frac{17}{5} = -3\frac{2}{5}$ ତେଣୁ

$\therefore -\frac{17}{5}$ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଟି –3 ଓ –4 ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ବିନ୍ଦୁ S ଓ T ଦ୍ୱୟର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ।



(ଚିତ୍ର 2.6)

$\overline{ST}$ ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ ସମାନ ପାଞ୍ଚ ଭାଗ କଲେ S ଠାରୁ ଦ୍ୱିତୀୟ ଭାଗର ପ୍ରାନ୍ତ ବିନ୍ଦୁ L ଦ୍ୱାରା $-\frac{17}{5}\left(=-3\frac{2}{5}\right)$ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଟି ସୂଚିତ ହୁଏ ।

ବିକଳ୍ପ ସମାଧାନ ପାଇଁ ସୂଚନା : ପ୍ରଥମେ $\frac{17}{5}$ ପାଇଁ ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ (K) ସ୍ଥିର କରିବା ପରେ 'O' ବିନ୍ଦୁର ବାମପାର୍ଶ୍ୱରେ OK ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନେଇ K ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟ କରାଯାଇ ପାରିବ, ଯାହା $\frac{-17}{5}$ ର ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ହେବ ।

ଉଦାହରଣ –2 : $\frac{3}{5}$ ଓ $\frac{8}{13}$ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି ବଡ଼ ?

ସମାଧାନ : $\frac{3}{5}$ ଓ $\frac{8}{13}$ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି ବଡ଼, ଏହା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ହେଲେ ପ୍ରଥମେ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟର ହରକୁ ସମାନ କରିବା ଆବଶ୍ୟକ ।

5 ଓ 13 ର ଲ.ସା.ଗୁ. = 65 $\therefore$ $65 \div 5 = 13, 65 \div 13 = 5$

ସୁତରାଂ $\frac{3}{5}=\frac{3\times13}{5\times13}=\frac{39}{65}$ ଏବଂ $\frac{8}{13}=\frac{8\times5}{13\times5}=\frac{40}{65}$ (ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟକୁ ସମହର ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କରାଗଲା ।)

$\frac{39}{65}$ ଓ $\frac{40}{65}$ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟ ଯଥାକ୍ରମେ $\frac{3}{5}$ ଓ $\frac{8}{13}$ ସହ ସମାନ ଅଟେ । ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟକୁ ସୂଚାଉଥିବା ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ ସମାନ 65 ଭାଗ କଲେ, $\frac{39}{65}$ ସଂଖ୍ୟାଟିକୁ ସୂଚାଉଥିବା ବିନ୍ଦୁର ଡାହାଣକୁ $\frac{40}{65}$ ସଂଖ୍ୟାଟିକୁ ସୂଚାଉଥିବା ବିନ୍ଦୁଟି ରହିବ । ତେଣୁ $\frac{40}{65} > \frac{39}{65}$ ଅର୍ଥାତ୍ $\frac{8}{13} > \frac{3}{5}$ ।

ବି.ଦ୍ର. : $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ ହେବ ଯଦି ଏବଂ କେବଳ ଯଦି $ad > bc$ ହେବ ଏବଂ $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ ହେବ ଯଦି ଏବଂ କେବଳ ଯଦି $ad < bc$ ହେବ । ଉପରୋକ୍ତ ତଥ୍ୟକୁ ଭିତ୍ତି କରି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ତୁଳନା ସମ୍ଭବ । ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ ।

2.10 ଦୁଇଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା :

ଆମେ ଜାଣିଛୁ 1 ଓ 5 ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରେ 2,3, 4 ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ଗୁଡ଼ିକ ଅଛନ୍ତି ।

7 ଓ 9 ମଧ୍ୟରେ କେବଳ 8 ଗୋଟିଏ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି ।

ସେହିପରି –5 ଓ 4 ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ଗୁଡ଼ିକ ହେଲା –4, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3 ଏବଂ

–1 ଓ 1 ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟାଟି (0) ଶୂନ । ମାତ୍ର –9 ଓ –10 ମଧ୍ୟରେ କୌଣସି ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ନାହିଁ ।

ଉପରୋକ୍ତ ଆଲୋଚନାରୁ ଆମେ ଜାଣୁଛେ ଯେ, କ୍ରମିକ ହୋଇନଥିବା ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା (ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା) ମଧ୍ୟରେ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା (ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା) ବିଦ୍ୟମାନ ।

ଆସ ଦେଖିବା ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଏହା ସତ୍ୟ କି ନୁହେଁ ?

ବର୍ତ୍ତମାନ ଦେଖାଯାଉ $\frac{3}{10}$ ଓ $\frac{7}{10}$ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ କେତୋଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ରହୁଅଛି ?

ପ୍ରଥମ ପରିସ୍ଥିତି :

ଯେହେତୁ $\frac{3}{10}<\frac{4}{10}<\frac{5}{10}<\frac{6}{10}<\frac{7}{10}$ ତେଣୁ ଆମେ କହିପାରିବା $\frac{4}{10},\frac{5}{10}$ ଓ $\frac{6}{10}$, $\frac{3}{10}$ ଓ $\frac{7}{10}$ ର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ।

ଦ୍ୱିତୀୟ ପରିସ୍ଥିତି :

ପୁନଶ୍ଚ $\frac{3}{10}=\frac{30}{100}$ ଲେଖିଥିଲେ ଓ $\frac{7}{10}=\frac{70}{100}$ ଲେଖିଲେ,

$\frac{31}{100},\frac{32}{100},\ldots\frac{69}{100}$ ଆଦି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ଯ $\frac{3}{10}$ ଓ $\frac{7}{10}$ ର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ହେବେ ।

ତୃତୀୟ ପରିସ୍ଥିତି :

ଯଦି $\frac{3}{10}=\frac{3000}{10000}$ ଓ $\frac{7}{10}=\frac{7000}{10000}$ ଆକାରରେ ଲେଖାଯାଏ ତେବେ $\frac{3001}{10000},\frac{3002}{10000},\ldots\frac{6998}{10000},\frac{6999}{10000}$ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ଯ $\frac{3}{10}$ ଓ $\frac{7}{10}$ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ହେବେ ।

ଉପରୋକ୍ତ ପରିସ୍ଥିତିଗୁଡ଼ିକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କଲେ ଆମେ ଜାଣୁଛେ ଯେ, $\frac{3}{10}$ ଓ $\frac{7}{10}$ ମଧ୍ୟରେ ଅଧିକରୁ ଅଧିକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଭର୍ତ୍ତି କରାଯାଇ ପାରେ ।

ତେଣୁ ଏଥିରୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ଅନୁମେୟ ଯେ, **ଦୁଇଟି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଅସଂଖ୍ୟ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ବିଦ୍ୟମାନ ।**

ଉଦାହରଣ – 3 : -2 ଓ 0 ଭିତରେ ଥିବା 3ଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ।

ସମାଧାନ : $-2=\frac{-20}{10}$ ଓ $0=\frac{0}{10}$ ଲେଖିଲେ, $\frac{-19}{10},\frac{-18}{10},\ldots\frac{-16}{10},\frac{15}{10},\ldots,\frac{-1}{10}$ ଆଦି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା -2 ଓ 0 ମଧ୍ୟରେ ରହିବେ, ଏଥିରୁ ଯେକୌଣସି ତିନୋଟିକୁ ନେଇ ଉତ୍ତରଟି ଲେଖାଯାଇପାରେ ।

ଉଦାହରଣ – 4 : $\frac{-5}{6}$ ଓ $\frac{5}{8}$ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ଯେକୌଣସି ଦଶଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ପ୍ରଥମେ $\frac{-5}{6}$ ଓ $\frac{5}{8}$ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟକୁ ସମାନ ହର ବିଶିଷ୍ଟ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କର ।

