ବର୍ଗ-ବର୍ଗମୂଳ ଏବଂ ଘନ-ଘନମୂଳ
(SQUARE-SQUARE ROOTS & CUBE-CUBE ROOTS)

ଅଧ୍ୟାୟ 6

6.1 ଉପକ୍ରମ (Introduction) :

ପୂର୍ବ ଅଧ୍ୟାୟରେ ପରିମେୟ ଆଧାର ଏବଂ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଘାତାଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ଘାତରାଶି ସଂପର୍କରେ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଛି । ଯଦି ଆଧାର 'a' ଏବଂ ଘାତ 2 ହୁଏ ତେବେ ଘାତରାଶିଟି ହେବ a^2 । ଦୁଇଟି 'a' ର ଗୁଣଫଳକୁ a^2 ଭାବେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ । a^2କୁ a ର ବର୍ଗ(square) ବା ଦ୍ୱିତୀୟ ଘାତ କୁହାଯାଏ । ଅର୍ଥାତ $a \times a = a^2$ ।

ସେହିପରି $a \times a \times a = a^3$ ଅର୍ଥାତ୍ ତିନୋଟି 'a' ର ଗୁଣଫଳକୁ 'a' ର ଘନ ବା 'a' ର ତୃତୀୟ ଘାତ ଭାବେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ ।

ଅତଏବ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାକୁ ସେହି ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଗୁଣିଲେ, ଗୁଣଫଳକୁ ଉକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗ କୁହାଯାଏ ଏବଂ ସଂଖ୍ୟାଟିକୁ ଉକ୍ତ ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାର **ବର୍ଗମୂଳ (Square root)** କୁହାଯାଏ । ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ସେମାନଙ୍କର ବର୍ଗମୂଳ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ଏହି ଅଧ୍ୟାୟର ଏକ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ । ଏହା ବ୍ୟତୀତ ଘନମୂଳ (Cube root) ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପ୍ରଣାଳୀର ଆଲୋଚନା ମଧ୍ୟ ଏହି ଅଧ୍ୟାୟର ଅନ୍ୟ ଏକ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ । ବର୍ଗ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ଏବଂ ଘନ ନିର୍ଣ୍ଣୟର କିଛି ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ପ୍ରଣାଳୀର ଆଲୋଚନା ସହ ଗାଣିତିକ ସଂରଚନା (Mathematical Pattern) ମାଧ୍ୟମରେ ଏଗୁଡ଼ିକର ଉପସ୍ଥାପନା ଉକ୍ତ ଅଧ୍ୟାୟରେ କରାଯାଇଛି ।

6.2 ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗ ଏବଂ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା (Square of a Number and Perfect Square Number):

ଯଦି m ଗୋଟିଏ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଓ n ଏକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ $n = m^2$ ହୁଏ, ତେବେ 'n' ଏକପୂର୍ଣ୍ଣ ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା (Perfect Square number) ହେବ ।

ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ : $2 \times 2 = 2^2$, $2^2 = 4$, ତେଣୁ 2 ର ବର୍ଗ 4 । ସେହିପରି (–2) ର ବର୍ଗ 4 । $\therefore$ 4 ର ବର୍ଗମୂଳକୁ ± 2 ରୂପେ ଲେଖାଯାଏ ।

0 ଓ ±1 ଠାରୁ ±10 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗର ସାରଣୀ

ସାରଣୀ – 6.1

ସଂଖ୍ୟା	0	±1	± 2	± 3	± 4	± 5	± 6	± 7	± 8	± 9	± 10
ବର୍ଗ	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ 1, 4, 9, 16, 25 .... ଆଦି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାକୁ **ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା (Perfect Square numbers)** କୁହାଯାଏ । ପ୍ରକାଶ ଥାଉକି ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗଣନସଂଖ୍ୟା ବା ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ନୁହଁନ୍ତି । ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକ ଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଡ଼ିଯୋଡ଼ି କରି ସଜାଇ ଲେଖି ହେବ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ : $576 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$

ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅନୁଚ୍ଛେଦରେ ଏହାର ବିସ୍ତୃତ ଆଲୋଚନା କରାଯିବ ।

6.3 ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ କେତେକ ଧର୍ମ (Some Properties of Perfect Square numbers):

(a) ପ୍ରତ୍ୟେକ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାର ଏକକ ସ୍ଥାନୀୟ ଅଙ୍କଟି 0, 1, 4, 5, 6 କିମ୍ବା 9 ହେବ । କିନ୍ତୁ 2, 3, 7, 8 କୌଣସି ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାର ଏକକ ସ୍ଥାନୀୟ ଅଙ୍କ ହେବ ନାହିଁ । (ସାରଣୀ 6.1 ଦେଖ)

କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାର ଶେଷରେ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟକ ଶୂନ ଥିଲେ ସେହି ସଂଖ୍ୟାଟି ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ହେବ ନାହିଁ ।

(b) **ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗ ଏକ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗ ଏକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ହେବ ।**

(c) ନିମ୍ନ ସଂରଚନାକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

$2^2 = 4 = 3 \times 1 + 1$ $\qquad$ $2^2 = 4 = 4 \times 1$

$3^2 = 9 = 3 \times 3$ $\qquad$ $3^2 = 9 = 4 \times 2 + 1$

$4^2 = 16 = 3 \times 5 + 1$ $\qquad$ $4^2 = 16 = 4 \times 4$ ଇତ୍ୟାଦି

ଉକ୍ତ ସଂରଚନାରୁ ଆମେ ପାଇବା –

1 ରୁ ବଡ଼ ଯେକୌଣସି ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାକୁ 3 ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ ଭାଗଶେଷ 0 କିମ୍ବା 1 ରହିବ ।

ସେହିପରି **1 ରୁ ବଡ଼ ଯେକୌଣସି ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାକୁ 4 ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ ଭାଗଶେଷ 0 କିମ୍ବା 1 ରହିବ ।**

(d) **କୌଣସି ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା n କୁ ଯଦି କୌଣସି ଏକ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା p ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କରାଯାଏ, ତେବେ ଗୁଣଫଳ 'pn' ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ହେବ ନାହିଁ ।** ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ 64 ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ହେଲେ ଏହାର 2 ଗୁଣ ବା 3 ଗୁଣ (ଅଥବା ଯେକୌଣସି ମୌଳିକ ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ) ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ହେବ ନାହିଁ ।

(e) **ପିଥାଗୋରୀୟ ତ୍ରୟୀ (Pythagorean triplets)**

ଏକ ସଂଖ୍ୟାତ୍ରୟୀ (Triplet) m, n, p ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ m, n, p ମଧ୍ୟରେ p ବୃହତ୍ତମ ସଂଖ୍ୟା ଥାଇ ଯଦି , $m^2 + n^2 = p^2$ ହୁଏ, ତେବେ (m, n, p) କୁ **ପିଥାଗୋରୀୟ ତ୍ରୟୀ (Pythagorean triplet)** କୁହାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ (3, 4, 5) ଏବଂ (5, 12, 13) ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ପିଥାଗୋରୀୟ ତ୍ରୟୀ ।

ଯେକୌଣସି ସଂଖ୍ୟା $m(m > 1)$ ପାଇଁ $(2m, m^2-1, m^2+1)$ ଏକ ପିଥାଗୋରୀୟ ତ୍ରୟୀ ହେବେ ।

ଉଦାହରଣ : $m = 5$ ପାଇଁ $2m = 10$, $m^2-1 = 5^2-1 = 24$ ଏବଂ $m^2+1= 5^2+1 = 26$

ଏଠାରେ $10^2 + 24^2 = 26^2$ ଅର୍ଥାତ୍ (10, 24, 26) ସଂଖ୍ୟାତ୍ରୟକୁ ପିଥାଗୋରୀୟ ତ୍ରୟୀ କୁହାଯିବ ।

ମନେରଖ :

(i) ଯଦି m(m>1) ଏକ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ହୁଏ ତେବେ (m, $\frac{m^2-1}{2}$ ଓ $\frac{m^2+1}{2}$) ଏକ ପିଥାଗୋରୀୟ ତ୍ରୟୀ ହେବ ।

(ii) ଯଦି m(m>2) ଏକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ହୁଏ ତେବେ (m, $\left(\frac{m}{2}\right)^2-1$ ଓ $\left(\frac{m}{2}\right)^2+1$) ଏକ ପିଥାଗୋରୀୟ ତ୍ରୟୀ ହେବ ।

ନିଜେ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ ।

(f) ନିମ୍ନ ସଂରଚନାକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

$2^2 - 1^2 = 3 = 2 + 1$

$3^2 - 2^2 = 5 = 3 + 2$

$4^2 - 3^2 = 7 = 4 + 3$ ଇତ୍ୟାଦି

ଏଥିରୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ଜଣାପଡ଼େ ଯେ, **ଦୁଇ କ୍ରମିକ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାର ଅନ୍ତର, ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟି ସହ ସମାନ ହେବ ।**

ବିପରୀତ କ୍ରମେ **କୌଣସି ଏକ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗର ଅନ୍ତର ରୂପେ ପ୍ରକାଶିତ ହୋଇ ପାରିବ ।**

ନିମ୍ନ ସଂରଚନାକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

$3 = 3 . 1 = \left(\frac{3+1}{2}\right)^2 + \left(\frac{3-1}{2}\right)^2 = 2^2 - 1^2$

$5 = 5 . 1 = \left(\frac{5+1}{2}\right)^2 - \left(\frac{5-1}{2}\right)^2 = 3^2 - 2^2$

$7 = 7 . 1 = \left(\frac{7+1}{2}\right)^2 - \left(\frac{7-1}{2}\right)^2 = 4^2 - 3^2$ ଇତ୍ୟାଦି

(g) ନିମ୍ନ ସଂରଚନାକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

$1^2 = 1$ (ପ୍ରଥମ ଅଯୁଗ୍ମ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା)

$2^2 = 1 + 3$ (ପ୍ରଥମ ଦୁଇଟି ଅଯୁଗ୍ମ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି)

$3^2 = 1 + 3 + 5$ (ପ୍ରଥମ ତିନୋଟି ଅଯୁଗ୍ମ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି)

$4^2 = 1 + 3 + 5 + 7$ (ପ୍ରଥମ ଚାରୋଟି ଅଯୁଗ୍ମ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି)

ଉକ୍ତ ସଂରଚନାରୁ ସୁସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ, **କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗ, (ସେହି ସଂଖ୍ୟକ) ପ୍ରଥମ ଅଯୁଗ୍ମ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି ସହ ସମାନ ।** ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ : ପ୍ରଥମ ଆଠଗୋଟି ଅଯୁଗ୍ମ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି, 8^2 ସହ ସମାନ । ଅର୍ଥାତ୍ $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 = 8^2$ ବା 64

ଅନୁଶୀଳନୀ - 6 (a)

1. **ନିମ୍ନ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ବର୍ଗ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।**

27, 37, 46, 118, 225

2. **ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ନୁହଁନ୍ତି । କାରଣ ଦର୍ଶାଅ ।**

