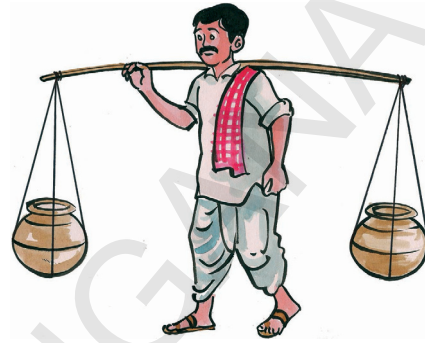


## सरल या साधारण समीकरण (SIMPLE EQUATIONS)

3

### 3.0 प्रस्तावना

आपने सरल समीकरणों की जानकारी पिछली कक्षा में प्राप्त की है। जैसे  $4x = 44$ ,  $2m = 10$  इन समीकरणों का आपके दैनिक जीवन में अधिक महत्व है। आइए अब नीचे दी गई प्रश्नावली द्वारा समीकरणों को हल करने का प्रयत्न करें।



### अभ्यास - 1

- निम्न समीकरणों के L.H.S तथा R.H.S लिखो।
  - $2x = 10$
  - $2x - 3 = 9$
  - $4z + 1 = 8$
  - $5p + 3 = 2p + 9$
  - $14 = 27 - y$
  - $2a - 3 = 5$
  - $7m = 14$
  - $8 = q + 5$
- निम्न समीकरणों को प्रयत्न और भूल पद्धति द्वारा हल करो
  - $2 + y = 7$
  - $a - 2 = 6$
  - $5m = 15$
  - $2n = 14$

### 3.1 समीकरण - तराजू

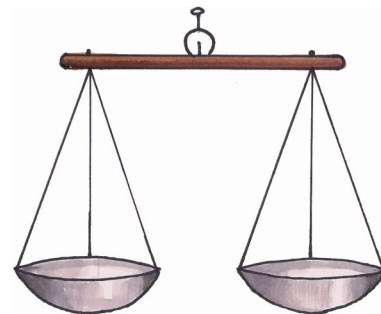
छठवीं कक्षा में आपने समीकरण की तुलना तराजू में दोनों पलड़ों में समान बांटों से की है।

एक तराजू के बायें पलड़े में 5 कि.ग्राम तथा दायें पलड़े में 2 कि.ग्राम का बाट रखें तो आप क्या देखेंगे?

यदि एक तराजू के बायें पलड़े में 3 किग्रा तथा दायें पलड़े में 7 किग्रा का बाट रखें तो आप क्या देखेंगे?

यदि तराजू के दोनों पलड़ों में 3 कि.ग्रा. के बाट रखेंगे तो आप क्या देखेंगे?

इस प्रकार हम इस निष्कर्ष पर पहुँचते हैं कि तराजू को साम्य अवस्था में रखने के लिए दोनों पलड़ों में समान भार के बाट रखने चाहिए।



तराजू की साम्य अवस्था का नियम समीकरणों के लिए भी समान रूप से लागू होता है।

मान लो  $12 - 2 = 6 + 4$

यहाँ  $LHS = RHS$  है

यदि उपरोक्त समीकरण के दोनों ओर 3 को जोड़ा जाये तो क्या होगा? यदि समीकरण के दोनों ओर 10 को जोड़ा जाये तो  $LHS, RHS$  के बराबर होगा?

आप किसी दूसरी संख्या लेकर **परीक्षण** करें।

यदि किसी समीकरण के दोनों ओर 5 को घटाया जाये तो समीकरण पर क्या असर होगा? 7 को घटाने पर क्या समीकरण पर कोई **बदलाव** होगा? आप इसे **दूसरी संख्याएँ लेकर परीक्षण करें**। यदि समीकरण के दोनों ओर 6 से गुणा करें तो क्या होगा? क्या समीकरण दोनों ओर समान होगा? किसी समीकरण के दोनों ओर 8 से गुणा करें तो क्या होगा? आप अन्य दूसरी संख्या लेकर जांच करें।

यदि किसी समीकरण के दोनों ओर हम 5 से भाजन करें तो क्या समीकरण दोनों ओर बराबर होगा? यदि समीकरण को 2 से भाग दें तो क्या समीकरण **बराबर** होगा?