ଯଥା : $\frac{-5}{6}=\frac{-5\times4}{6\times4}=\frac{-20}{24}$ ଏବଂ $\frac{5}{8}=\frac{5\times3}{8\times3}=\frac{15}{24}$ ଏଠାରେ $\frac{-20}{24}<\frac{15}{24}\ (\because -20<15)$

ଅତଏବ $\frac{-19}{24},\frac{-18}{24},\frac{-17}{24},\ldots\ldots,\frac{14}{24}$ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ $\frac{-5}{6}$ ଓ $\frac{5}{8}$ ର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ।

ସେଥିରୁ ଯେକୌଣସି ଦଶଟିକୁ ନେଇପାରିବା ।

ବିକଳ୍ପ ସମାଧାନ :

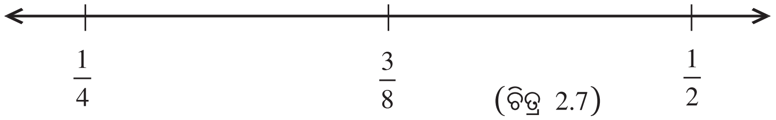
ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟି ଅସମାନ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପାଇଁ ସେହି ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟର ହାରାହାରି ସ୍ଥିର କରାଯାଏ । ଉକ୍ତ ହାରାହାରି ଆବଶ୍ୟକ ହେଉଥିବା ଗୋଟିଏ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ହୋଇଥାଏ ।

ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ, 1 ଓ 2 ର ହାରାହାରି = $\frac{1+2}{2}=\frac{3}{2}$ ଯାହା 1 ଓ 2 ର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ।

ଏହି ଉଦାହରଣରୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ, **ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଏକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ରହି ନ ପାରେ ମାତ୍ର ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ରହିବା ସୁନିଶ୍ଚିତ ।**

ଉଦାହରଣ – 5 : $\frac{1}{4}$ ଓ $\frac{1}{2}$ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : $\frac{1}{4}$ ଓ $\frac{1}{2}$ର ମାଧ୍ୟମାନ



(ଚିତ୍ର 2.7)

ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା = $\frac{1}{2}\left[\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\right]=\frac{1}{2}\left(\frac{1+2}{4}\right)=\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{8}$

$\therefore \frac{3}{8}$ ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଯାହା $\frac{1}{4}$ ଓ $\frac{1}{2}$ ମଧ୍ୟରେ ଅବସ୍ଥିତ । ଚିତ୍ର 2.7 ରେ ଏହାକୁ ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି ।

ଟୀକା :– ଯଦି a ଓ b ଦୁଇଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ହୁଏ, ତେବେ $\frac{a+b}{2}$, a ଓ b ର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା

$a < b$ ହେଲେ $a < \frac{a+b}{2} < b$ ହେବ ।

ଏହି ହାରାହାରି ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ପ୍ରୟୋଗ କରି ଆମେ ଦୁଇଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଅସଂଖ୍ୟ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ପାଇପାରିବା ।

ଉଦାହରଣ – 6 : $\frac{1}{4}$ ଓ $\frac{1}{2}$ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ତିନୋଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ଦତ୍ତ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟର ହାରାହାରି $=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\right]=\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{8}$

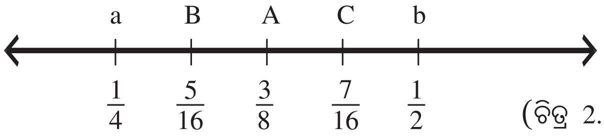
$\therefore \frac{3}{8}, \frac{1}{4}$ ଓ $\frac{1}{2}$ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା । ଅର୍ଥାତ୍ $\frac{1}{4}<\frac{3}{8}<\frac{1}{2}$

ବର୍ତ୍ତମାନ $\frac{1}{4}$ ଓ $\frac{3}{8}$ ର ହାରାହାରି $=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{8}\right) = \frac{1}{2}\times\frac{5}{8}=\frac{5}{16}$ $\quad\therefore \frac{1}{4}<\frac{5}{16}<\frac{3}{8}<\frac{1}{2}$

ପୁନଶ୍ଚ $\frac{3}{8}$ ଓ $\frac{1}{2}$ ର ହାରାହାରି $=\frac{1}{2}\left(\frac{3}{8}+\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}\times\frac{7}{8}=\frac{7}{16}$ $\quad\therefore \frac{1}{4}<\frac{5}{16}<\frac{3}{8}<\frac{7}{16}<\frac{1}{2}$

ତେଣୁ $\frac{5}{16}$, $\frac{3}{8}$ ଓ $\frac{7}{16}$ ତିନୋଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଯାହା $\frac{1}{4}$ ଓ $\frac{1}{2}$ ର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ।

ଏହି ସଂଖ୍ୟା ତିନୋଟି ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ B,A ଓ C ନାମରେ ନାମିତ କରାଯାଇଛି ।



(ଚିତ୍ର 2.8)

ଟୀକା : ହାରାହାରି ସୂତ୍ର ପ୍ରୟୋଗରେ ଆମେ ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ ସୂଚିତ ଯେକୌଣସି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଅସଂଖ୍ୟ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ପାଇପାରିବା ।

ଅନୁଶୀଳନୀ – 2 (b)

1. ପ୍ରଦତ୍ତ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ ସୂଚିତ କର । (i) $\frac{7}{4}$, (ii) $\frac{-5}{6}$, (iii) $\frac{8}{3}$

2. $\frac{-2}{11}, \frac{-5}{11}, \frac{-9}{11}$ କୁ ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ ଦେଖାଅ ।

3. (i) 2 ଠାରୁ ସାନ ପାଞ୍ଚଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ।

(ii) $\frac{3}{5}$ ଓ $\frac{3}{4}$ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ଦଶଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

4. (i) $\frac{-2}{5}$ ଓ $\frac{1}{2}$ ର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ଦଶଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(ii) – 2 ଠାରୁ ବଡ଼ ପାଞ୍ଚଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

5. ନିମ୍ନ ପ୍ରଦତ୍ତ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ପାଞ୍ଚଟି ଲେଖାଏଁ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(i) $\frac{2}{3}$ ଓ $\frac{4}{5}$ (ii) $\frac{-3}{2}$ ଓ $\frac{5}{3}$ (iii) $\frac{1}{4}$ ଓ $\frac{1}{2}$

6. ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଡ଼ିଗୁଡ଼ିକରେ ଥିବା ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାଟିକୁ ସ୍ଥିର କର ।

(i) $\frac{2}{3}$ ଓ $\frac{5}{7}$ (ii) $\frac{3}{4}$ ଓ $\frac{7}{9}$ (iii) $\frac{3}{7}$ ଓ $\frac{4}{11}$

2.11 ସଂଖ୍ୟା ଖେଳ (Playing with Numbers) :