64000, 89722, 2220, 505050, 1057, 23453, 222222

3. **ନିମ୍ନଲିଖିତ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଗୁଡ଼ିକର ବର୍ଗ ଅଯୁଗ୍ମସଂଖ୍ୟା ଏବଂ କେଉଁଗୁଡ଼ିକର ବର୍ଗ ଯୁଗ୍ମସଂଖ୍ୟା । କାରଣ ସହ ଉତ୍ତର ଦିଅ ।**

28, 113, 278, 314, 4315, 23872

4. 100 ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ମୌଳିକ ପିଥାଗୋରୀୟ ତ୍ରୟୀମାନ ସ୍ଥିର କର ।

(ପିଥାଗୋରୀୟ ତ୍ରୟୀ ମଧ୍ୟରେ ଯଦି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ କୌଣସି ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ ନଥାଏ, ତେବେ ସେମାନେ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟାତ୍ରୟୀ ହେବେ ।)

5. ନିମ୍ନଲିଖିତ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ଦୁଇଟି ବର୍ଗର ଅନ୍ତର ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କର ।

19, 27, 31, 41, 53

6. କେତେକ ପିଥାଗୋରୀୟ ତ୍ରୟୀର ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ସଂଖ୍ୟା ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଛି । ସୂତ୍ର ପ୍ରୟୋଗରେ ପିଥାଗୋରୀୟ ତ୍ରୟୀଗୁଡ଼ିକୁ ଲେଖ ।

7, 11, 15, 12, 16

7. **ନିମ୍ନରେ ଦତ୍ତ ସମ୍ବନ୍ଧଗୁଡ଼ିକର ବିଭିନ୍ନ ସଂରଚନାଗୁଡ଼ିକୁ ଦେଖି ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।**

(a)
$1^2 = 1$
$11^2 = 121$
$111^2 = 12321$
$1111^2 = 1234321$
$11111^2 = ...$
$111111^2 = ...$

(b)
$11^2 = 121$
$101^2 = 10201$
$1001^2 = 1002001$
$100001^2 = ...$
$10000001^2 = ...$

(c)
$11^2 = 121$
$101^2 = 10201$
$10101^2 = 102030201$
$1010101^2 = ...$
$101010101^2 = ...$

(d)
$1^2 + 2^2 + 2^2 = 3^2$
$2^2 + 3^2 + 6^2 = 7^2$
$3^2 + 4^2 + 12^2 = 13^2$
$4^2 + 5^2 + ... = 21^2$
$5^2 + ... + 30^2 = ...^2$

(e)
11^2 x (11^2 ରେ ଥିବା ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକର ସମଷ୍ଟି) = 22^2

[ଅର୍ଥାତ୍ $11^2(1 + 2 + 1) = 484 = 22^2$]

111^2 x (111^2 ରେ ଥିବା ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକର ସମଷ୍ଟି) = 333^2

1111^2 x (1111^2 ରେ ଥିବା ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକର ସମଷ୍ଟି) = ...

11111^2 x (11111^2 ରେ ଥିବା ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକର ସମଷ୍ଟି) = ...

(f)
$7^2 = 49$
$67^2 = 4489$
$667^2 = 444889$
$6667^2 = 44448889$
$66667^2 = ...$
$666667^2 = ...$

8. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

$18^2 - 17^2 = ...$ $\quad$ $25^2 - 24^2 = ...$

$112^2 - 111^2 = ...$ $\quad$ $171^2 - 170^2 = ...$

9. ନିମ୍ନ ଉକ୍ତିମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଯେଉଁ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକ ଠିକ୍ ତା' ପାଖରେ (✓) ଚିହ୍ନ ଏବଂ ଯେଉଁ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକ ଭୁଲ୍ ତା' ପାଖରେ (✗) ଚିହ୍ନ ଦିଅ ।

(a) ଗୋଟିଏ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାରେ ଥିବା ଅଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ଯୁଗ୍ମ ।

(b) ଗୋଟିଏ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗ ଏକ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ।

(c) କୌଣସି ଗୋଟିଏ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ନୁହେଁ ।

(d) ଦୁଇଟି ବର୍ଗସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି ଏକ ବର୍ଗସଂଖ୍ୟା ।

(e) ଏକ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗ ଏକ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ।

(f) ଗୋଟିଏ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗ ଏକ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ।

(g) ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗର ଏକକ ସ୍ଥାନୀୟ ଅଙ୍କ 1 ହେଲେ, ସଂଖ୍ୟାଟିର ଏକକ ସ୍ଥାନୀୟ ଅଙ୍କ ସର୍ବଦା 1 ହେବ ।

6.4. ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ବର୍ଗ ନିରୂପଣ ପ୍ରଣାଳୀ (Short cut method to find square numbers):

(a) **ଏକକ ସ୍ଥାନରେ 5 ଥିବା ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗ ନିର୍ଣ୍ଣୟ :**

ଲକ୍ଷ୍ୟକର : $15^2 = 225$, $25^2 = 625$, $35^2 = 1225$, $45^2 = 2025$, $55^2 = 3025$ ଇତ୍ୟାଦି ।

ଏଠାରେ ସଂଖ୍ୟାଟିର ଏକକ ସ୍ଥାନରେ 5 ରହିଲେ ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାର ଏକକ ଓ ଦଶକ ସ୍ଥାନର ଅଙ୍କ ଯଥାକ୍ରମେ 5 ଏବଂ 2 ରହୁଛି । ଶତକ ସ୍ଥାନରେ, ସଂଖ୍ୟାଟିର ଦଶକ ସ୍ଥାନର ଅଙ୍କ ଏବଂ ତା'ର ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ରହୁଛି ।

ଲକ୍ଷ୍ୟକର : $15^2 = (1 \times 2)\ 100 + 25$; $25^2 = (2 \times 3)\ 100 + 25$ ଏବଂ

$35^2 = (3 \times 4)\ 100 + 25....$

$125^2 = (12 \times 13)\ 100 + 25 = 15625$ ଇତ୍ୟାଦି ।

ଏଥିରେ ବ୍ୟବହୃତ କୌଶଳଟିକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରିବା ।

ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାର ରୂପ ହେଉଛି $(10n + 5)$, $n \in N$.

$\therefore (10n + 5)^2 = (10n)^2 + 2.10n.5 + (5)^2$

$= 100n^2 + 100n + 25$

$= \{n \times (n+1)\}\ 100 + 25$

(b) $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ ଅଭେଦ ପ୍ରୟୋଗରେ ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗ ନିର୍ଣ୍ଣୟ :

$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) \Rightarrow a^2 = (a + b)(a - b) + b^2$.....(i)

ଏହି ସୂତ୍ର (i) ର ପ୍ରୟୋଗରେ ଆସ କେତେକ ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗ ନିରୂପଣ କରିବା ।

ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ : $a = 17$

ଏଠାରେ ଦେଖିବାକୁ ପଡ଼ିବ 17 ର ନିକଟବର୍ତ୍ତୀ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାଟି 10 ର ଗୁଣିତକ । 17 ର ନିକଟବର୍ତ୍ତୀ (10 ର ଗୁଣିତକ) ସଂଖ୍ୟାଟି 20.

$a = 17$ ଥିଲାବେଳେ $b = 3$ ଅର୍ଥାତ୍ $(20 - 17)$ ନିଆଯାଉ ।

$\therefore 17^2 = (17 + 3)(17 - 3) + 3^2$ [$a^2 = (a+b)(a-b) + b^2$ ସୂତ୍ରର ପ୍ରୟୋଗ]

$= 20 \times 14 + 9 = 289$

ସେହିପରି ଆସ 36 ର ବର୍ଗ ନିରୂପଣ କରିବା ।

$a^2 = (a+b)(a-b) + b^2$

ଯେହେତୁ 36 ର ନିକଟବର୍ତ୍ତୀ 10 ଗୁଣିତକ ସଂଖ୍ୟା 40)

$a = 36$ ହେଲେ, $b = 4$ ହେବ ।

$\therefore 36^2 = (36 + 4)(36 - 4) + 4^2 = 40 \times 32 + 16 = 1280 + 16 = 1296$

(c) **$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$ ଅଭେଦ ପ୍ରୟୋଗରେ ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗ ନିର୍ଣ୍ଣୟ :**

ଆମେ ଜାଣିଛେ, $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

$$\Rightarrow (x + a)(x + b) = x(x + a + b) + ab \ldots\ldots\ldots \quad (ii)$$

ସୂତ୍ର (ii) ର ପ୍ରୟୋଗରେ ଆସ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗ ସ୍ଥିର କରିବା ।

$$17^2 = (17 \times 17)$$
$$= (10 + 7)(10 + 7) = 10(10 + 7 + 7) + 7 \times 7$$
$$= 10 \times 24 + 49 = 289$$

ଏଠାରେ ଲକ୍ଷ୍ୟକର $a = b = 7$ ଏବଂ ଆଧାର 10

ସେହିପରି $36^2 = 36 \times 36$

$$= (40 - 4) \times (40 - 4)$$
$$= 40\{40 + (-4) + (-4)\} + (-4) \times (-4))$$

(ଏଠାରେ $a = b = -4$ ଏବଂ ଆଧାର 40)

$$= 40 \times 32 + 16 = 1280 + 16 = 1296$$

(d) **$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ ସୂତ୍ରର ପ୍ରୟୋଗରେ ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗ ନିର୍ଣ୍ଣୟ :**

ଦତ୍ତ ଅଭେଦର ପ୍ରୟୋଗରେ ଆସ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗ ସ୍ଥିର କରିବା ।

$13^2 = (10 + 3)^2 = 100 + 60 + 3^2 = 16$ ଦଶ$+ 9$ଏକ $= (13 + 3)\,10 + 3^2 = 169$

ସେହିପରି $14^2 = (14 + 4)\,10 + 4^2 = 196$, $17^2 = (17 + 7)\,10 + 7^2 = 289$

ଏବଂ $18^2 = (18 + 8)\,10 + 8^2 = 324$ ଇତ୍ୟାଦି ।

ସେହିପରି $108^2 = (100 + 8)^2 = 10000 + 1600 + 64$

$= (100 + 16)$ ଶତ $+ 64$ ଏକ

$$= (100 + 2 \times 8)\,100 + 8^2$$

ସେହିପରି $105^2 = (100 + 2 \times 5)\,100 + 5^2 = 11025$

ଆସ 92 ର ବର୍ଗ ସ୍ଥିର କରିବା ଯେଉଁଥିରେ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ର ସୂତ୍ର ପ୍ରୟୋଗ କରିବା ।

$$92^2 = (100 - 8)^2 = 10000 - 1600 + 64 = (100 - 16)\,100 + 64$$
$$= (100 - 2 \times 8)\,100 + 8^2 = 8464$$
$$97^2 = (100 - 3)^2 = 10000 - 600 + 9 = (100 - 6)\,100 + 9$$
$$= (100 - 2 \times 3)\,100 + 3^2 = 9409$$

ସେହିପରି $95^2 = (100 - 5)^2 = (100 - 2 \times 5)100 + 5^2 = 9025$

ଅନ୍ୟାନ୍ୟ କେତେକ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ବର୍ଗ ନିରୂପଣ ପ୍ରଣାଳୀ ମଧ୍ୟ ରହିଛି । ସେଗୁଡ଼ିକ ତୁମେ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଶ୍ରେଣୀମାନଙ୍କରେ ଶିଖିବ ।