उपरोक्त सभी प्रश्नों के उत्तर 'हाँ' में होंगे। उपरोक्त उदाहरणों द्वारा हम **इस** निष्कर्ष पर पहुँचते हैं कि किसी भी समीकरण के दोनों ओर समान संख्या से जोड़, घटान, गुणा या भाजन किया जाये तो समीकरण पर इसका कोई प्रभाव नहीं पड़ता। यह “समानता का सिद्धान्त” हमें समीकरणों को हल करने में सहायक होता है।

### 3.2 समीकरणों को हल करना (Solving Equations)

हम जानते हैं कि समीकरणों का हल प्रयत्न और भूल पद्धति द्वारा किस प्रकार किया जाता है।

अब हम यह देखेंगे कि किस प्रकार कम समय में “समानता के सिद्धान्त” द्वारा समीकरणों का हल निकाला जा सकता है।

साधारण समीकरण हल करते समय अज्ञात राशियों के सारे पदों का समीकरण के बायीं ओर लिख लें और स्थिर राशियों को दूसरी ओर अर्थात् दाहिनी ओर। इसके पश्चात समानता के सिद्धान्त का उपयोग कर समीकरण को हल करें।

उदाहरण:- 1: हल करो  $x + 3 = 7$

हल:  $x + 3 = 7$  ..... (1)

समीकरण का  $L.H.S$   $x + 3$  है।  $L.H.S.$  का कुल मान  $x$  से 3 अधिक है।

अब 'x' का मान ज्ञात करने के लिए समीकरण के दोनों ओर 3 घटायेंगे।

अर्थात्

$$x + 3 = 7$$

$$x + 3 - 3 = 7 - 3$$

$$x = 7 - 3 \dots\dots$$

$$x = 4$$

समीकरण (i) और 2 से हम इस निष्कर्ष पर पहुँचते हैं कि 3 को LHS से घटाने के लिए समीकरण के दोनों ओर 3 को घटायेंगे और इसे हम -3 के रूप में लिखेंगे।

जांच:- 'x' का मान 4 समीकरण  $x+3$  में रखने पर हम यह पायेंगे कि  $LHS=RHS$

$$LHS = x + 3$$

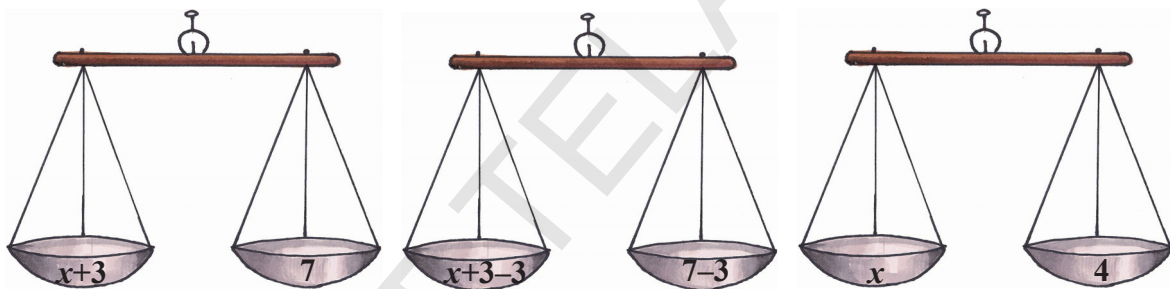
$$= 4 + 3 \quad (\text{डालने पर } x = 4)$$

$$= 7$$

$$RHS = 7$$

$$LHS = RHS.$$

आइए, उपरोक्त समीकरण हम तराजू के द्वारा समझने का प्रयत्न करें।



उदाहरण 2 : हल करो  $y - 7 = 9$

हल :  $y - 7 = 9 \dots\dots\dots (1)$

समीकरण का  $L.H.S = y - 7$

अर्थात्,  $y$  का मूल्य ज्ञात करके हमें दोनों ओर 7 जोड़ना चाहिए।

इसलिए  $y - 7 + 7 = 9 + 7$

$$y = 9 + 7 \dots\dots\dots (2)$$

$$y = 16$$

समीकरण (1) और (2) से यह स्पष्ट है कि LHS को -7 का स्थानांतरण +7 के रूप में समीकरण के RHS की ओर होगा

जांच :-  $y=16$  समीकरण (1) में रखने पर  $LHS = RHS$ .