ପୂର୍ବ ଶ୍ରେଣୀରେ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା (ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା), ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ଓ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଛି । ଉକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଧର୍ମ ଗୁଡ଼ିକର ମଧ୍ୟ ସବିଶେଷ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇସାରିଛି । ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ପଦ୍ଧତିରେ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ସମସ୍ତ ସଂଖ୍ୟାରେ ବ୍ୟବହୃତ ଅଙ୍କସମୂହ; ଯଥା– 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ର ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ ଅନୁଯାୟୀ ସଂଖ୍ୟା ଲିଖନ କିପରି ହୁଏ ତାହା ମଧ୍ୟ ତୁମେ ଆଗରୁ ଜାଣିଛ । ଏହି ଅଧ୍ୟାୟରେ ସଂଖ୍ୟା ଲିଖନ ସହ ବିସ୍ତାରିତ ସଂଖ୍ୟାର ରୂପ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଆଲୋଚନା ହେବା ସହିତ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ନେଇ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ଖେଳ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରାଯିବ । ପୂର୍ବ ଶ୍ରେଣୀମାନଙ୍କରେ ପଢ଼ାଯାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟାର ବିଭାଜ୍ୟତା ସଂପର୍କରେ ମଧ୍ୟ କିଛି ଅଧିକ ଆଲୋଚନା ଏହି ଅଧ୍ୟାୟର ଅନ୍ୟ ଏକ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ । ଏହି ଅଧ୍ୟାୟରେ କେତେଗୁଡ଼ିଏ ସଂରଚନାର ଅବତାରଣା କରାଯାଇ ପିଲାମାନଙ୍କର ବୋଧଶକ୍ତିକୁ ମଧ୍ୟ ବଢ଼ାଇବାର ପ୍ରୟାସ କରାଯାଇଛି ।

2.12. ସଂଖ୍ୟାର ବିସ୍ତାରିତ ରୂପ (General Form of Numbers):

ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାର ବିସ୍ତାରିତ ରୂପ ଅଥବା ବ୍ୟାପକ ରୂପ କହିଲେ ସଂଖ୍ୟାର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ଅଙ୍କମାନଙ୍କର ସ୍ଥାନୀୟମାନ ଅନୁଯାୟୀ ସଂଖ୍ୟାର ଲିଖନକୁ ବୁଝାଯାଏ । ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ, $52 = 5 \times 10 + 2 \times 1$, $135 = 1 \times 100 + 3 \times 10 + 5 \times 1$

ସେହିପରି $496 = 4 \times 100 + 9 \times 10 + 6 \times 1$

(496 ର "4" ଶତକ ସ୍ଥାନୀୟ ଅଙ୍କ, "9" ଦଶକ ସ୍ଥାନୀୟ ଅଙ୍କ ଏବଂ '6' ଏକକ ସ୍ଥାନୀୟ ଅଙ୍କ)

ମନେକର "ab" ଗୋଟିଏ ଦୁଇ ଅଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା । ଏହାର ବ୍ୟାପକ ରୂପଟି $a \times 10 + b \times 1 = 10a + b$

ବର୍ତ୍ତମାନ କହି ପାରିବ କି "ba" ର ବ୍ୟାପକ ରୂପଟି କ'ଣ ? (ଏଠାରେ "ab"କୁ axb ଭାବେ ନିଆଯାଇ ନାହିଁ)

ସେହିପରି ତିନି ଅଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା abc ର ବ୍ୟାପକ ରୂପଟି ହେବ : $100a + 10b + c$ ।

ଅନୁରୂପଭାବେ "cba" ର ବ୍ୟାପକ ରୂପଟି ହେବ : $100c + 10b + a$ ।

(ନିଜେ କର) 1. ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ବ୍ୟାପକ ରୂପ ଲେଖ ।

(i) 25 (ii) 73 (iii) 569

2. ନିମ୍ନରେ କେତେଗୁଡ଼ିଏ ସଂଖ୍ୟାର ବ୍ୟାପକ ରୂପକୁ ଦର୍ଶାଯାଇଛି । ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଲେଖ ।

(i) 10 x 5 + 6 (ii) 100 x 7 + 10 x 1 + 8 (iii) 10 p + 10 q + r

2.13. ସଂଖ୍ୟାକୁ ନେଇ ଖେଳ (Game with Numbers) :

2.13.1 ଦୁଇ ଅଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ନେଇ ଖେଳ :

ପ୍ରଥମ ଖେଳ : ଶରତ, ସୁନିତାକୁ ଗୋଟିଏ ଦୁଇ ଅଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଭାବିବାକୁ କହି ନିମ୍ନ ପ୍ରକାରରେ ନିର୍ଦ୍ଦେଶ ଦେବାକୁ ଲାଗିଲା ।

ଶରତ

1. ଯେ କୌଣସି ଗୋଟିଏ ଦୁଇ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଭାବ ।	ମନେକର ସଂଖ୍ୟାଟି (49)
2. ଭାବିଥିବା ସଂଖ୍ୟାଟିର ସ୍ଥାନ ବିନିମୟ କର ।	ସଂଖ୍ୟାର ସ୍ଥାନ ବିନିମୟ କଲେ (94)
3. ସ୍ଥାନ ବିନିମୟ ଦ୍ୱାରା ଉତ୍ପନ୍ନ ସଂଖ୍ୟାକୁ ପ୍ରଥମେ ନେଇ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ସହ ମିଶାଅ :	ଉତ୍ପନ୍ନ ସଂଖ୍ୟା ଓ ପୂର୍ବ ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି (143)
4. ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟିକୁ "11" ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରି ଭାଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।	ସମଷ୍ଟିକୁ "11"ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ ଭାଗଫଳ (13)
5. ଦେଖିବ "11" ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିବା ଫଳରେ ଭାଗଶେଷ ରହିବ ନାହିଁ ।	ଭାଗଶେଷ (0) ଶୂନ

ସୁନିତା

ସୁନିତା, ଶରତକୁ କହିଲା ଭାଇ ତୁମେ କିପରି ଜାଣିଲ ଯେ, ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଭାଗଶେଷ କିଛି ରହିବ ନାହିଁ ?

ବର୍ତ୍ତମାନ ଆସ ଏ ଖେଳ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ କୌଶଳଟି କ'ଣ ବୁଝିବା ।

ଖେଳରେ ବ୍ୟବହୃତ କୌଶଳର ବିଶ୍ଳେଷଣ :

ମନେକର ସଂଖ୍ୟାଟି ab, ଯାହାର ବ୍ୟାପକ ରୂପ 10a + b । ସଂଖ୍ୟାର ସ୍ଥାନବିନିମୟ କରିବା ଦ୍ୱାରା ଉତ୍ପନ୍ନ ସଂଖ୍ୟାଟି ba ହେବ । ଯାହାର ବ୍ୟାପକ ରୂପ 10b + a ହେବ ।

ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟି $= 10a + b + 10b + a = 10a + a + 10b + b = 11a + 11b = 11 (a + b)$

ଏଥିରୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ଜଣାପଡ଼ିଲା ଯେ, ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟି ସଦାସର୍ବଦା "11' ର ଏକ ଗୁଣିତକ; ତେଣୁ ସଂଖ୍ୟା ସମଷ୍ଟିକୁ 11 ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ ଭାଗଶେଷ ରହିବ ନାହିଁ ।

ଲକ୍ଷ୍ୟ କର: ସଂଖ୍ୟା ସମଷ୍ଟିକୁ ''11' ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ ଭାଗଫଳ, ଭାବିଥିବା ସଂଖ୍ୟାର ଅଙ୍କ ଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟି ସହ ସମାନ ହେବ ।

ପ୍ରଥମ ଖେଳରୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ହେବ ଯେ, ଭାଗକ୍ରିୟାରେ ଭାଗଫଳଟି 13 ଯାହା ଭାବିଥିବ ସଂଖ୍ୟା 49 ର ଅଙ୍କ ଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟି ।

(ନିଜେ କର)

ପ୍ରଥମ ଖେଳକୁ ଅନୁସରଣ କରି ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଭାଗଶେଷ ଏବଂ ଭାଗଫଳ କେତେ ରହୁଛି ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ – (i) 27 (ii) 39 (iii) 64 (iv) 78

ଦ୍ୱିତୀୟ ଖେଳ :

ଶରତ ପୁଣି ସୁନିତାକୁ ଗୋଟିଏ ଦୁଇ ଅଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଭାବିବାକୁ କହି ନିମ୍ନ ପ୍ରକାରରେ ନିର୍ଦ୍ଦେଶ ଦେବାକୁ ଲାଗିଲା ।