6.5. ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗ (Square of rational numbers):

ଆମେ ଜାଣିଛେ, $m, n \in Z$ ଓ $n \neq 0$ ହୋଇ $\frac{m}{n} \in Q$ ଅର୍ଥାତ୍ $\frac{m}{n}$ ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା । ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗ ନିରୂପଣ ଲାଗି ନିମ୍ନ ନିୟମକୁ ଦେଖ ।

$\left(\frac{m}{n}\right)^2 = \frac{m}{n} \times \frac{m}{n} = \frac{m \times m}{n \times n} = \frac{m^2}{n^2}$ । ଏଣୁ ଆମେ ପାଇବା $\boxed{\left(\frac{m}{n}\right)^2 = \frac{m^2}{n^2}}$

ଉଦାହରଣ - 1 :

ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ବର୍ଗ ସ୍ଥିର କର: (i) $\frac{3}{5}$ (ii) 0.021 (iii) 0.02 (iv) 3.55

ସମାଧାନ : (i) $\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{3^2}{5^2} = \frac{9}{25}$

(ii) $(0.021)^2 = \left(\frac{21}{1000}\right)^2 = \frac{(21)^2}{(1000)^2} = \frac{441}{1000000} = 0.000441$

(iii) $(0.02)^2 = \left(\frac{2}{100}\right)^2 = \frac{4}{10000} = 0.0004$

(iv) $(3.55)^2 = \left(\frac{355}{100}\right)^2 = \frac{126025}{10000} = 12.6025$

[$355^2 = (35 \times 36)\ 100 + 25 = 126000 + 25 = 126025$]

ଉପରୋକ୍ତ ଉଦାହରଣଗୁଡ଼ିକରୁ ତୁମେ ଜାଣିଲ ମୂଳ ସଂଖ୍ୟାରେ ଦଶମିକ ପରେ ଗୋଟିଏ ଅଙ୍କ ଥିଲେ ବର୍ଗସଂଖ୍ୟାରେ ଦଶମିକ ପରେ ତା'ର ଦୁଇଗୁଣ ସଂଖ୍ୟକ ଅଙ୍କ ରହିବ । 3.55 ରେ ଦଶମିକ ପରେ ଦୁଇଟି ଅଙ୍କ ଥିବାରୁ ଏହାର ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାରେ ଦଶମିକ ପରେ ଚାରୋଟି ଅଙ୍କ ରହିବ ।

ଯେପରି $(3.55)^2 = 12.6025$

ଉଦାହରଣ - 2 :

ନିମ୍ନ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଗୁଡ଼ିକ ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ?

(i) $\frac{121}{625}$ (ii) 0.004 (iii) 2.56

ସମାଧାନ : (i) $\frac{121}{625} = \frac{11 \times 11}{5 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{11^2}{(5 \times 5)^2} = \left(\frac{11}{25}\right)^2$ $\therefore$ $\frac{121}{625}$ ଗୋଟିଏ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ।

(ii) $0.004 = \frac{4}{1000} = \frac{2^2}{1000}$

ଏଠାରେ ଲକ୍ଷ୍ୟକର 1000 କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗ ନୁହେଁ । ତେଣୁ 0.004 କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗ ନୁହେଁ ।

(iii) $2.56 = \frac{256}{100} = \left(\frac{16}{10}\right)^2$ $\therefore$ 2.56 ଏକ ବର୍ଗସଂଖ୍ୟା ।

ଅନୁଶୀଳନୀ - 6 (b)

1. ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ବର୍ଗ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପ୍ରଣାଳୀ ଅବଲମ୍ବନରେ ନିମ୍ନସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ବର୍ଗ ସ୍ଥିର କର ।
45, 55, 85, 105, 155, 255

2. ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ପ୍ରଣାଳୀରେ ନିମ୍ନସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ବର୍ଗ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
27, 37, 46, 78, 98

3. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ଅଭେଦର ପ୍ରୟୋଗରେ 19, 102, 107 ର ବର୍ଗ ସ୍ଥିର କର ।

4. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ଅଭେଦର ପ୍ରୟୋଗରେ 93, 95, 98 ର ବର୍ଗ ସ୍ଥିର କର ।

5. $52^2 = (5^2 + 2)\ 100 + 2^2 = 2704$, $57^2 = (5^2 + 7)100 + 7^2 = 3249$
ଉପରୋକ୍ତ ଦୁଇଟି ବର୍ଗ ନିରୂପଣ ପ୍ରଣାଳୀ ଅନୁସରଣରେ 51, 54, 56, 58, 59 ର ବର୍ଗମାନ ସ୍ଥିର କର ।

6. $45^2 = 4 \times (4 + 1)\ 100 + 5^2$,

$55^2 = 5 \times (5 + 1)\ 100 + 5^2$ ଏବଂ $65^2 = 6 \times (6 + 1)100 + 5^2$

ଉପରୋକ୍ତ ବର୍ଗ ନିରୂପଣ ପ୍ରଣାଳୀ ଅନୁସରଣରେ 35, 75, 95, 115, 205 ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ବର୍ଗ ନିରୂପଣ କର।

7. 0.12, 1.11, 0.003 ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ବର୍ଗ ସ୍ଥିର କର ।

8. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ସ୍ଥିର କର ।
121, 1009, 65.61, 0.00256, 0.36, 12.321

6.6. ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗମୂଳ :

ସଂଜ୍ଞା : m ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ $m^2 = n$ ହେଲେ, n ର ବର୍ଗମୂଳ m ।

ତୁମେ ଜାଣିଛ $5^2 = 25$ ଏବଂ $(-5)^2 = 25$

ଏଣୁ ସଂଜ୍ଞାନୁଯାୟୀ, ଆମେ କହିବା, 25 ର ବର୍ଗମୂଳ +5 ଓ –5 [± 5 ରୂପେ ଲେଖାଯାଏ]

ଏଠାରେ ଆମେ ଦେଖିଲେ, 25 ର ବର୍ଗମୂଳ ଧନାତ୍ମକ ଓ ଅନ୍ୟଟି ଋଣାତ୍ମକ ।

ଧନାତ୍ମକ ବର୍ଗମୂଳ ସୂଚକ ଚିହ୍ନ ହେଉଛି $\sqrt{\ }$ ।

$\therefore \sqrt{25}$, 25 ର ଧନାତ୍ମକ ବର୍ଗମୂଳ = 5, $-\sqrt{25}$, 25 ର ଋଣାତ୍ମକ ବର୍ଗମୂଳ = –5

ତେଣୁ 25 ର ବର୍ଗମୂଳ $= \pm\sqrt{25} = \pm 5$

ପ୍ରଥମ ଦଶଗୋଟି ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗମୂଳ ସାରଣୀରେ ଦିଆଯାଇଛି ।

ସାରଣୀ – 6.2

ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗସଂଖ୍ୟା	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
ଦତ୍ତସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗମୂଳ	± 1	± 2	± 3	± 4	± 5	± 6	± 7	± 8	± 9	±10

6.7 ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପ୍ରଣାଳୀ :

ପ୍ରଥମ ପ୍ରଣାଳୀ : ଉତ୍ପାଦକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ମାଧ୍ୟମରେ ବର୍ଗମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ:

ଉଦାହରଣ – 3 : 36 ର ବର୍ଗମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : $36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$, $\sqrt{36} = \sqrt{2 \times 2 \times 3 \times 3} = \sqrt{2^2 \times 3^2} = 2 \times 3 = 6$

$(-6)^2 = 36$ ହେତୁ 36 ର ଋଣାତ୍ମକ ବର୍ଗମୂଳ $= -\sqrt{36} = -6$

$\therefore$ 36 ର ବର୍ଗମୂଳ $= \pm\sqrt{36} = \pm 6$

ଉଦାହରଣ – 4 : $\pm\sqrt{144}$ ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : $144 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$

$\sqrt{144} = \sqrt{2^2 \times 2^2 \times 3^2} = 2 \times 2 \times 3 = 12$

$\therefore \pm\sqrt{144} = \pm 12$

ଦ୍ୱିତୀୟ ପ୍ରଣାଳୀ :

ଭାଗକ୍ରିୟା ମାଧ୍ୟମରେ ବର୍ଗମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ :

ଉଦାହରଣ – 5 : 126025 ର ବର୍ଗ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

	355	
3)	$\overline{12}$ $\overline{60}$ $\overline{25}$	$3^2 = 9$
+3	(–9)	
65)	3 60	
+5	(–)3 25	65 x 5 = 325
705)	35 25	
	(–) 35 25	705 x 5 = 3525
	0	

(i) ବର୍ଗସଂଖ୍ୟାଟି ଛଅ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ । ତେଣୁ ଡାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱରୁ ଯୋଡ଼ି ଯୋଡ଼ି ଅଙ୍କ ନେଲେ ଏହା ତିନିଯୋଡ଼ା ହେବ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୋଡ଼ା ଉପରେ '–' ଚିହ୍ନ ଦିଅ ।

(ii) ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱର ପ୍ରଥମ ଯୋଡ଼ି ସଂଖ୍ୟା 12, 12 ରୁ ସାନ ବୃହତ୍ତମ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା 9, $\therefore$ ବର୍ଗମୂଳ ପାଇଁ ଭାଗଫଳ ସ୍ଥାନରେ 3 ଲେଖ ।

(iii) ଭାଗଶେଷ 3 ଲେଖ । ଡାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଦୁଇଅଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା 60 ଲେଖ । ବର୍ତ୍ତମାନ ଭାଜ୍ୟ 360 ହେବ ।

(iv) ପ୍ରଥମ ଭାଜକ 3 ସହ 3 ଯୋଗ କରି ଦ୍ୱିତୀୟ ଭାଜକର ପ୍ରଥମ ଅଙ୍କ 6 ଲେଖ ।

(v) ଏକକ ସ୍ଥାନରେ 5 ଓ ବର୍ଗମୂଳ (ଭାଗଫଳ) ସ୍ଥାନରେ 5 ଲେଖି 65 x 5 = 325, 360 ର ଠିକ୍ ତଳେ ଲେଖ । $\because$ 66 x 6 = 396 ବର୍ଗମୂଳ ସ୍ଥାନରେ 6 ନେଲେ ସଂଖ୍ୟାଟି 360 ରୁ ଅଧିକ ହେବ ।

(vi) ବର୍ତ୍ତମାନ ଭାଗଶେଷ 35 ର ଡାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଶେଷ ଦୁଇଟି ଅଙ୍କ 25 ଲେଖ ଏବଂ ଭାଜକ 65 ସହ 5 ଯୋଗକରି ନୂତନ ଭାଜକର ପ୍ରଥମ ଦୁଇ ଅଙ୍କ 70 ଲେଖ ।

(vii) ବର୍ତ୍ତମାନ ବର୍ଗମୂଳ ସ୍ଥାନରେ 5 ଏବଂ ଭାଜକର ଏକକ ସ୍ଥାନରେ 5 ଲେଖି 705 x 5 = 3525 ଲେଖ । ଭାଜ୍ୟ ସ୍ଥାନରେ 3525 ଥିବାରୁ 3525 – 3525 = 0 ଭାଗଶେଷ ରହିବ ।$\therefore$ 126025 ର ବର୍ଗମୂଳ = ± 355