उदाहरण 3 :

हल करो।  $5x = -30$

हल :  $5x = -30$  ..... (1)

$$\frac{5x}{5} = \frac{-30}{5} \quad (\text{दोनों ओर 5 से भाग देने पर})$$

$$x = \frac{-30}{5} \quad \text{..... (2)}$$

$$\therefore x = -6$$

समीकरण (1) और (2) से यह स्पष्ट है कि 5 के LHS में x से गुणा RHS का भाजक हो जाता है।

जाँच:- समीकरण (1) में रखने पर LHS = RHS.

उदाहरण 4 : हल करो।  $\frac{z}{6} = -3$

हल :  $\frac{z}{6} = -3$  ..... (1)

$$6\left(\frac{z}{6}\right) = 6 \times (-3) \quad (\text{दोनों ओर 6 से भाग देने पर})$$

$$z = 6 \times (-3) \quad \text{..... (2)}$$

$$\therefore z = -18$$

समीकरण (1) और (2) से यह स्पष्ट है कि LHS में 6 का मापन RHS 6 का गुणांक बन जाता है।

जाँच:-  $z = -18$  का मान समीकरण (1) में रखने पर LHS = RHS.

उदाहरण 5 : हल करो।  $3x + 5 = 5x - 11$

हल :  $3x + 5 = 5x - 11$

$$3x + 5 - 5x = 5x - 11 - 5x \quad (\text{दोनों ओर } 5x \text{ घटाने पर})$$

$$-2x + 5 = -11$$

$$-2x + 5 - 5 = -11 - 5 \quad (\text{दोनों ओर 5 घटाने पर})$$

$$-2x = -16$$

$$\frac{-2x}{-2} = \frac{-16}{-2} \quad (\text{दोनों ओर } -2 \text{ घटाने पर})$$

$$\therefore x = 8$$

जाँच:-  $x=8$  का मान समीकरण (1) में रखने पर

$$\text{LHS} = 3x + 5 = 3(8) + 5 = 24 + 5 = 29$$

$$\text{RHS} = 5x - 11 = 5(8) - 11 = 40 - 11 = 29$$

$$\therefore \text{LHS} = \text{RHS}$$



इसलिए जब L.H.S. से R.H.S. में बदलते हैं तो पदों का

**स्थानांतरण** होता है

‘+’ संख्या बनती है – संख्या

‘–’ संख्या बनती है ‘+’ संख्या

‘×’ संख्या बनती है ÷ संख्या

‘÷’ संख्या बनती है ‘×’ संख्या

उदाहरण 6 : हल करो।  $12 = x + 3$

यहाँ यदि 12 को LHS से RHS स्थानांतरित किया जाये तो वह -12 बन जाता है तथा  $x+3$  को दाहिने ओर से बायीं ओर स्थानांतरित करने से  $-x - 3$  हो जायेगा।

अर्थात्  $-x - 3 = -12$

समीकरण दोनों ओर -1 से गुणा करने पर

$$-1(-x - 3) = -1(-12)$$

$$x + 3 = 12$$

$$x = 12 - 3$$

$$\therefore x = 9$$

इसलिए किसी समीकरण के LHS तथा RHS स्थानान्तरित किये जायें तो पदों का मान समान रहता है।