ଶରତ

1. ଯେ କୌଣସି ଗୋଟିଏ ଦୁଇ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଭାବ ।	ମନେକର ସଂଖ୍ୟାଟି (29)
2. ଭାବିଥିବା ସଂଖ୍ୟାଟିର ସ୍ଥାନ ବିନିମୟ କର ।	ସଂଖ୍ୟାର ସ୍ଥାନ ବିନିମୟ କଲେ (92)
3. ସ୍ଥାନ ବିନିମୟ ଦ୍ୱାରା ଉତ୍ପନ୍ନ ସଂଖ୍ୟାକୁ ପ୍ରଥମେ ନେଇ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟର ଅନ୍ତରଫଳ ସ୍ଥିର କର । (ଅନ୍ତରଫଳ ଧନାତ୍ମକ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ)	ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟର ଅନ୍ତରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲା (92–29=63)
4. ଅନ୍ତରଫଳକୁ "9" ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କର ।	ଅନ୍ତରଫଳକୁ "9" ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ, ଭାଗଫଳ (7)
5. ଦେଖିବ "9" ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିବା ଫଳରେ ଭାଗଶେଷ ରହିବ ନାହିଁ ।	ଭାଗଶେଷ (0)

ସୁନିତା

ସୁନିତା ପୁଣି ଶରତକୁ କହିଲା ଭାଇ ତୁମେ କିପରି ଜାଣିଲ ଯେ, ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଭାଗଶେଷ କିଛି ରହିବ ନାହିଁ ?

ବର୍ତ୍ତମାନ ଆସ ଏ ଖେଳ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ କୌଶଳଟି କ'ଣ ବୁଝିବା ।

ଖେଳରେ ବ୍ୟବହୃତ କୌଶଳର ବିଶ୍ଳେଷଣ :

ମନେକର ସଂଖ୍ୟାଟି ab ଯାହାର ବ୍ୟାପକ ରୂପ $10a + b$ । ସଂଖ୍ୟାର ସ୍ଥାନବିନିମୟ କରିବା ଦ୍ୱାରା ଉତ୍ପନ୍ନ ସଂଖ୍ୟାଟି ba ହେବ, ଯାହାର ବ୍ୟାପକ ରୂପ $10\,b + a$ ହେବ ।

ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟର ଅନ୍ତରଫଳ $= (10\,b + a) - (10a + b)\ (a < b)$

$= 10\,b + a - 10\,a - b$

$= 10\,b - b + a - 10\,a$

$= 9\,b - 9a = 9\,(b - a)$

[ଯଦି $a > b$ ହୋଇଥାଏ ଅନ୍ତରଫଳ $9\,(a - b)$ ହେବ

ବିଶ୍ଳେଷଣ : $(10a + b) - (10b + a) = 10a + b - 10b - a = 10\,a - a + b - 10\,b = 9\,a - 9\,b = 9(a - b)$]

ଏଥିରୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ଜଣାପଡ଼ିଲା ଯେ, ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟର ଅନ୍ତରଫଳ ସଦାସର୍ବଦା "9" ର ଗୁଣିତକ । ତେଣୁ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟର ଅନ୍ତରଫଳକୁ "9" ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ ଭାଗଶେଷ ରହିବ ନାହିଁ ।

ଲକ୍ଷ୍ୟକର : ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟର ଅନ୍ତରଫଳକୁ "9" ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ ଭାଗଫଳ, ଭାବିଥିବା ସଂଖ୍ୟାର ଅଙ୍କଦ୍ୱୟର ଅନ୍ତରଫଳ ସହ ସମାନ ହେବ ।

(i) $a < b$ ହେଲେ $b - a$ ଏବଂ (ii) $a > b$ ହେଲେ $a - b$ ହେବ ।

ଦ୍ୱିତୀୟ ଖେଳରୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ହେବ ଯେ, ଭାଗ କରିବା ଦ୍ୱାରା ଭାଗଫଳଟି '7' ଯାହା ଭାବିଥିବା ସଂଖ୍ୟା 29 ର ଅଙ୍କଦ୍ୱୟର ଅନ୍ତରଫଳ ସହ ସମାନ ।

(ନିଜେ କର) ଦ୍ୱିତୀୟ ଖେଳକୁ ଅନୁସରଣ କରି ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଭାଗଶେଷ ଏବଂ ଭାଗଫଳ କେତେ ରହୁଛି ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ : (i) 17 (ii) 21 (iii) 96 (iv) 37

2.13.2 ତିନି ଅଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ନେଇ ଖେଳ :

ତୃତୀୟ ଖେଳ : ବର୍ତ୍ତମାନ ସୁନିତାର ପାଳି । ସୁନିତା, ଶରତକୁ ଗୋଟିଏ ତିନି ଅଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଭାବିବାକୁ କହିଲା ଏବଂ ପରେ ନିର୍ଦ୍ଦେଶ ଅନୁଯାୟୀ କାର୍ଯ୍ୟ କରିବାକୁ କହିଲା ।

ସୁନିତା

ନିର୍ଦ୍ଦେଶଗୁଡ଼ିକ ହେଲା –	ନିର୍ଦ୍ଦେଶ ଅନୁଯାୟୀ ଶରତ ଦ୍ୱାରା ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ କାର୍ଯ୍ୟ
(i) ଗୋଟିଏ ତିନି ଅଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଭାବ ।	(i) (349)
(ii) ସଂଖ୍ୟାଟିକୁ ଓଲଟାଇ କ୍ରମରେ ଲେଖ ।	(ii) (943)
(iii) ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାରୁ ସାନ ସଂଖ୍ୟା ବିୟୋଗ କର ।	(iii) (594) (943 – 349 = 594)
(iv) ବିୟୋଗଫଳକୁ "99" ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରି ଭାଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।	(iv) ଭାଗଫଳ (594 ÷ 99 = 6) ଓ ଭାଗଶେଷ ରହୁନାହିଁ ।

ଶରତ

ଖେଳରେ ବ୍ୟବହୃତ କୌଶଳର ବିଶ୍ଳେଷଣ :

ମନେକର ସଂଖ୍ୟାଟି abc ଯାହାର ବ୍ୟାପକ ରୂପ $100a + 10b + c$ $(a > c)$ ସଂଖ୍ୟାଟିକୁ ଓଲଟା କ୍ରମରେ ଲେଖିଲେ cba ହେବ । cba ର ବ୍ୟାପକ ରୂପ ହେଲା $100c + 10b + a$ ହେବ ।

ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାରୁ ସାନ ସଂଖ୍ୟା ବିୟୋଗ କଲେ ପାଇବା : $(100a + 10b + c) - (100c + 10b + a)$

$$= 100a + 10b + c - 100c - 10b - a$$

$$= 100a - a - 100c + c = 99a - 99c = 99\,(a - c)$$

(ଯଦି $c > a$ ହୋଇ ଥାଏ ତେବେ ବିୟୋଗଫଳ $99\,(c - a)$ ହେବ)

ଏଥିରୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ଜଣାପଡ଼ିଲା ଯେ, ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟର ବିୟୋଗଫଳ "99" ର ଏକ ଗୁଣିତକ । ତେଣୁ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟର ବିୟୋଗଫଳକୁ "99" ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ ଭାଗଶେଷ ରହିଲା ନାହିଁ ।

ଲକ୍ଷ୍ୟ କର :

ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟର ବିୟୋଗଫଳକୁ "99" ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ ଭାଗଫଳ ଶତକ ଏବଂ ଏକକ ସ୍ଥାନୀୟ ଅଙ୍କ ଦ୍ୱୟର ଅନ୍ତରଫଳ ସହ ସମାନ ହେବ ।