ଭାଗକ୍ରିୟା ଦ୍ୱାରା ବର୍ଗମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ସମ୍ବନ୍ଧରେ କେତେକ ଜାଣିବା କଥା:

(a) ଦତ୍ତ ସଂଖ୍ୟାର (ଯାହାର ବର୍ଗମୂଳ ସ୍ଥିର କରାଯବ) ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଡ଼ି ଯୋଡ଼ି କଲାପରେ ଯଦି କୌଣସି ବଳକା ଅଙ୍କ ଥାଏ, ତେବେ ସଂଖ୍ୟାର ବାମ ପାଖରେ 0 ବସାଇ ବଳକା ଅଙ୍କ ସହ ଗୋଟିଏ ଅଙ୍କ–ଯୋଡ଼ି କରାଯିବ ।

(i) ଦତ୍ତ ସଂଖ୍ୟାରେ ଯେତୋଟି ଅଙ୍କ–ଯୋଡ଼ି ଥିବ, ଭାଗକ୍ରିୟା ସେତିକିଟି ପର୍ଯ୍ୟାୟରେ ସମ୍ପାଦିତ ହେବ ।

(ii) ଦତ୍ତ ସଂଖ୍ୟାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୋଡ଼ି ଅଙ୍କ ଲାଗି ବର୍ଗମୂଳରେ ଗୋଟିଏ ଅଙ୍କ ମିଳିବ ।

(b) ପୂର୍ବୋକ୍ତ ଆଲୋଚନାରୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ, ଦତ୍ତ ସଂଖ୍ୟାଟି ଦେଖି ଏହାର ବର୍ଗମୂଳରେ କେତୋଟି ଅଙ୍କ ରହିବ ତାହା ଜାଣିପାରିବା ।

ଉଦାହରଣ – 6 : 2 5 6 6 4 0 4 ର ବର୍ଗମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

	1 6 0 2	
1	$\overline{02}$ $\overline{56}$ $\overline{64}$ $\overline{04}$	
	(–)1	
+1		
26	1 56	
+6	(–)1 56	
320	0 64	
+0	(–) 00	
3202	64 04	
	(–) 64 04	
	0	

(i) ସଂଖ୍ୟାଟି ସାତ ଅଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ବାମପାର୍ଶ୍ୱରେ ଏକ ଶୂନ ବସାଇ ଏହାକୁ ଚାରିଯୋଡ଼ା ସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କର ।

(ii) ପ୍ରତି ଦୁଇ ଅଙ୍କକୁ ଡାହାଣପାର୍ଶ୍ୱରୁ ରେଖାଙ୍କିତ କର ।

(iii) 2 ରୁ ସାନ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା 1 । 2 – 1 = 1, ବର୍ଗମୂଳ ସ୍ଥାନରେ 1 ଲେଖ ।

(iv) ଦ୍ୱିତୀୟ ଭାଜ୍ୟ 156
1 ରେ 1 ଯୋଗ କରି ଦ୍ୱିତୀୟ ଭାଜକର ପ୍ରଥମ ଅଙ୍କ 2 ଲେଖ ।

(v) ଦ୍ୱିତୀୟ ପର୍ଯ୍ୟାୟରେ 26 x 6 = 156 ଭାଜ୍ୟ । 156 ନିମ୍ନରେ ଲେଖ ।

(vi) ବର୍ଗମୂଳ (ଭାଗଫଳ) ସ୍ଥାନରେ 6 ଲେଖ ।

(vii) 156 – 156 = 0, ଭାଗଶେଷ 0 ପରେ 64 ଲେଖ ।

26 + 6 = 32 କୁ ତୃତୀୟ ଭାଜକ ସ୍ଥାନରେ ଲେଖ । ଆଉ ଏକ ଅଙ୍କ ଏକକ ସ୍ଥାନରେ ଲେଖିଲେ ଏହା ତିନି ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ହେବ । କିନ୍ତୁ ଭାଜ୍ୟ ଦୁଇ ଅଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ହେତୁ ଏଠାରେ ବର୍ଗମୂଳ ସ୍ଥାନରେ 0 ଲେଖାଯିବ ।

(viii) 64 ର ନିମ୍ନରେ 320 x 0 = 0 ଲେଖି ବିୟୋଗ କଲେ ଭାଗଶେଷ 64 ହେବ । 64 ର ଡାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଶେଷ ଦୁଇଅଙ୍କ 04 ଲେଖ ।

(ix) ଚତୁର୍ଥ ଭାଜ୍ୟ 6 4 0 4 ଏବଂ ଭାଜକ 320 + 0 = 320 ଲେଖ । ବର୍ତ୍ତମାନ 320 ର ଡାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱରେ 2 ଲେଖିଲେ ଚତୁର୍ଥ ଭାଜକଟି 3202 ହେବ । ବର୍ଗମୂଳ ସ୍ଥାନରେ 2 ଲେଖ ।

(x) 3202 x 2 = 6404, ଭାଜ୍ୟ 6404 – 6404 = 0 ଭାଗଶେଷ 0 ରହିବ ଏବଂ ବର୍ଗମୂଳ ସ୍ଥାନରେ 1602 ରହିବ । $\therefore$ 2 5 6 6 4 0 4 ର ବର୍ଗମୂଳ $= \pm\sqrt{2566404} = \pm 1602$

ଉଦାହରଣ – 7 : 4 7 7 4 2 2 5 ର ବର୍ଗମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ଉଦାହରଣମାନଙ୍କର ଅନୁସରଣରେ ବର୍ଗମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇଛି, ଭଲଭାବରେ ଅନୁଧ୍ୟାନ କର ।

	2 1 8 5
2	$\overline{04}$ $\overline{77}$ $\overline{42}$ $\overline{25}$
+2	(–)04
41	77
+1	(–) 41
428	3 6 4 2
+8	(–) 3 4 2 4
4365	2 1 8 2 5
	(–) 2 1 8 2 5
	0

$\therefore$ 4774225 ର ବର୍ଗମୂଳ $= \pm\sqrt{4774225} = \pm 2185$

ଉଦାହରଣ – 8 : 6 4 4 3 2 7 2 9 ର ବର୍ଗମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

		8 0 2 7	
(i) ପ୍ରଥମ ଭାଜକ 8,	8	$\overline{64}\,\overline{43}\,\overline{27}\,\overline{29}$	ବର୍ଗମୂଳ (ଭାଗଫଳ) ସ୍ଥାନରେ ଅଙ୍କ 8 ।
	+ 8	(–)64	
(ii) 2ୟ ଭାଜକ 160,	160	0 4 3	ବର୍ଗମୂଳର ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଙ୍କ 0 ।
	+ 0	00	
	1602	4 3 2 7	
	+2	3 2 0 4	
(iii) 3ୟ ଭାଜକ 1602,	16047	11 2 3 2 9	ବର୍ଗମୂଳର ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଙ୍କ 2 ।
(iv) 4ର୍ଥ ଭାଜକ 16047		11 2 3 2 9	ବର୍ଗମୂଳର ପରବର୍ତ୍ତୀ ତଥା ଶେଷ ଅଙ୍କ 7 ।
		0	

6 4 4 3 2 7 2 9 ର ବର୍ଗମୂଳ $= \pm\sqrt{64432729} = \pm 8027$

6.8. ଦଶମିକ ବର୍ଗସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ :

ଯେଉଁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ବର୍ଗସଂଖ୍ୟା ଅଟନ୍ତି ସେଗୁଡ଼ିକର ବର୍ଗମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପ୍ରଣାଳୀ ନିମ୍ନରେ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଛି । ଏହି ପ୍ରଣାଳୀ ଅବଲମ୍ବନରେ ନିମ୍ନ ସୂତ୍ରଟିର ସାହାଯ୍ୟ ନିଆଯାଇଥାଏ ।

a, b $\in$ **N** ହେଲେ, $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

(A) ଭଗ୍ନାଂଶ (ଲବ ଓ ହର ଉଭୟେ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା) ର ବର୍ଗମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ :

ଉଦାହରଣ – 9 : $7\frac{9}{16}$ ର ବର୍ଗମୂଳ ସ୍ଥିର କର ।

ସମାଧାନ : $7\frac{9}{16}$ ର ବର୍ଗମୂଳ = $\frac{121}{16}$ ର ବର୍ଗମୂଳ = $\pm\sqrt{\frac{121}{16}} = \pm\frac{\sqrt{121}}{\sqrt{16}}$ $\left[\because \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right]$

$= \pm\frac{11}{4} = \pm 2\frac{3}{4}$ $\therefore$ $7\frac{9}{16}$ ର ବର୍ଗମୂଳ = $\pm 2\frac{3}{4}$

ଉଦାହରଣ – 10 : $10\frac{6}{25}$ ର ବର୍ଗମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : $10\frac{6}{25}$ ର ବର୍ଗମୂଳ = $\frac{256}{25}$ ର ବର୍ଗମୂଳ= $\pm\sqrt{\frac{256}{25}} = \pm\frac{\sqrt{256}}{\sqrt{25}} = \pm\left(\frac{16}{5}\right) = \pm 3\frac{1}{5}$

$\therefore$ $10\frac{6}{25}$ ର ବର୍ଗମୂଳ = $\pm 3\frac{1}{5}$

(B) ଦଶମିକ ଭଗ୍ନାଂଶ (ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା) ର ବର୍ଗମୂଳ :

ଉଦାହରଣ – 11 : 0.053361 ର ବର୍ଗମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : $0.053361 = \frac{53361}{1000000} = \frac{53361}{10^6}$

$\therefore$ 0.053361 ର ବର୍ଗମୂଳ = $\pm\sqrt{\frac{53361}{10^6}} = \frac{\pm\sqrt{53361}}{\sqrt{10^6}} = \pm\frac{231}{10^3} = \pm 0.231$

($\because$ 53361 ର ବର୍ଗମୂଳ $= \pm 231$)

```
2)   05  33  61  (231
     04
    ------------
43)   1 33
      1 29
    ------------
461)     4 61
         4 61
        -------
           0
```

ଉଦାହରଣ – 12 : 23.04 ର ବର୍ଗମୂଳ ସ୍ଥିର କର ।

ସମାଧାନ : 23.04 ର ବର୍ଗମୂଳ = $\frac{2304}{100}$ ର ବର୍ଗମୂଳ = $\pm\sqrt{\frac{2304}{100}} = \pm\frac{\sqrt{2304}}{\sqrt{100}} = \pm\frac{48}{10} = \pm 4.8$

$\therefore$ 23.04 ର ବର୍ଗମୂଳ = $\pm$ 4.8

ବିକଳ୍ପ ପ୍ରଣାଳୀ :

```
4)   23 . 04  (4.8
     16
    ---------
88)   7 04
      7 04
    ---------
        0
```

$\therefore$ 23.04 ର ବର୍ଗମୂଳ = $\pm$ 4.8 ହେବ ।

6.9. ଆସନ୍ନ ବର୍ଗମୂଳ ନିରୂପଣ :