### अभ्यास - 2

1. निम्न समीकरणों को स्थानांतरण किये बिना हल कीजिए तथा जांच कीजिए।

(i)  $x + 5 = 9$

(ii)  $y - 12 = -5$

(iii)  $3x + 4 = 19$

(iv)  $9z = 81$

(v)  $3x + 8 = 5x + 2$

(vi)  $5y + 10 = 4y - 10$

2. नीचे दिये गये समीकरणों का हल स्थानांतरित विधि द्वारा कीजिए।

(i)  $2 + y = 7$

(ii)  $2a - 3 = 5$

(iii)  $10 - q = 6$

(iv)  $2t - 5 = 3$

(v)  $14 = 27 - x$

(vi)  $5(x+4) = 35$

(vii)  $-3x = 15$

(viii)  $5x - 3 = 3x - 5$

(ix)  $3y + 4 = 5y - 4$

(x)  $3(x - 3) = 5(2x + 1)$

### 3.3 बीजीय समीकरणों का उपयोग व दैनिक समस्याएँ हल करने में इनके प्रयोग निम्न उदाहरणों को पढ़िए

- (i) एक कक्षा में छात्र और छात्राओं की संख्या 52 है। यदि छात्राओं की संख्या छात्रों की संख्या से 10 अधिक हो तो छात्रों की संख्या ज्ञात कीजिए।
- (ii) रामू के पिता की आयु रामू की आयु की तिगुनी है। 5 वर्ष बाद रामू और उसके पिता की आयु का योग 70 हो जायेगा। उनकी वर्तमान आयु ज्ञात कीजिए।
- iii) एक पर्स में ₹10 और ₹50 नोट हैं। पर्स में कुल ₹250 हैं। यदि ₹10 के नोटों की संख्या ₹50 के नोटों की संख्या से एक अधिक हो तो पर्स में ₹10 और ₹50 के कितने नोट हैं?
- iv) एक आयत की लम्बाई उसकी दुगुनी चौड़ाई से 8 मीटर कम है। यदि आयत की परिमिति 56मी. हो तो आयत की लम्बाई तथा चौड़ाई ज्ञात कीजिए।

उपरोक्त प्रश्नों को हम समीकरणों का उपयोग करके हल कर सकते हैं। इन्हें हल करते समय निम्न चरण ध्यान में रखने होंगे—

चरण 1) समस्या या प्रश्न ध्यानपूर्वक पढ़ो।

चरण 2) पृष्ठी गई अज्ञात राशि सूचित करने के लिए एक अक्षर चुन लो जैसे  $x, y, z, u, v, w, p, t$

चरण 3) अज्ञात राशियों की सहायता से प्रश्न समीकरण रूप में लिखो।

चरण 4) समीकरण हल करो।

चरण 5) उत्तर की जांच करो।

**उदाहरण 7:** एक कक्षा में छात्र और छात्राओं की संख्या 52 है। यदि छात्राओं की संख्या छात्रों की संख्या से 10 अधिक हो तो छात्रों की संख्या ज्ञात करो।

हल: मान लो छात्रों की संख्या =  $x$

छात्राओं की संख्या  $x + 10$ .

कुल छात्र और छात्राओं की संख्या =  $x + (x + 10)$

$$= x + x + 10$$

$$= 2x + 10$$

प्रश्न के अनुसार छात्र और छात्राओं की संख्या = 52.

$$2x + 10 = 52$$

$$2x = 52 - 10 \quad (10 \text{ को LHS से RHS स्थानांतरित करने पर})$$

$$2x = 42$$

$$x = \frac{42}{2} \quad (2 \text{ को LHS से RHS स्थानांतरित करने पर})$$

$$\therefore x = 21$$

इसलिए छात्रों की संख्या = 21

छात्राओं की संख्या =  $21 + 10 = 31$

जांच :  $21 + 31 = 52$  अर्थात् छात्र और छात्राओं की कुल संख्या 52 है।

और  $31 - 21 = 10$  यानि छात्राओं की संख्या छात्रों की संख्या से 10 अधिक है।

उदाहरण 8:- रामू के पिता की आयु रामू की आयु के तीन गुणा है। 5 वर्ष के पश्चात पिता और पुत्र की आयु का योग 70 वर्ष है। उनकी वर्तमान आयु ज्ञात करो।

हल: मान लो रामू की आयु =  $x$  वर्ष

रामू के पिता की आयु =  $3x$  वर्ष

5 वर्षों बाद रामू की आयु =  $x+5$  वर्ष

रामू के पिता की आयु =  $3x+5$  वर्ष

5 वर्ष पश्चात दोनों की आयु का योग =  $(x+5) + (3x+5) = 4x+10$  वर्ष

प्रश्न के अनुसार

दोनों की आयु का योग  $4x + 10 = 70$

$$4x = 70 - 10$$

$$4x = 60$$

$$x = \frac{60}{4} = 15$$

इसलिए वर्तमान में रामू की आयु = 15 वर्ष

और पिता की आयु =  $3x = 3 \times 15$  वर्ष = 45 वर्ष

जांच : 45 वर्ष 15 वर्ष के 3 गुणा है, यदि पिता की आयु रामू की आयु के 3 गुणा है। 5 वर्ष पश्चात रामू की आयु  $15+5=20$  वर्ष तथा पिता की आयु  $45+5=50$  वर्ष और