ଉକ୍ତ ଖେଳରୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ହେବ ଯେ, ଭାଗ କରିବା ଦ୍ୱାରା ଭାଗଫଳ "6" ଯାହା ଭାବିଥିବା ତିନି ଅଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା "349"ର ଏକକ ଓ ଶତକ ସ୍ଥାନୀୟ ଅଙ୍କ ଦ୍ୱୟର ଅନ୍ତରଫଳ ସହ ସମାନ ।

ନିଜେ କର

ତୃତୀୟ ଖେଳକୁ ଅନୁସରଣ କରି ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଭାଗଶେଷ ଓ ଭାଗଫଳ କେତେ ରହୁଛି ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ :

(i) 132 (ii) 469 (iii) 543 (iv) 901

ଚତୁର୍ଥ ଖେଳ :

ବର୍ତ୍ତମାନ ଶରତର ପାଳି । ଶରତ ସୁନିତାକୁ ତିନୋଟି ଅଙ୍କ ଭାବିବାକୁ କହିଲା ଏବଂ ନିର୍ଦ୍ଦେଶ ମୁତାବକ କାର୍ଯ୍ୟ କରିବାକୁ କହିଲା ।

ଶରତ

ସୁନିତା

ନିର୍ଦ୍ଦେଶ ସମୂହ :	ନିର୍ଦ୍ଦେଶ ମୁତାବକ ସୁନିତାର କାର୍ଯ୍ୟ
(i) ତିନୋଟି ଭିନ୍ନ ଅଙ୍କ ଭାବିବାକୁ କହିଲା ।	(i) 2, 3, ଏବଂ 7
(ii) ଏ ଅଙ୍କ ତ୍ରୟକୁ ନେଇ ତିନୋଟି ତିନି ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଗଠନ କରିବାକୁ କହିଲା; ଯେଉଁଥିରେ ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକ ଗଠିତ ସଂଖ୍ୟାରେ ଥରେ ମାତ୍ର ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ସ୍ଥାନ ନେବେ । ଯଥା : ଅଙ୍କତ୍ରୟ ଯଦି a, b, c ହୋଇଥାଏ, ତେବେ abc, cab ଏବଂ bca	(ii) 237, 723, 372
(iii) ସଂଖ୍ୟା ତ୍ରୟର ସମଷ୍ଟି ସ୍ଥିର କରି ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ କହିଲା ।	(iii) 237 + 723 + 372 = 1332
(iv) ସମଷ୍ଟିକୁ 37 ଦ୍ଵାରା ଭାଗ କରିବାକୁ କହିଲା	(iv) 1332 ÷ 37 = 36
(v) ଦେଖିବ ସଂଖ୍ୟାତ୍ରୟର ସମଷ୍ଟି କୁ 37 ଦ୍ଵାରା ଭାଗ କଲେ ଭାଗଶେଷ ରହୁନାହିଁ ।	(v) ଭାଗଶେଷ ରହୁ ନାହିଁ ।

ଖେଳରେ ବ୍ୟବହୃତ କୌଶଳର ବିଶ୍ଳେଷଣ :

abc ର ବ୍ୟାପକ ରୂପ $100a + 10b + c$,

cab ର ବ୍ୟାପକ ରୂପ $100c + 10a + b$ ଏବଂ bca ର ବ୍ୟାପକ ରୂପ $100b + 10c + a$ ।

ସଂଖ୍ୟାତ୍ରୟର ସମଷ୍ଟି $= (100a + 10b+c) + (100c + 10a + b) + (100b + 10c + a)$

$= (100a + 10a + a) + (100b + 10b + b) + (100c + 10c + c)$

$= 111a + 111b + 111c = 111 (a + b + c) = 37 \times 3 (a + b + c)$

ଏଥିରୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ଜଣାପଡ଼ିଲା ଯେ, ସଂଖ୍ୟାତ୍ରୟର ସମଷ୍ଟି ସଦାସର୍ବଦା "37" ର ଏକ ଗୁଣିତକ । ତେଣୁ ସଂଖ୍ୟାତ୍ରୟର ସମଷ୍ଟିକୁ 37 ଦ୍ଵାରା ଭାଗ କଲେ ଭାଗଶେଷ ରହିବ ନାହିଁ ।

ଲକ୍ଷ୍ୟକର :

ସଂଖ୍ୟା ତ୍ରୟର ସମଷ୍ଟି କୁ "37" ଦ୍ଵାରା ଭାଗକଲେ ଭାଗଫଳ, ଭାବିଥିବା ସଂଖ୍ୟାର ଅଙ୍କତ୍ରୟର ସମଷ୍ଟିର 3 ଗୁଣ ସହ ସମାନ ହେବ ।

ଉକ୍ତ ଖେଳରୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ହେବ ଯେ, ଭାଗକରିବା ଦ୍ଵାରା ଭାଗଫଳଟି 36; ଯାହା ଅଙ୍କ ତ୍ରୟର ସମଷ୍ଟିର 3 ଗୁଣ ସହ ସମାନ ।

ଦତ୍ତ ସଂରଚନାକୁ ଦେଖ ଏବଂ ମନେରଖ :

3 x 37 = 111	12 x 37 = 444
6 x 37 = 222	15 x 37 = 555
9 x 37 = 333	18 x 37 = 666 ଇତ୍ୟାଦି ।

(ନିଜେ କର)

1. ଚତୁର୍ଥ ଖେଳକୁ ଅନୁସରଣ କରି ନିମ୍ନ ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଭାଗଶେଷ ଓ ଭାଗଫଳ କେତେ ରହୁଛି ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ : (i) 4, 1, 7 (ii) 6, 3, 2 (iii) 1, 2, 3 (iv) 9, 3, 7

2. ନିମ୍ନ ସଂରଚନାଗୁଡ଼ିକୁ ଦେଖି ଅତିକମ୍‌ରେ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଦୁଇଟି ଧାଡ଼ି ଲେଖ ।

(a)

7 x 9 = 63
77 x 99 = 7623
777 x 999 = 776223
7777 x 9999 = 77762223

(b)

2178 x 4 = 8712
21978 x 4 = 87912
219978 x 4 = 879912
2199978 x 4 = 8799912

2.14. ବିଭାଜ୍ୟତା ପରୀକ୍ଷା (Tests of Divisibility) :

ପୂର୍ବ ଶ୍ରେଣୀରେ 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 ପ୍ରଭୃତି ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ପାଇଁ ବିଭାଜ୍ୟତା କିପରି ପରୀକ୍ଷା କରାଯାଏ ତାହା ତୁମେମାନେ ପଢ଼ିଛ, ଅର୍ଥାତ୍ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା ଉକ୍ତ ସଂଖ୍ୟା / ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ କି ନାହିଁ ତୁମେମାନେ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖିସାରିଛ । ଉପରୋକ୍ତ ବିଭାଜ୍ୟତା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଅଧିକ ଆଲୋଚନା ଏଠାରେ କରିବା ।

2.14.1 ସଂଖ୍ୟା 10 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତା (Divisibility by 10):

କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା '10' ର ଗୁଣିତକ ହେଲେ, ସଂଖ୍ୟାଟି 10 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ । ଏଥିରେ କୌଣସି ସନ୍ଦେହ ନାହିଁ । ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