1, 4, 9 ଆଦି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ଯେ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ, ଏହା ତୁମେ ଜାଣିଛ । ଫଳରେ ସେହି ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ବର୍ଗମୂଳ ମଧ୍ୟ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା । $\frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{4}{25}$ ଆଦି ବର୍ଗସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗମୂଳ ମଧ୍ୟ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା – ଏହା ମଧ୍ୟ ତୁମେ ଜାଣ । ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା (ବା ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା) ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗମୂଳ ନାହିଁ, ଏହା ସୁସ୍ପଷ୍ଟ । ଯଥା : 2ର କୌଣସି ବର୍ଗମୂଳ ନାହିଁ । ଅର୍ଥାତ୍ ଏପରି କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା ନାହିଁ ଯାହାର ବର୍ଗ 2 ହେବ । ତଥାପି 2 ଲାଗି 2.000.... ନେଇ ଭାଗକ୍ରିୟା ପଦ୍ଧତିରେ ଏହାର ବର୍ଗମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା ।

	1. 414
1	$\overline{2}.\overline{00}\ \overline{00}\ \overline{00}$
	(–1)
24	1 00
	– 96
281	400
	– 281
	11900
2824	– 11296

ଏହିପରି ଭାଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା କରି ଚାଲିଲେ ଦେଖିବା ଯେ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ଶେଷ ନାହିଁ । ଅର୍ଥାତ୍ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାରେ 2ର କୌଣସି ବର୍ଗମୂଳ ନାହିଁ । (ଏହାର ଯୁକ୍ତିଭିତ୍ତିକ ପ୍ରମାଣ ପରେ ପଢ଼ିବ) । ବର୍ଗମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟର ଭାଗକ୍ରିୟାର ଫଳକୁ ବିଶ୍ଳେଷଣ କରାଯାଉ ।

ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାରେ ଭାଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ଫଳ = 1 ଏବଂ $1^2 = 1$ = ଯାହାକି 2 ଠାରୁ 1 ସାନ ।

ଦଶମିକ ଏକସ୍ଥାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଫଳ = 1.4 ଏବଂ $(1.4)^2 = 1.96$ ଯାହାକି 2 ଠାରୁ 0.04 ସାନ ।

ଦଶମିକ ଦୁଇସ୍ଥାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଫଳ = 1.41 ଏବଂ $(1.41)^2 = 1.9881$, ଯାହାକି 2 ଠାରୁ 0.0119 ସାନ ।

ଲକ୍ଷ୍ୟକର ଯେ ଆମେ ଭାଗକ୍ରିୟାର ଅଧିକରୁ ଅଧିକ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସମ୍ପାଦନ କଲେ ଯେଉଁ ପରିମେୟ ଫଳମାନ ପାଉଛେ ତାହାର ବର୍ଗ କ୍ରମଶଃ 2ର ନିକଟତର ହେଉଛି । ଯେହେତୁ ଭାଗକ୍ରିୟାର କୌଣସି ପର୍ଯ୍ୟାୟରେ ଭାଗଶେଷ ହେବ ନାହିଁ ତେଣୁ 2 ର କୌଣସି ପରିମେୟ ବର୍ଗମୂଳ ନାହିଁ । କିନ୍ତୁ ଆମେ କହୁ –

ଦଶମିକ ଏକ ସ୍ଥାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ 2 ର ଆସନ୍ନ ବର୍ଗମୂଳ = ± 1.4,

ଦଶମିକ ଦୁଇ ସ୍ଥାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ 2 ର ଆସନ୍ନ ବର୍ଗମୂଳ = ± 1.41,

ଦଶମିକ ତିନି ସ୍ଥାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ 2 ର ଆସନ୍ନ ବର୍ଗମୂଳ = ± 1.414..... ଇତ୍ୟାଦି ।

ସେହିପରି 3 ବା 3.0000.... ନେଇ ଭାଗକ୍ରିୟା ପଦ୍ଧତିରେ ଏହାର ବର୍ଗମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା–

	1. 732
1	$\overline{3}.\overline{00}\ \overline{00}\ \overline{00}$
	(–)1
27	2 00
	(–)189
343	1100
	– 1029
3462	7100
	– 6924
	176

ଏଠାରେ ମଧ୍ୟ ଦେଖିଲେ ଯେ –

ଦଶମିକ ଏକ ସ୍ଥାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ 3 ର ଆସନ୍ନ ବର୍ଗମୂଳ = ± 1.7

ଦଶମିକ ଦୁଇ ସ୍ଥାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ 3 ର ଆସନ୍ନ ବର୍ଗମୂଳ = ± 1.73

ଦଶମିକ ତିନି ସ୍ଥାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ 3 ର ଆସନ୍ନ ବର୍ଗମୂଳ = ± 1.732

ଏହିପରି ବର୍ଗସଂଖ୍ୟା ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ ଯେ କୌଣସି ଧନାତ୍ମକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଆସନ୍ନ ବର୍ଗମୂଳ ଦଶମିକର ବିଭିନ୍ନ ସ୍ଥାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି ପାରିବା । ନିମ୍ନସ୍ଥ ଉଦାହରଣ ଦେଖ ।

ଉଦାହରଣ – 13 :

2.8 ର ଆସନ୍ନ ବର୍ଗମୂଳ ଦଶମିକ ତିନିସ୍ଥାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

1	$\overline{2}.\overline{80}\ \overline{00}\ \overline{00}$	1.673
	(–) 1	
26	1 80	
	(–) 1 56	
327	24 00	
	(–) 2289	
3343	11100	
	(–) 10029	
	1071	

∴ ଦଶମିକ ତିନିସ୍ଥାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ

2.8 ର ଆସନ୍ନ ବର୍ଗମୂଳ $= \pm 1.673$

ଉଦାହରଣ – 14 : $10\frac{2}{3}$ ର ଆସନ୍ନ ବର୍ଗମୂଳ ଦଶମିକ ତିନିସ୍ଥାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ପ୍ରଥମ ପ୍ରଣାଳୀ : $10\frac{2}{3}$ ର ଦଶମିକ 6 ସ୍ଥାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଆସନ୍ନମାନ = 10.666667

(ଟୀକା : ଦଶମିକ ତିନିସ୍ଥାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଆସନ୍ନ ବର୍ଗମୂଳ ଆବଶ୍ୟକ ଥିବାରୁ ଦତ୍ତ ସଂଖ୍ୟାର ଦଶମିକ 6 ସ୍ଥାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଆସନ୍ନମାନ ନିଆଯାଇଛି ।)

	3.265
3	$\overline{10}.\overline{66}\ \overline{66}\ \overline{67}$
	(–)9
62	1 66
	(–) 12 4
646	42 66
	(–) 38 76
6525	39067
	(–) 32625
	6442

∴ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ଆସନ୍ନ ବର୍ଗମୂଳ $= \pm 3.265$

ଦ୍ୱିତୀୟ ପ୍ରଣାଳୀ : $10\frac{2}{3}$ ର ଆସନ୍ନ ବର୍ଗମୂଳ

	9.797
9	$\overline{96}.\overline{00}\ \overline{00}\ \overline{00}$
	(–) 81
187	1500
	(–) 1309
1949	19100
	(–) 17541
19587	1559 00
	(–)1371 09
	18791

$= \pm\sqrt{10\frac{2}{3}}$ ର ଆସନ୍ନମାନ $= \pm\sqrt{\frac{32}{3}}$ ର ଆସନ୍ନମାନ

$= \pm\sqrt{\frac{96}{9}}$ ର ଆସନ୍ନମାନ $= \pm\frac{\sqrt{96}}{3}$ ର ଆସନ୍ନମାନ

∴ $10\frac{2}{3}$ ର ଆସନ୍ନମାନ $= \pm\frac{9.797}{3} = \pm 3.266$

ଟୀକା : ଦଶମିକ ତିନିସ୍ଥାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଆସନ୍ନ ବର୍ଗମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାର ଆବଶ୍ୟକତା ଥିଲେ, ଦଶମିକ ଚାରିସ୍ଥାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଆସନ୍ନ ବର୍ଗମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି ତହିଁରୁ ଦଶମିକ ତିନିସ୍ଥାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଆସନ୍ନମାନ ନେଲେ ଉନ୍ନତ ଆସନ୍ନମାନ ମିଳିଥାଏ ।

ଯେପରି ଦଶମିକ ଚାରିସ୍ଥାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ 10.66666667 ର ଆସନ୍ନ ବର୍ଗମୂଳ = $\pm$ 3.2659

$10\frac{2}{3}$ ର ଦଶମିକ ତିନିସ୍ଥାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଆସନ୍ନ ବର୍ଗମୂଳ = $\pm$ 3.266

ଉଦାହରଣ – 15 : 1.5 ର ବର୍ଗମୂଳ ଦଶମିକ 3 ସ୍ଥାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ :

$$
\begin{array}{l|l}
1 & \bar{1}.\overline{50}\ \overline{00}\ \overline{00}\ (1.224 \\
 & (-)\,1 \\
\hline
22 & 0.50 \\
 & (-)\,44 \\
\hline
242 & 600 \\
 & (-)\,484 \\
\hline
2444 & 11600 \\
 & (-)\,9776 \\
\hline
 & 1824
\end{array}
$$

$\therefore$ 1.5 ର ଆସନ୍ନ ବର୍ଗମୂଳ $= \pm 1.224$

ଉଦାହରଣ – 16 : $\sqrt{3} = 1.732$ ର ହେଲେ $\frac{12}{5\sqrt{3}}$ ର ଆସନ୍ନମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : $\frac{12}{5\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}}{5\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}}{15} = \frac{12(1.732)}{15} = \frac{4(1.732)}{5} = \frac{6.928}{5} = 1.3856$

ଉଦାହରଣ – 17 : $\sqrt{2} = 1.414$ ହେଲେ $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$ ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} = \frac{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} = \frac{(\sqrt{2}-1)^2}{(\sqrt{2})^2-(1)^2} = \frac{2+1-2\sqrt{2}}{2-1} = \frac{3-2\sqrt{2}}{1}$

(ପରିମେୟ ହର ବିଶିଷ୍ଟ ରାଶିରେ ପରିଣତ କରାଗଲା)

$= 3 - 2\,(1.414) = 3 - 2.828 = 0.172$

ଉଦାହରଣ – 18 : $\sqrt{6} = 2.449$ ହେଲେ, $8\sqrt{\frac{3}{2}}$ ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : $8\sqrt{\frac{3}{2}} = 8 \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{8 \times \sqrt{3}\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{6}}{2}$ (ପରିମେୟ ହର ବିଶିଷ୍ଟ ରାଶିରେ ପରିଣତ କରାଗଲା)

$= 4\sqrt{6} = 4(2.449) = 9.796$

ଅନୁଶୀଳନୀ - 6 (c)

1. ବନ୍ଧନୀ ମଧ୍ୟରୁ ଠିକ୍ ଉତ୍ତରଟି ବାଛି ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

(a) 0.36 ର ବର୍ଗମୂଳଟି ---- (6.0, 0.6, .06, .006)

(b) 1.21 ର ବର୍ଗମୂଳଟି ---- (0.11, 1.01, 1.1, 1.001)