दोनों की आयु का योग =  $20+50 = 70$  वर्ष

उदाहरण 9:- एक पर्स में ₹ 10 और ₹ 50 के नोट हैं, पर्स में कुल ₹ 250 हैं। यदि ₹ 10 के नोटों की संख्या ₹ 50 के नोटों की संख्या से 1 अधिक हो तो पर्स में ₹ 10 तथा ₹ 50 के कितने नोट हैं।

हल:- मान लो ₹ 50 के नोटों की संख्या =  $x$

नोटों की कुल मान =  $50x$

₹ 10 नोटों की संख्या =  $x+1$



इसलिए ₹10 नोटों का मान  $= 10(x+1)$

∴ पर्स में कुल ₹  $= 50x + 10(x+1)$

$$= 50x + 10x + 10$$

$$= 60x + 10$$

प्रश्न के अनुसार पर्स में कुल रुपये  $= ₹ 250$

इसलिए  $60x + 10 = 250$

$$60x = 250 - 10$$

$$60x = 240$$

$$x = \frac{240}{60}$$

$$∴ x = 4$$

₹ 50 नोटों की संख्या  $= 4$

₹ 10 नोटों की संख्या  $= 4 + 1 = 5$

**जांच :** ₹10 के नोटों की संख्या (5) ₹50 के नोटों की संख्या (4) से एक अधिक है।

$$= (50 \times 4) + (10 \times 5)$$

$$= 200 + 50$$

$$= ₹ 250$$

उदाहरण 10: एक आयत की लम्बाई उसकी चौड़ाई के दुगने से 8 मी. कम है। यदि आयत की परिमिति 56 मी. है तो आयत की लम्बाई और चौड़ाई ज्ञात करो।

हल: मान लो आयत की चौड़ाई  $= x$  मी.

चौड़ाई का दुगना  $= 2x$

$$\text{लंबाई} = (2x - 8) \text{ m. (by problem)}$$

$$\text{आयत की परिमिति} = 2 (\text{लम्बाई} + \text{चौड़ाई})$$

$$= 2 (2x - 8 + x) \text{ मी.}$$

$$= 2 (3x - 8) \text{ मी.}$$

$$= (6x - 16) \text{ मी.}$$





प्रश्न के अनुसार आयत की परिमिति = 56

$$\text{इसलिए } 6x - 16 = 56$$

$$6x = 56 + 16$$

$$6x = 72$$

$$x = \frac{72}{6}$$

$$\therefore x = 12$$

अर्थात आयत की चौड़ाई = 12 मी.

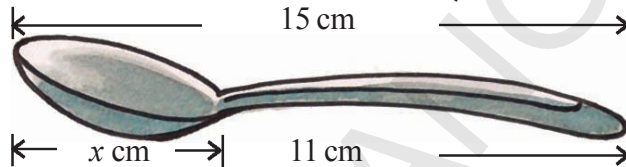
आयत की लम्बाई =  $(2 \times 12 - 8) = 16$  मी

जांच: परिमिति =  $2(16 + 12) = 2 \times 28 = 56$  मी.

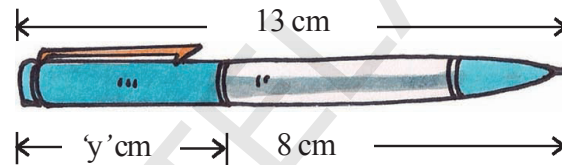


### अभ्यास - 3

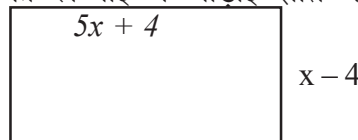
1. दिये गये चित्रों की जानकारी समीकरण के रूप में लिखिए तथा उसका मान ज्ञात कीजिए।