10, 20, 30, 40, 50 .....ଆଦି '10' ର ଗୁଣିତକ ଅଟନ୍ତି ଏବଂ ଏମାନଙ୍କର ଏକକ ସ୍ଥାନୀୟ ଅଙ୍କ '0' । ତେଣୁ ଏଥିରୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ଜଣାଗଲା ଯେ, କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାର ଏକକ ସ୍ଥାନୀୟ ଅଙ୍କ "0' ହେଲେ ସଂଖ୍ୟାଟି 10 ର ଗୁଣିତକ ହେବ ଏବଂ ସଂଖ୍ୟାଟି 10 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ । ବର୍ତ୍ତମାନ ଉକ୍ତ ବିଭାଜ୍ୟତା ନିୟମ ବୁଝିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା ।

".....cba' ମନେକର ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା ।

ଉକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାର ବ୍ୟାପକ ରୂପ ..... + 100c + 10b + a ହେବ ।

ଏଠାରେ "a' ଏକକ ସ୍ଥାନୀୟ ଅଙ୍କ, "b" ଦଶକ ସ୍ଥାନୀୟ ଅଙ୍କ ଏବଂ c ଶତକ ସ୍ଥାନୀୟ ଅଙ୍କ ଇତ୍ୟାଦି ।

10, 100 ଇତ୍ୟାଦି 10 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେତୁ 10b ଏବଂ 100c ମଧ୍ୟ 10 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ । କିନ୍ତୁ "a" 10 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବା ଦରକାର । ଏଥିପାଇଁ a = 0 ହେବା ଆବଶ୍ୟକ । ଅର୍ଥାତ୍ ଏକକ ସ୍ଥାନୀୟ ଅଙ୍କ a, 0 ହେଲେ ଦତ୍ତ ସଂଖ୍ୟାଟି "10" ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜିତ ହେବ । ତେଣୁ

10 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତା ନିୟମଟି ହେଲା –

କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାର ଏକକ ସ୍ଥାନୀୟ ଅଙ୍କ 0 ହୋଇଥିଲେ ଦତ୍ତ ସଂଖ୍ୟାଟି 10 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ ।

(ନିଜେ କର) ନିମ୍ନ ସଂରଚନାକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରି ପରବର୍ତ୍ତୀ ଦୁଇ ଧାଡ଼ି ଲେଖ ।

(a)

$10 = 10^1$

$10 \times 10 = 100 = 10^2$

$10 \times 10 \times 10 = 1000 = 10^3$

$10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10000 = 10^4$

(b)

$\frac{1}{10} = 10^{-1} = 0.1$

$\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = 10^{-2} = 0.01$

$\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = 10^{-3} = 0.001$

$\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = 10^{-4} = 0.0001$

2.14.2 ସଂଖ୍ୟା 5 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତା (Divisibility by 5) :

'5' ର ଗୁଣିତକ ଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର । ସେଗୁଡ଼ିକ ହେଲା : 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55......

ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କଲେ ଦେଖିବା ଯେ ଏଗୁଡ଼ିକର ଏକକ ସ୍ଥାନୀୟ ଅଙ୍କ 5 କିମ୍ବା 0 । 5 ଏବଂ 0 ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା ନୁହେଁ ।

ତେଣୁ ବିଭାଜ୍ୟତା ନିୟମଟି ହେଲା –

କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାର ଏକକ ସ୍ଥାନୀୟ ଅଙ୍କ 0 କିମ୍ବା 5 ହୋଇଥିଲେ ସଂଖ୍ୟାଟି '5' ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ଉକ୍ତ ବିଭାଜ୍ୟତା ନିୟମର ଅବତାରଣା କାହିଁକି ? ଆସ ବୁଝିବା ।

ପୂର୍ବ ପରି .... cab ଏକ ସଂଖ୍ୟା । ଯାହାର ବ୍ୟାପକ ରୂପଟି .... 100c + 10b + a । ଏଠାରେ 10b, 100c...... ଇତ୍ୟାଦି 5 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ । କାରଣ 5 ର ଗୁଣିତକ 10 ଓ 100 । ଦତ୍ତ ସଂଖ୍ୟାଟି '5' ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବାକୁ ହେଲେ a ମଧ୍ୟ 5 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜିତ ହେବା ଦରକାର । ତେଣୁ a ର ମାନ 0 କିମ୍ବା 5 ହେବା ଦରକାର ।

2.14.3. ସଂଖ୍ୟା "2" ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତା (Divisibility by 2) :

"2" ର ଗୁଣିତକ (ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା) ଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାର ଏକକ ସ୍ଥାନୀୟ ଅଙ୍କ ଯଦି 0, 2, 4, 6 କିମ୍ବା 8 ହୋଇଥାଏ ତେବେ ସଂଖ୍ୟାଟି "2' ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ । ଅନ୍ୟପ୍ରକାରେ କହିବାକୁ ଗଲେ,

ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ 2 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ଉକ୍ତ ବିଭାଜ୍ୟତା ନିୟମର ଅବତାରଣା କରାଯାଉ ।

ପୂର୍ବ ଉଦାହରଣ ପରି .....c b a ଏକ ସଂଖ୍ୟା ତେବେ ଏହାର ବ୍ୟାପକ ରୂପ ....+100c + 10b + a । ପ୍ରଥମ ଦୁଇଟି ପଦ 100c ଏବଂ 10 b ପ୍ରତ୍ୟେକେ 2 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ କାରଣ 100 ଏବଂ 10 '2' ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ । ଏଠାରେ ଦତ୍ତ ସଂଖ୍ୟାଟି "2" ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ ଯଦି "a' "2' ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ ।

ଏହା କେବଳ ସମ୍ଭବ ଯଦି a = 0, 2, 4, 6 କିମ୍ବା 8 ହେବ ।

2.14.4 ସଂଖ୍ୟା '9' ଏବଂ '3' ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତା (Divisibility by 9 and 3) :

10, 5 ଏବଂ 2 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତା ପରୀକ୍ଷଣ, ସଂଖ୍ୟାର କେବଳ ଏକକ ସ୍ଥାନୀୟ ଅଙ୍କ ଉପରେ ନିର୍ଭର କରିଥାଏ । ଅର୍ଥାତ୍ 10, 5 ଏବଂ 2 ର ବିଭାଜ୍ୟତା ପରୀକ୍ଷଣ ପାଇଁ ସଂଖ୍ୟାର ଏକକ ସ୍ଥାନୀୟ ଅଙ୍କକୁ ଛାଡ଼ି ଅନ୍ୟ ଅଙ୍କ ଗୁଡ଼ିକର ଆବଶ୍ୟକତା ପଡ଼ି ନଥାଏ । କିନ୍ତୁ "9" କିମ୍ବା "3" ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତା ପରୀକ୍ଷଣ ପାଇଁ ସଂଖ୍ୟାରେ ଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅଙ୍କର ଆବଶ୍ୟକତା ପଡ଼ିଥାଏ । "9" ଏବଂ "3" ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତା ନିୟମଟିକୁ ମନେ ପକାଅ ।

ବିଭାଜ୍ୟ ନିୟମଟି ହେଲା –

(i) କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାର ଅଙ୍କମାନଙ୍କ ସମଷ୍ଟି 9 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟହେଲେ ସଂଖ୍ୟଟି 9 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହୁଏ । ଅନ୍ୟଥା ସଂଖ୍ୟାଟି 9 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ ନାହିଁ ।

(ii) କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାର ଅଙ୍କମାନଙ୍କ ସମଷ୍ଟି 3 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେଲେ ସଂଖ୍ୟାଟି 3 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହୁଏ । ଅନ୍ୟଥା 3 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ ନାହିଁ ।

ଉକ୍ତ ବିଭାଜ୍ୟତା ସୂତ୍ରର ଅବତାରଣା କାହିଁକି ହୋଇଛି ଆସ ତାହାକୁ ବୁଝିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା ।