(c) $1\frac{7}{9}$ ର ବର୍ଗମୂଳଟି ---- । $\left(1\frac{1}{3}, 1\frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{7}{3}\right)$

(d) 0.0009 ର ବର୍ଗମୂଳଟି ----- । (0.3, 0.03, 0.003, 0.0003)

(e) $6\frac{1}{4}$ ର ବର୍ଗମୂଳଟି ---- । $\left(1\frac{1}{2}, 2\frac{1}{2}, 3\frac{1}{2}, 4\frac{1}{2}\right)$

2. ବର୍ଗମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

289, 361, 784, 6.25, 12.96, 19.36 ଓ 10.24

3. ଭାଗକ୍ରିୟା ସାହାଯ୍ୟରେ ବର୍ଗମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

93025, 99856, 108241, 74529, 2256004, 1879641 ଓ 53361

4. ଦତ୍ତ ଦଶମିକ ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

53.1441, 36.3609, 4.401604, 0.9801 ଓ 5.4756

5. ଦତ୍ତ ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗମୂଳ ଆସନ୍ନ ଦଶମିକ 3 ସ୍ଥାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

(i) 5, (ii) 7, (iii) 10, (iv) 2.5, (v) 3.6

6. ଦଶମିକ ତିନି ସ୍ଥାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଆସନ୍ନ ବର୍ଗମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

$1\frac{1}{4}, 2\frac{7}{9}, 4\frac{1}{16}, 3\frac{7}{25}$ ଓ $4\frac{9}{16}$

7. (i) $\sqrt{2} = 1.414$ ହେଲେ $\frac{5}{\sqrt{2}}$ ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(ii) $\sqrt{3} = 1.732$ ହେଲେ, $\frac{8}{3\sqrt{3}}$ ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(iii) $\sqrt{3} = 1.732$ ହେଲେ, $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$ ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(iv) $\sqrt{6} = 2.449$ ହେଲେ, $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(v) $\sqrt{6} = 2.449$ ହେଲେ, $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

6.10 ବର୍ଗମୂଳ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ବିବିଧ ପ୍ରଶ୍ନ :

ଉଦାହରଣ – 19 : 2352 କୁ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ ଭାଗଫଳ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ହେବ ?

ସମାଧାନ :

$$\begin{array}{r|l} 2 & 2352 \\ \hline 2 & 1176 \\ \hline 2 & 588 \\ \hline 2 & 294 \\ \hline 7 & 147 \\ \hline 7 & 21 \\ \hline & 3 \end{array}$$

$2352 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 3$

$= 2^2 \times 2^2 \times 7^2 \times 3$

2352 କୁ 3 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ ଭାଗଫଳ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ହେବ ।

ଉଦାହରଣ – 20 : କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାର $\frac{1}{3}$ ଓ $\frac{1}{4}$ ର ଗୁଣଫଳ 108 ହେବ ?

ସମାଧାନ : ସଂଖ୍ୟାଟି x ଧରାଯାଉ । x ର $\frac{1}{3} = \frac{x}{3}$ ଏବଂ x ର $\frac{1}{4} = \frac{x}{4}$

ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ, $\frac{x}{3} \times \frac{x}{4} = \frac{x^2}{12} = 108$

$\therefore\ x^2 = 108 \times 12$

$\Rightarrow x = \pm\sqrt{108 \times 12} = \pm\sqrt{6 \times 6 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2}$

$= \pm(6 \times 3 \times 2) = \pm 36 \Rightarrow x = 36$ $\therefore$ ସଂଖ୍ୟାଟି 36

ଉଦାହରଣ – 21 : 34967 ରୁ କେଉଁ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସଂଖ୍ୟା ବିୟୋଗ କଲେ, ବିୟୋଗଫଳ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ହେବ ?

ସମାଧାନ : ପ୍ରଥମେ 34967 ର ବର୍ଗମୂଳ ସ୍ଥିର କରିବା ।

$$\begin{array}{r|l|l} 1 & \overline{3}\ \ \overline{49}\ \ \overline{67} & 186 \\ & (-)1 & \\ \hline 28 & 2\ 49 & \\ & (-)\ 2\ 24 & \\ \hline 366 & \quad 2567 & \\ & (-)\ 2196 & \\ \cline{2-2} & \quad 371 & \end{array}$$

ଉକ୍ତ ଭାଗକ୍ରିୟାରୁ ଜଣାଗଲା ଯେ, 34967, 186^2 ଠାରୁ 371 ଅଧିକ । ଏଣୁ ଦତ୍ତ ସଂଖ୍ୟାରୁ 371 ବିୟୋଗକଲେ, ବିୟୋଗଫଳ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ହେବ ।

ଉଦାହରଣ – 22 : 4931 ରେ କେଉଁ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଗ କଲେ, ଯୋଗଫଳ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ହେବ ?

ସମାଧାନ :

$$\begin{array}{r|l|l} 7 & \overline{49}\ \ \overline{31} & 70 \\ & 49 & \\ \hline 140 & \quad 31 & \\ & \quad 0 & \\ \cline{2-2} & \quad 31 & \end{array}$$

ଆମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କଲେ ଯେ, 70 ର ବର୍ଗ 4931 ଠାରୁ କ୍ଷୁଦ୍ରତର, ମାତ୍ର 71 ର ବର୍ଗ, 4931 ଠାରୁ ବୃହତ୍ତର । $\therefore$ 4931 ରେ ଏକ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଗ କଲେ ଯୋଗଫଳ ଯେଉଁ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ହେବ, ତାହା ହେଲା $71^2 - 4931 = 5041 - 4931 = 110$ । ତେଣୁ 4931 ସହ 110 ଯୋଗ କଲେ, ଯୋଗଫଳ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ହେବ । $\therefore$ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସଂଖ୍ୟା = 110

ଅନୁଶୀଳନୀ - 6(d)

1. 1000 ର ନିକଟତମ କେଉଁ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ଅଟେ ?

2. ଗୋଟିଏ ସ୍କୁଲ୍‌ରେ ଯେତେ ଜଣ ଛାତ୍ର ଥିଲେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସେତୋଟି ଲେଖାଏଁ 50 ପଇଶି ଦେବାରୁ ମୋଟ 1250 ଟଙ୍କା ଚାନ୍ଦା ଅସୁଲ ହେଲା । ସ୍କୁଲ୍‌ର ଛାତ୍ର ସଂଖ୍ୟା କେତେ ?

3. ଏକ ଉଚ୍ଚ ଇଂରାଜୀ ସ୍କୁଲ୍‌ର ଛାତ୍ରମାନଙ୍କୁ ବର୍ଗାକାର ନକ୍ସାରେ ଠିଆ କରାଇବାରୁ 10 ରୁ କମ୍ ଛାତ୍ର ବଳି ପଡ଼ିଲେ । ସ୍କୁଲ୍‌ର ଛାତ୍ର ସଂଖ୍ୟା 1230 ଜଣ ହେଲେ ପ୍ରତି ଧାଡ଼ିରେ କେତେ ଜଣ ଛାତ୍ର ଛିଡ଼ା ହୋଇଥିଲେ ?

4. 6912କୁ କେଉଁ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଭାଗ ବା ଗୁଣନ କଲେ ଫଳ ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ହେବ ?

5. କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାର $\frac{2}{3}$ ଓ $\frac{7}{8}$ ର ଗୁଣଫଳ 1344 ଅଟେ ?

6. ଗୋଟିଏ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥର 3 ଗୁଣ । ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 972 ବର୍ଗମିଟର ହେଲେ ପରିସୀମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

7. ଗୋଟିଏ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପ୍ରସ୍ଥର ଦେଢ଼ଗୁଣ । ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 1350 ବର୍ଗମିଟର ହେଲେ ଏହାର ପରିସୀମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

8. ଜଣେ ଲୋକ ତାହାର 400 ଓ 441 ବର୍ଗମିଟରର ଦୁଇଟି ବର୍ଗାକାର ଜମି ବଦଳରେ ଗୋଟିଏ ବର୍ଗାକାର ଜମି କିଣିଲା । ଏଥିରେ ତାର ବାଡ଼ ଦେବା ଖର୍ଚ୍ଚ ମିଟର ପ୍ରତି 5 ଟଙ୍କା ହିସାବରେ କେତେ ଖର୍ଚ୍ଚ ହେବ ?

9. ଗୋଟିଏ ଛାତ୍ରାବାସରେ ଯେତେ ଜଣ ଛାତ୍ର ଥିଲେ ପ୍ରତ୍ୟେକେ, ଛାତ୍ର ସଂଖ୍ୟାର 5 ଗୁଣ ଲେଖାଏଁ ଟଙ୍କା ମେସ୍ ଖର୍ଚ୍ଚ ଦେବାରୁ ମୋଟ 72000 ଟଙ୍କା ଅସୁଲ ହେଲା । ଛାତ୍ର ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

10. 18265 ରୁ କେଉଁ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସଂଖ୍ୟା ବିୟୋଗ କଲେ ବିୟୋଗଫଳ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ହେବ ?

11. 4515600 ରେ କେଉଁ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଗ କଲେ, ଯୋଗଫଳ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ହେବ ?

12. ଗୋଟିଏ ବର୍ଗାକାର ପଡ଼ିଆର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 133.6336 ବ.ମି. ହେଲେ ପଡ଼ିଆର ପରିସୀମା କେତେ ?

6.11 ସଂଖ୍ୟାର ଘନ ଏବଂ ପୂର୍ଣ୍ଣ ଘନ ସଂଖ୍ୟା (Cube of a number and a perfect cube number):

ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ – $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ ଆମେ କହୁ, '2 ର ଘନ = 8' ;

$3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ ଆମେ କହୁ, '3 ର ଘନ = 27' ;

$4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ ଆମେ କହୁ, '4 ର ଘନ = 64' ....ଇତ୍ୟାଦି ।

ନିମ୍ନରେ ପ୍ରଦତ୍ତ ସାରଣୀର ପ୍ରଥମ ଦଶଟି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାର ଘନ ଦିଆଯାଇଛି ।

ସାରଣୀ - 6.3

ସଂଖ୍ୟା	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ଘନ	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000

1, 8, 27, 64... ଆଦି ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ପୂର୍ଣ୍ଣ ଘନ ସଂଖ୍ୟା କୁହାଯାଏ । ଅର୍ଥାତ୍ n ଏକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ହେଲେ, $n \times n \times n = n^3$ ମଧ୍ୟ ଏକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ଓ ଏହାକୁ (n^3କୁ) ଏକ ଘନ ସଂଖ୍ୟା ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

1, 3, 5, 7 .. ଆଦି ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ଘନ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ 2, 4, 6, 8 ... ଆଦି ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ଘନ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା । (ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ)

ନିଜେ କର

ନିମ୍ନ ସଂରଚନାକୁ ଦେଖି କୁହ –

$$1 = 1 = 1^3$$
$$3 + 5 = 8 = 2^3$$
$$7 + 9 + 11 = 27 = 3^3$$
$$13 + 15 + 17 + 19 = 64 = 4^3$$
$$21 + 23 + 25 + 27 + 29 = 125 = 5^3$$ ଇତ୍ୟାଦି ।

10^3 ପାଇବା ପାଇଁ କେତେଗୋଟି ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି ନେବାକୁ ପଡ଼ିବ ?