2. दिये गये चित्र की जानकारी समीकरण के रूप में लिखिए तथा उसका मान ज्ञात कीजिए



3. यदि एक संख्या दुगनी की जाये और उसमें 7 जोड़ दिया जाये तो 49 प्राप्त होता है। तो वह संख्या को ज्ञात करो।
4. एक संख्या तीन गुणा करके उसमें से 22 घटा दिया जाये तो 68 प्राप्त होता है। तो वह संख्या ज्ञात करो।
5. एक संख्या को 7 से गुणा करके उसमें से 3 घटाने पर 53 प्राप्त होता है, तो उस संख्या को ज्ञात करो।
6. दो संख्याओं का योग 95 है। एक संख्या दूसरी संख्या से 3 अधिक है। संख्याएँ ज्ञात करो?
7. तीन क्रमगत पूर्णाकों का योग 24 है तो पूर्णाकों को ज्ञात करो।
8. नीचे दिये गये आयत की परिमिति 72 मी है। आयत की लम्बाई व चौड़ाई चित्र में दिखाये गये अनुसार है। आयत की लम्बाई व चौड़ाई ज्ञात करो।



9. एक आयत की लम्बाई उसकी चौड़ाई से 4 मी. अधिक है यदि आयत की परिमिति 84 मी. हो तो आयत की लम्बाई और चौड़ाई ज्ञात करो।

10) 15 वर्ष के पश्चात हेमा की आयु उसकी वर्तमान आयु की 4 गुना हो जायेगी। हेमा की वर्तमान आयु ज्ञात करो।

11) एक समारोह में कुल ₹ 3000 से 63 पुरस्कारों के रूप में देने का प्रस्ताव है। पुरस्कार राशि ₹100 या ₹ 25 के रूप में देनी हैं। अलग-अलग पुरस्कारों की संख्या ज्ञात करो।

12) एक संख्या दो भागों में इस प्रकार विभजित की गयी कि एक हिस्सा दूसरे हिस्से से 10 अधिक है। यदि दो भागों के अनुपात 5:3 हो तो कुल संख्या एवं दोनों हिस्सों का मान ज्ञात करो।

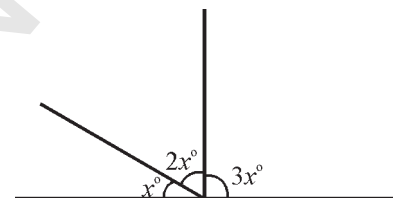
13) सुहाना ने कहा कि उसके द्वारा सोची गई संख्या को 5 से गुणा करो और यदि उसमें 8 को जोड़ दिया जाये तो वह संख्या 20 में से उसके द्वारा सोची संख्या को घटाने के समान होती है। संख्या ज्ञात करो।



14) एक परीक्षा में अधिकतम अंक पाने वाले विद्यार्थी का योग सबसे कम अंक पानेवाले विद्यार्थी को दुगुना करके उसमें 7 जोड़ने के बराबर होता है।

अधिकतम अंक 87 हों तो सबसे कम अंक का मान क्या होगा ?

15) निम्न चित्र में बनाये गये कोणों का मान ज्ञात करो (सरल रेखा पर बनने वाला कोण  $180^\circ$  होता है)



16) निम्न पहेली बूझो।

मैं एक संख्या हूँ। मेरी पहचान बताओ।

मुझे दोगुना करो, नयी संख्या पाओ।

उसमें छत्तीस जोड़ो, सौ से चार कम पाओ।

मैं एक संख्या हूँ। मेरी पहचान बताओ।



### पृष्ठावलोकन :

- दैनिक जीवन की समस्याओं के समाधान, समीकरणों द्वारा किया जा सकता है।
- किसी समीकरण को हल करने के लिए
  - (i) समीकरण के दोनों ओर समान संख्या को जोड़ो या
  - (ii) समीकरण के दोनों ओर समान संख्या को घटाओ या
  - (iii) समीकरण के दोनों ओर समान संख्या से गुणा या
  - (iv) समीकरण के दोनों ओर समान संख्या से भाग देने पर समीकरण के अस्तित्व पर कोई असर नहीं होता
- समीकरण के LHS तथा RHS समान होते हैं।