ବିଶ୍ଳେଷଣ : ମନେକର ସଂଖ୍ୟାଟି c b a ।

c b a ସଂଖ୍ୟାର ବ୍ୟାପକ ରୂପ $= 100c + 10b + a$

$= (99c + c) + (9b + b) + a = 99c + 9b + (a + b + c) = 9\ (11c + b) + (a + b + c)$

ଏଠାରେ cba ସଂଖ୍ୟାର ବ୍ୟାପକ ରୂପର ରୂପାନ୍ତରଣରେ ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଥିବା 9 (11c + b) ପଦଟି "9" ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ । ଯଦି (a + b + c) ଅର୍ଥାତ୍ ସଂଖ୍ୟାର ଅଙ୍କ ତ୍ରୟର ସମଷ୍ଟି 9 ଦ୍ୱାରା (କିମ୍ବା 3 ଦ୍ୱାରା) ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ, ତେବେ "cba" ସଂଖ୍ୟାଟି 9 (କିମ୍ବା 3 ଦ୍ୱାରା) ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ ।

ଆସ ଏକ ଉଦାହରଣ ମାଧ୍ୟମରେ ଉକ୍ତ ବିଭାଜ୍ୟତାକୁ ବୁଝିବାକୁ ଚେଷ୍ଟାକରିବା ।

ଉଦାହରଣ – 7 : "3573" ସଂଖ୍ୟାଟି "9" ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ କି ନୁହେଁ ପରୀକ୍ଷା କରିବା ।

ସମାଧାନ : 3573 ର ବ୍ୟାପକ ରୂପ $= 3 \times 1000 + 5 \times 100 + 7 \times 10 + 3 \times 1$

$= 3 \times (999 + 1) + 5\,(99 + 1) + 7\,(9 + 1) + 3 \times 1$

$= 3 \times 999 + 5 \times 99 + 7 \times 9 + (3 + 5 + 7 + 3)$

$= 9\,(3 \times 111 + 5 \times 11 + 7) + (3 + 5 + 7 + 3)$

ଏଥିରୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ଜଣାପଡୁଛି ଯେ, ସଂଖ୍ୟାର ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକର ସମଷ୍ଟି (3 + 5 + 7 +3 = 18), 9 କିମ୍ବା 3 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ଅର୍ଥାତ୍ 3573, 9 କିମ୍ବା 3 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜିତ ହେବ ।

ଉଦାହରଣ – 8 : 3576 ସଂଖ୍ୟାଟି 9 କିମ୍ବା 3 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତା ପରୀକ୍ଷା କର ।

ସମାଧାନ : 3576 $= 3 \times 1000 + 5 \times 100 + 7 \times 10 + 6$

$= 3\,(999 + 1) + 5\,(99 + 1) + 7\,(9 + 1) + 6$

$= 3 \times 999 + 5 \times 99 + 7 \times 9 + (3 + 5 + 7 + 6)$

ଏଠାରେ (3 + 5 + 7 + 6) ଅର୍ଥାତ୍ 21 "9" ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ନୁହେଁ କିନ୍ତୁ "3" ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ।

ତେଣୁ ସଂଖ୍ୟା 3576 କେବଳ 3 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ।

ଟୀକା : '9' ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟ '3' ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ । କାରଣ '3'ର '9' ଏକ ଗୁଣିତକ । କିନ୍ତୁ '3' ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା '9' ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ନ ହୋଇ ପାରେ ।

ନିଜେ କର

1. '9' ର ବିଭାଜ୍ୟତା ନିୟମକୁ ଆଧାର କରି ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର "9" ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତାକୁ ପରୀକ୍ଷା କର ।
   (i) 108 (ii) 616 (iii) 294 (iv) 432 (v) 927
2. '3' ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜିତ ନିୟମକୁ ଆଧାର କରି ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର "3" ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତାକୁ ପରୀକ୍ଷା କର ।
   ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଗୁଡ଼ିକ ଉଭୟ 3 ଏବଂ 9 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ?
   (i) 117, (ii) 213, (iii) 1735, (iv) 52722, (v) 317424, (vi) 63171423

2.14.5 ସଂଖ୍ୟା '11' ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତା (Divisibility by 11) :

"11" ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତା ନିୟମକୁ ମନେପକାଅ ।

ବିଭାଜ୍ୟତା ନିୟମଟି ହେଲା:

କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାର ଯୁଗ୍ମ ସ୍ଥାନୀୟ ଏବଂ ଅଯୁଗ୍ମ ସ୍ଥାନୀୟ ଅଙ୍କ ଗୁଡ଼ିକର ସମଷ୍ଟିର ଅନ୍ତର ଯଦି 11 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହୁଏ, ତେବେ ସଂଖ୍ୟାଟି ମଧ୍ୟ 11 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ ।

ଉକ୍ତ ନିୟମର ଅବତାରଣାର ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ସମ୍ପର୍କରେ ଆସ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

(i) ଏକ ତିନି ଅଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା cba ର ସାଧାରଣ ରୂପ $= 100c + 10b + a$

$= 99c + c + 11b - b + a = (99c + 11b) + (c - b + a)$

$= 11\,(9c + b) + (a + c - b)$

ଯଦି cba ସଂଖ୍ୟାଟି "11" ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ ତେବେ (a + c – b) ସଂପର୍କରେ କ'ଣ କୁହାଯାଇପାରେ ଭାବି ଦେଖ ।

(ii) ମନେକର d c b a ଏକ ଚାରି ଅଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ।

d c b a ର ବ୍ୟାପକ ରୂପ $= 1000\,d + 100\,c + 10\,b + a$

$= 1001\,d - d + 99\,c + c + 11b - b + a$

$= 1001\,d + 99\,c + 11b + \{(a+c) - (b+d)\} = 11\,(91d + 9c + b) + \{(a+c) - (b+d)\}$

ଯଦି ଦତ୍ତ ସଂଖ୍ୟାଟି 11 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ ତେବେ ((a+c) – (b+d)) ସଂପର୍କରେ କ'ଣ କୁହାଯାଇ ପାରେ ଭାବି ଦେଖ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ (i) ଓ (ii) ର ବିଶ୍ଳେଷଣରୁ ପାଇବା – **କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାର ଯୁଗ୍ମ ସ୍ଥାନୀୟ ଅଙ୍କମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି ଏବଂ ଅଯୁଗ୍ମ ସ୍ଥାନୀୟ ଅଙ୍କମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟିର ଅନ୍ତର, 11 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେଲେ, ସଂଖ୍ୟାଟି "11" ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ ।**

ଉଦାହରଣ – 9 : 1309 ସଂଖ୍ୟାଟି 11 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ କି ନାହିଁ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖିବା ।

ସମାଧାନ : 1309 ସଂଖ୍ୟାର ଯୁଗ୍ମ ସ୍ଥାନୀୟ ଅଙ୍କମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି

(ବାମରୁ ଦ୍ୱିତୀୟ ଓ ଚତୁର୍ଥ ସ୍ଥାନର ଅଙ୍କମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି) $=3 + 9 = 12$

ଅଯୁଗ୍ମ ସ୍ଥାନୀୟ ଅଙ୍କମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି (ବାମରୁ ପ୍ରଥମ ଓ ତୃତୀୟ ସ୍ଥାନର ଅଙ୍କମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି) $=1+ 0=1$

ଏଠାରେ ପ୍ରାପ୍ତ ସମଷ୍ଟି ଦ୍ୱୟର ଅନ୍ତରଫଳ $=12-1=11$ ଯାହା 11 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ

$\therefore$ ସଂଖ୍ୟାଟି 11 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ।

ଉଦାହରଣ – 10 : 3521745238 ସଂଖ୍ୟାଟି "11" ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ କି ନାହିଁ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ ।