କୌଣସି ଏକ ସଂଖ୍ୟା ଘନ ସଂଖ୍ୟା କି ନୁହେଁ, ତାହା ଆମେ ସଂଖ୍ୟାଟିର ଉତ୍ପାଦକୀକରଣରୁ ଜାଣିପାରିବା । ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

ଉଦାହରଣ – 23 : 128 ଏକ ଘନ ସଂଖ୍ୟା କି ?

ସମାଧାନ : $128 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ ....(1)

$= (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2) \times 2$

$= (2)^3 \times (2)^3 \times 2 = (2 \times 2)^3 \times 2 = (4)^3 \times 2$

128ର ଉତ୍ପାଦକୀକରଣ n^3 ରୂପରେ ପ୍ରକାଶିତ ହେଲା ନାହିଁ । ଏଣୁ ଏହା ଏକ ଘନ ସଂଖ୍ୟା ନୁହେଁ ।

ଟୀକା : (1) ଚିହ୍ନିତ ସୋପାନରେ ଆମେ ଦେଖିଲେ ଯେ ଦତ୍ତ ସଂଖ୍ୟାର ଉତ୍ପାଦକୀକରଣରେ 7 ଗୋଟି 2 ଗୁଣନୀୟକ ରୂପେ ରହିଲା । 6 ଗୋଟି 2 ରୁ 4^3 ମିଳିଲା ଓ ଗୋଟିଏ 2 (ଗୁଣନୀୟକ) ବଳକା ରହିବାରୁ ଉତ୍ପାଦକୀକରଣ n^3 ରୂପରେ ପ୍ରକାଶିତ ହେଲା ନାହିଁ । ଏଣୁ ଦେଖିଲେ ଯେ ସୋପାନ (1)ରେ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମୌଳିକ ଉତ୍ପାଦକ ସଂଖ୍ୟା 3 ର ଗୁଣିତକ ହେଲେ ହିଁ ସଂଖ୍ୟାଟି ଘନ ସଂଖ୍ୟା ହେବ । ପ୍ରଶ୍ନ ସମାଧାନ କଲାବେଳେ ଆମେ ସମାଧାନର ସୋପାନକୁ ନିମ୍ନମତେ ଦର୍ଶାଇଲେ ଯଥେଷ୍ଟ ହେବ ।

$128 = \overline{2 \times 2 \times 2} \times \overline{2 \times 2 \times 2} \times 2$ $\therefore$ 128 ଘନ ସଂଖ୍ୟା ନୁହେଁ ।

6.11.1 ଘନସଂଖ୍ୟା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ସୂତ୍ର :

ଆମେ ପଢ଼ିଥିବା ଗୋଟିଏ ଘାତାଙ୍କ ନିୟମ ହେଲା –

$(a \times b)^n = a^n \times b^n$ **ଯେଉଁଠି** $a, b \in Q$ **ଓ** $n \in N$

ଏହାର ଗୋଟିଏ ଅନୁସିଦ୍ଧାନ୍ତ ହେଲା– ସୂତ୍ର : $a^3 \times b^3 = (a \times b)^3$ **ଯଦି** $a, b \in N$ **......... (1)**

ଉଦାହରଣ – 24 : 27000 ଏକ ଘନ ସଂଖ୍ୟା କି ନୁହେଁ, ପରୀକ୍ଷା କର । ଯଦି ସଂଖ୍ୟାଟି ଘନସଂଖ୍ୟା ହୁଏ, ତେବେ ଏହା କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାର ଘନ ସ୍ଥିର କର ।

ସମାଧାନ : $27000 = \overline{2 \times 2 \times 2} \times \overline{3 \times 3 \times 3} \times \overline{5 \times 5 \times 5} = 2^3 \times 3^3 \times 5^3 = (2 \times 3 \times 5)^3 = (30)^3$

$\therefore$ 27000 ଏକ ଘନ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ଏହା 30 ର ଘନ ।

ଉଦାହରଣ – 25 : 392 କୁ କେଉଁ ସର୍ବନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଗୁଣିଲେ, ଗୁଣଫଳ ଏକ ଘନସଂଖ୍ୟା ହେବ ?

ସମାଧାନ : $392 = \overline{2 \times 2 \times 2} \times 7 \times 7 = 2^3 \times 7^2$

$\therefore$ 392 ର ଉତ୍ପାଦକୀକରଣରେ – ଗୁଣନୀୟକ 2 ର ସଂଖ୍ୟା = 3 ଓ ଗୁଣନୀୟକ 7 ର ସଂଖ୍ୟା = 2

$\therefore$ 392 କୁ ଅନ୍ୟୂନ 7 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣିଲେ, ଗୁଣଫଳ ଏକ ଘନ ସଂଖ୍ୟା ହେବ ।

ଉଦାହରଣ-26 : ଏକ ସମଘନାକାର ବାକ୍ସର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧାରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 4 ମିଟର ହେଲେ, ଏହାର ଆୟତନ କେତେ ?

ସମାଧାନ : ସମଘନାକାର ବାକ୍ସର ଆୟତନ = (ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ)^3

= $(4)^3$ ଘ.ମି. = $(4 \times 4 \times 4)$ ଘ.ମି. = 64 ଘ.ମି.

ମେଟ୍ରିକ୍ ମାପ ତାଲିକା :

ଘନଫଳ ମାପର ମେଟ୍ରିକ୍ ଏକକ ତାଲିକା ତଳେ ଦେଖ : ।

10 ମି.ମି. = 1 ସେ.ମି. ହେତୁ, 1000 ଘ.ମି.ମି. = 1 ଘ. ସେ.ମି.

10 ସେ.ମି. = 1 ଡେସି.ମି. ହେତୁ, 1000 ଘ.ସେ.ମି. = 1 ଘ. ଡେସି.ମି.

10 ଡେସି.ମି. = 1 ମି. ହେତୁ, 1000 ଘ.ଡେସି.ମି. = 1 ଘ.ମି.

ମନେରଖ :

(କ) ଗୋଟିଏ ପାତ୍ରର ଆୟତନ ଯେତେ ଘନ ଡେସି ମିଟର, ସେଥିରେ ଧରୁଥିବା ଜଳର ପରିମାଣ ସେତିକି ଲିଟର ।
ଅର୍ଥାତ୍ 1 ଘ.ଡେସି.ମି. = 1000 ଘ.ସେ.ମି. = 1 ଲିଟର
(ଲିଟର ହେଉଛି ତରଳ ପଦାର୍ଥ ଲାଗି ମାପ ଏକକ)

(ଖ) ଗୋଟିଏ ପାତ୍ରର ଆୟତନ ଯେତେ ଘନ ମିଟର, ସେଥିରେ ଧରୁଥିବା ଜଳର ପରିମାଣ ସେତିକି କିଲୋଲିଟର (ବା 1000 ଲିଟର) ।

ଉଦାହରଣ- 27: ଏକ ସମଘନାକାର ପାଣି ଟାଙ୍କିରି ଭିତର ପାଖର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 2 ମିଟର ହେଲେ, ଏଥିରେ କେତେ ଲିଟର ପାଣି ଧରେ ?

ସମାଧାନ : ପାଣି ଟାଙ୍କିର ଆୟତନ = (ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧାରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ)^3

= 2^3 ଘନ ମିଟର = 8 ଘନ ମିଟର

∴ ପାଣିର ପରିମାଣ = 8 କିଲୋଲିଟର = 8000 ଲିଟର ।

1729 ଏକ ସଂଖ୍ୟା, ଯାହା ଦୁଇଟି ଉପାୟରେ ଦୁଇଟି ଘନସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି ରୂପେ ପ୍ରକାଶିତ ହୋଇପାରିବ । ଯଥା : $1729 = 12^3 + 1^3 = 10^3 + 9^3$ ଏହାକୁ Hardy-Ramanujan ସଂଖ୍ୟା କୁହାଯାଏ । ସେହିପରି 4104 $= 2^3 + 16^3 = 9^3 + 15^3$ ଏବଂ $13832 = 18^3 + 20^3 = 2^3 + 24^3$। ଏଭଳି ଆମେ ଅସଂଖ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା ପାଇବା । ଏଥିମଧ୍ୟରୁ 1729 କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ।

ଅନୁଶୀଳନୀ- 6 (e)

1. 11 ଠାରୁ 20 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସମସ୍ତ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାର ଘନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

2. **ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।**

(i) $(3)^3 \times (4)^3 = (........)^3$ (ii) $(5)^3 \times (11)^3 = (........)^3$

(iii) $(12)^3 \times (5)^3 = (........)^3$ (iv) $6^3 = 2^3 \times (........)^3$

(v) $15^3 = (........)^3 \times (5)^3$

3. **ନିମ୍ନଲିଖିତ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଗୁଡ଼ିକ ଘନ ସଂଖ୍ୟା ?**

54, 216, 243, 218, 1331, 106480

4. 675 ରେ ଅନ୍ୟୁନ କେତେ ଗୁଣିଲେ, ଗୁଣଫଳ ଏକ ଘନସଂଖ୍ୟା ହେବ ?

5. 8640 କୁ ଅତି କମ୍‌ରେ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ, ଭାଗଫଳ ଏକ ଘନସଂଖ୍ୟା ହେବ ?

6. ଏକ ସମଘନର ଏକ ଧାରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 15 ସେ.ମି. ହେଲେ, ଏହାର ଆୟତନ କେତେ ?

7. ଗୋଟିଏ ସମଘନାକାର ପାଣି ଟାଙ୍କିର ଗଭୀରତା 2 ମିଟର । ଏଥିରୁ ଦୈନିକ 1000 ଲିଟର ପାଣି କାଢ଼ି ନିଆଗଲେ, କେତେ ଦିନରେ ପାଣିତକ ଶେଷ ହୋଇଯିବ ?

8. 12 ମିଟର ଗଭୀର ଏକ ସମଘନାକାର ଗାତ ଖୋଳିବାକୁ ଘନ ମିଟରକୁ 25 ଟଙ୍କା ହିସାବରେ କେତେ ଖର୍ଚ୍ଚ ହେବ ?