ସମାଧାନ : 3521745238 ସଂଖ୍ୟାର ଯୁଗ୍ମ ସ୍ଥାନୀୟ ଅଙ୍କମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି $(5 + 1 + 4 + 2 + 8) = 20$

ଏବଂ ଅଯୁଗ୍ମ ସ୍ଥାନୀୟ ଅଙ୍କମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି $= (3+2+7+5+3) = 20$

ସମଷ୍ଟି ଦ୍ୱୟର ଅନ୍ତରଫଳ $= 20 - 20 = 0$,

ଯାହା "11" ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ; ତେଣୁ ସଂଖ୍ୟାଟି "11" ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ ।

ନିଜେ କର

1. '11' ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତା ନିୟମକୁ ଆଧାର କରି ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର 11 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତାକୁ ପରୀକ୍ଷା କର ।

   (i) 1331, (ii) 14641, (iii) 132055, (iv) 2354012, (v) 2573439

2. ନିମ୍ନ ସଂରଚନାଗୁଡ଼ିକୁ ଦେଖି ପରବର୍ତ୍ତୀ ଧାଡ଼ିଟି ଲେଖ ।

$11 = 11$	$1 + 1 = 2^1$
$11 \times 11 = 121$	$1 + 2 + 1 = 2^2$
$11 \times 11 \times 11 = 1331$	$1 + 3 + 3 + 1 = 2^3$

ଟୀକା : (i) ଉତ୍ପନ୍ନ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଓଲଟାଇ ଲେଖିଲେ ମଧ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାଟି ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ରହେ ।

(ii) ଗୁଣଫଳର ଅଙ୍କମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି ଯଥାକ୍ରମେ $2^1, 2^2, 2^3, 2^4$ ... ଇତ୍ୟାଦି ହେବ ।

ଅନୁଶୀଳନୀ - 2 (c)

1. ନିମ୍ନ ସଂରଚନାଗୁଡ଼ିକୁ ଦେଖି ପରବର୍ତ୍ତୀ ଦୁଇଟି ଧାଡ଼ି ଲେଖ ।

(a)
$1 \times 9 + 1 = 10$
$12 \times 9 + 2 = 110$
$123 \times 9 + 3 = 1110$

(b)
$1 \times 8 + 1 = 9$
$12 \times 8 + 2 = 98$
$123 \times 8 + 3 = 987$

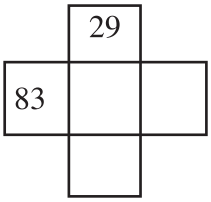
(c)
$6 \times 11 = 66$
$89 \times 101 = 8989$
$706 \times 1001 = 706706$

(d)
$1 + 2 = 3$
$4 + 5 + 6 = 7 + 8$
$9 + 10 + 11 + 12 = 13 + 14 + 15$

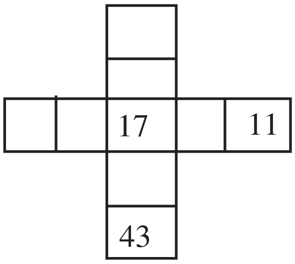
(e)
1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1

(f)
$2^2 - 1^2 = 2 + 1 = 3$
$3^2 - 2^2 = 3 + 2 = 5$
$4^2 - 3^2 = 4 + 3 = 7$
$5^2 - 4^2 = 5 + 4 = 9$
$6^2 - 5^2 = 6 + 5 = 11$

2. ନିମ୍ନ ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ (ଶୂନ୍ୟ ବର୍ଗଚିତ୍ର)ଗୁଡ଼ିକୁ ଦୁଇ ଅଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ପୂରଣ କର ଯେପରିକି ଯେଉଁପଟରୁ ମିଶାଇଲେ (ଉଲ୍ଲମ୍ବ ବା ଭୂ-ସମାନ୍ତର ଭାବେ) ମିଶାଣଫଳ (i) 123 ହେବ (ଚିତ୍ର - 1) ଓ
(ii) 161 ହେବ (ଚିତ୍ର - 2)



(ଚିତ୍ର - 1)



(ଚିତ୍ର - 2)

3. ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅକ୍ଷର ପାଇଁ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ (0 ରୁ 9 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ) ଅଙ୍କ ବାଛ; ଯେପରିକି ଦତ୍ତ ସର୍ତ୍ତ ଗୁଡ଼ିକର ସତ୍ୟତା ନିରୂପଣ ହୋଇପାରିବ । କେଉଁ ଅକ୍ଷର ପାଇଁ କେଉଁ ଅଙ୍କ ବ୍ୟବହାର କଲ ଲେଖ ।

(i) $xy = yx$

(ii) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1$

(iii) $A \times C \times AC = CCC$

(iv) $ABCD \times 9 = DCBA$

(v) $AB + BA = P(A+B)$

(vi) $AB - BA = P(A-B)$ $(A > B)$

(vii) $ABC + BCA + CAB = 111\,(A + B + C)$

(viii) $ABC - CBA = 99\,(A - C)$

ବି.ଦ୍ର. : ଉପରୋକ୍ତ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ସମାଧାନ ପାଇଁ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଭାବେ କୌଣସି ସୂତ୍ର ନାହିଁ । ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନେ ନିଜର ବୋଧଶକ୍ତି ବଳରେ ଉକ୍ତ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ସମାଧାନ କରିପାରିବେ ।

4.(a) ନିମ୍ନସ୍ଥ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ '2' ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ?

24, 127, 210, 86, 95, 437, 251

(b) ନିମ୍ନସ୍ଥ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ 5 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ଏବଂ କେଉଁଗୁଡ଼ିକ 2 ଓ 5 ଉଭୟ ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ?

105, 214, 420, 235, 930, 715

(c) ନିମ୍ନସ୍ଥ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ 3 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ଏବଂ ଏଥି ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁ ଗୁଡ଼ିକ 2 ଓ 3 ଉଭୟ ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ?

78, 403, 504, 917, 235, 216, 774, 804

(d) ନିମ୍ନସ୍ଥ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ 3 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ କିନ୍ତୁ 9 ଦ୍ୱାରା ନୁହେଁ ?

702, 501, 213, 102, 675, 462

5. ତାରକା (*) ଚିହ୍ନିତ ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ଗୁଡ଼ିକୁ କେଉଁ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ଅଙ୍କଦ୍ୱାରା ପୂରଣ କଲେ ସଂଖ୍ୟାଟି

(i) 3 ଦ୍ୱାରା (ii) 9 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ ?

(a) 7 *5, (b) 3 * 2, (c) 17*, (d) 14*, (e) 2*2

6. ନିମ୍ନଲିଖିତ ଉକ୍ତିମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଠିକ୍ ଉତ୍ତରଟି ବାଛି ଲେଖ ।

(i) 9 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା 3 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବେ ।

(ii) 3 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା 9 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବେ ।

(iii) 3 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା 6 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବେ ।

(iv) 10 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା 5 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବେ ।

(v) 6 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା 2 ଓ 3 ଉଭୟ ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବେ ।

7. ନିମ୍ନଲିଖିତ ଉକ୍ତିମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଠିକ୍ ଉତ୍ତରଟି ବାଛି ଲେଖ ।

(i) 710, 10 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ କିନ୍ତୁ 5 ଦ୍ୱାରା ନୁହେଁ ।

(ii) 105, 3 ଓ 5 ଉଭୟ ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ।

(iii) 897, 3 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ନୁହେଁ କିନ୍ତୁ 9 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ।

(iv) 14641 ସଂଖ୍ୟାଟି 11 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ।

(v) 432 ସଂଖ୍ୟାଟି 3, 6 ଓ 9 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ।

*****