9. 3 ର ଗୁଣିତକ ଯେକୌଣସି ପାଞ୍ଚଗୋଟି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାର ଘନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଏବଂ ଦର୍ଶାଅ ଯେ, 3 ର ଗୁଣିତକ ଯେକୌଣସି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାର ଘନ, 27 ର ଏକ ଗୁଣିତକ ଅଟେ ।

10. ଦର୍ଶାଅ ଯେ, ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ଘନ ଏକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ଘନ ଏକ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ।

6.12. ଘନମୂଳ (Cube root) :

ଆମେ ଜାଣିଛେ ଯେ 1, 8, 27, 64... ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଘନସଂଖ୍ୟା, ଅର୍ଥାତ୍ $1 = 1^3$, $8 = 2^3$, $27 = 3^3$ ଏବଂ $64 = 4^3$ ଇତ୍ୟାଦି ।

ଆମେ 1, 8, 27... ଆଦି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯଥାକ୍ରମେ 1, 2, 3... ଆଦି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାର ଘନ ବୋଲି କହିଥାଉ ।

ଅପରପକ୍ଷରେ ଆମେ 1, 2, 3,4.... ଆଦି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯଥାକ୍ରମେ 1, 8, 27, 64... ର ଘନମୂଳ ବୋଲି କହିଥାଉ ।

ସଂଜ୍ଞା : (ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାରେ)

m ଓ n ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ $n = m^3$ ହେଲେ, 'm' କୁ 'n'ର ଘନମୂଳ ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

ତଳେ ସାରଣୀରେ ପ୍ରଥମ ଦଶଟି ଧନାତ୍ମକ ଘନସଂଖ୍ୟାର ଘନମୂଳ ଦିଆଯାଇଛି ।

ସାରଣୀ - 6.4

ଘନସଂଖ୍ୟା (n)	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000
n ର ଘନମୂଳ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

ଘନମୂଳ ପାଇଁ ବ୍ୟବହୃତ ହେଉଥିବା ଚିହ୍ନଟି ହେଲା $\sqrt[3]{\ldots\ldots\ldots}$ ଯଥା: $\sqrt[3]{8} = 2$, $\sqrt[3]{27} = 3$ ଇତ୍ୟାଦି ।

6.12.1 ଘନମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପ୍ରଣାଳୀ :

ନିମ୍ନଲିଖିତ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା (ଘନସଂଖ୍ୟା) ଗୁଡ଼ିକର ଘନମୂଳ କିପରି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇଛି, ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

(a) $216 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^3 = (2 \times 3)^3$

$\therefore \sqrt[3]{216} = 2 \times 3 = 6$

(b) $1728 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$

$= 2^3 \times 2^3 \times 3^3 = (2 \times 2 \times 3)^3 = (12)^3$

$\therefore \sqrt[3]{1728} = 2 \times 2 \times 3 = 12$

(c) $1157625 = 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 7 = 3^3 \times 5^3 \times 7^3$

$\therefore \sqrt[3]{1157625} = 3 \times 5 \times 7 = 105$

ଉଦାହରଣ- 28 : (i) 2744 ଓ (ii) 10,000 ର ଘନମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : (i) $2744 = 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 7 = 2^3 \times 7^3 = (2 \times 7)^3$

$\therefore \sqrt[3]{2744} = 2 \times 7 = 14$

(ii) $10,00,000 = 10^3 \times 10^3$

$\therefore \sqrt[3]{10,00,000} = 10 \times 10 = 100$

ଉଦାହରଣ- 29 : 26244 କୁ କେଉଁ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ, ଭାଗଫଳ ଏକ ଘନସଂଖ୍ୟା ହେବ ? ଉକ୍ତ ଭାଗଫଳର ଘନମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : $26244 = 2 \times 2 \times \overline{3 \times 3 \times 3} \times \overline{3 \times 3 \times 3} \times 3 \times 3 = 3^3 \times 3^3 \times 3^2 \times 2^2$

$2^2 \times 3^2 = 4 \times 9 = 36$

∴ ଦତ୍ତ ସଂଖ୍ୟାଟିକୁ 36 ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ ଭାଗଫଳ $3^3 \times 3^3$ ହେବ ଓ ଏହା ଏକ ଘନ ସଂଖ୍ୟା ଅଟେ । ଏହାର ଘନମୂଳ ହେବ $3 \times 3 = 9$

ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣଘନ ସଂଖ୍ୟାର ଘନମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟର ଏକ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ପ୍ରଣାଳୀ :

857 375 ର ଘନମୂଳ ସ୍ଥିର କରିବା –

ସୋପାନ – 1 : $\overline{857}\ \overline{375}$ ସଂଖ୍ୟାର ଡାହାଣପଟୁ ତିନୋଟି ଲେଖାଏଁ ସଂଖ୍ୟା ନେଇ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା ପୁଞ୍ଜି (ଗ୍ରୁପ୍) ଗଠନ କର ।

ସୋପାନ – 2 : ପ୍ରଥମ ଗ୍ରୁପ୍ ($\overline{375}$)ରୁ ଆମେ ଘନମୂଳର ଏକକ ସ୍ଥାନୀୟ ଅଙ୍କ ପାଇବା । ଗ୍ରୁପ୍‌ର ଏକକ ସ୍ଥାନୀୟ ଅଙ୍କ 5 ହେତୁ ଘନମୂଳର ଏକକ ସ୍ଥାନୀୟ ଅଙ୍କ 5 ହେବ ।

ସୋପାନ – 3 : ବର୍ତ୍ତମାନ ଦ୍ୱିତୀୟ ଗ୍ରୁପ୍ '857' କୁ ନେବା ।

ଆମେ ଜାଣିଛେ, $9^3 = 729$ ଏବଂ $10^3 = 1000$ ଏବଂ $729 < 857 < 1000$

ସୋପାନ – 4 : ବର୍ତ୍ତମାନ 729 ର ଘନମୂଳ 9 ହେତୁ ନିର୍ଣ୍ଣିତ ହେବାକୁ ଥିବା ଘନମୂଳର ଦଶକ ସ୍ଥାନୀୟ ଅଙ୍କ 9 ହେବ । ଅର୍ଥାତ୍ 857375 ର ଘନମୂଳ 95 ହେବ । $\therefore \sqrt[3]{857375} = 95$

ନିଜେ କର ଉପରୋକ୍ତ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ପ୍ରଣାଳୀ ଅବଲମ୍ବନରେ ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ଘନମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(i) 17576, (ii) 12167, (iii) 32768 ଏବଂ (iv) 4913

ଅନୁଶୀଳନୀ- 6 (f)

1. **ଘନମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :** (i) 343 (ii) 1000 (iii) 74088 (iv) 157464 (v) 8,000,000
2. 2744 କୁ କେଉଁ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସଂଖ୍ୟାରେ ଗୁଣିଲେ, ଗୁଣଫଳ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ଘନସଂଖ୍ୟା ହେବ ? ଉକ୍ତ ଘନସଂଖ୍ୟାର ଘନମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
3. 5488 କୁ କେଉଁ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ, ଭାଗଫଳ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ଘନସଂଖ୍ୟା ହେବ ? ଉକ୍ତ ଭାଗଫଳର ଘନମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
4. ଏକ ସମଘନର ଆୟତନ 512 ଘନମିଟର ହେଲେ, ଏହାର ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ହେବ ?
5. 53240 କୁ କେଉଁ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସଂଖ୍ୟାରେ ଭାଗ କଲେ, ଭାଗଫଳ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ଘନସଂଖ୍ୟା ହେବ ଏବଂ କେଉଁ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଗୁଣିଲେ ଗୁଣଫଳ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ଘନସଂଖ୍ୟାହେବ ?

6.12.2 ରଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଘନ ଓ ଘନମୂଳ :

$-1, -2, -3, \ldots$ ପ୍ରତ୍ୟେକ ରଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା । ଏଗୁଡ଼ିକର ଘନ ହେଲା –

$(-1)^3 = (-1) \times (-1) \times (-1) = -1$, $(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$ ଏବଂ

$(-3)^3 = (-3) \times (-3) \times (-3) = -27$

ସେହିପରି $(-4)^3 = -64$, $(-5)^3 = -125$, $(-6)^3 = -216$ ଇତ୍ୟାଦି ।

ଏଠାରେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ଯେ, ଏକ ରଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଘନ, ଏକ ରଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ।

$-1, -8, -27 \ldots$. ଇତ୍ୟାଦି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଘନସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ଏଗୁଡ଼ିକର ଘନମୂଳ ଯଥାକ୍ରମେ $-1, -2, -3, \ldots$. ଇତ୍ୟାଦି ।

ସଂଜ୍ଞା : m ଓ n ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଓ $n = m^3$ ହେଲେ, m କୁ n ର ଘନମୂଳ ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

ଟୀକା : $(2)^2 = 4$ ଓ $(-2)^2 = 4$ ତେଣୁ ଆମେ କହିଥିଲେ, 4 ର ଦୁଇଗୋଟି ବର୍ଗମୂଳ ଅଛି ଏବଂ ସେହି ଅନୁଶୀଳନୀରେ ଆମେ କହିଥିଲେ – ପ୍ରତ୍ୟେକ ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାର ଦୁଇଗୋଟି ବର୍ଗମୂଳ ଅଛି,

ବର୍ତ୍ତମାନ ଦେଖାଯାଉ – $(2)^3 = 8$

ଏଣୁ 8ର ଗୋଟିଏ ମାତ୍ର ଘନମୂଳ (ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାରେ) ଅଛି ଓ ତାହା ହେଲା 2 ।

ସେହିଭଳି ଆମେ ଦେଖିବା ଯେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଘନସଂଖ୍ୟାର ଗୋଟଏ ମାତ୍ର ବାସ୍ତବ ଘନମୂଳ ଅଛି ।

ବି.ଦ୍ର. : ପରେ ଜାଣିବ ଯେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଘନସଂଖ୍ୟାର ମୋଟରେ ତିନିଗୋଟି ଘନମୂଳ ଥାଏ ଓ ସେଥିମଧ୍ୟରୁ ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ସଂଖ୍ୟା ଯାହା ତୁମେ ଜାଣିଥିବା ସଂଖ୍ୟା ସମୂହର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ନୁହେଁ ।

ଉଦାହରଣ- 30 : (-15) ର ଘନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : $(-15)^3 = (-15) \times (-15) \times (-15) = -3375$

ଉଦାହରଣ- 31 : (-1331) ର ଘନମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ଉତ୍ପାଦୀକରଣ ଦର୍ଶାଇଲେ $1331 = 11 \times 11 \times 11$

$\therefore\ -1331 = (-11) \times (-11) \times (-11) = (-11)^3$

$\sqrt[3]{-1331} = -11$

6.12.3 ଘନମୂଳ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ କେତେକ ସୂତ୍ର :

ଉଦାହରଣ- 32 : $\sqrt[3]{27 \times 64}$ ଏବଂ $\sqrt[3]{27} \times \sqrt[3]{64}$ ମଧ୍ୟରେ କି ସମ୍ପର୍କ ଅଛି ?

ସମାଧାନ : $27 \times 64 = 3 \times 3 \times 3 \times 4 \times 4 \times 4$

$= (3 \times 4)\ (3 \times 4)\ (3 \times 4) = 12^3$

$\sqrt[3]{27 \times 64} = \sqrt[3]{(12)^3} = 12$

ପୁନଶ୍ଚ $\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3 \times 3 \times 3} = 3$ ଏବଂ $\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4 \times 4 \times 4} = 4$

$\sqrt[3]{27} \times \sqrt[3]{64} = 3 \times 4 = 12$

$\therefore$ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ସମ୍ପର୍କ $\sqrt[3]{27 \times 64} = \sqrt[3]{27} \times \sqrt[3]{64}$

ଉଦାହରଣ- 33 : ଦର୍ଶାଅ ଯେ,

(a) $\sqrt[3]{(-125) \times 216} = \sqrt[3]{(-215)} \times \sqrt[3]{216}$

(b) $\sqrt[3]{27 \times (-2744)} = \sqrt[3]{27} \times \sqrt[3]{-2744}$

(c) $\sqrt[3]{(-125) \times (-1000)} = \sqrt[3]{-125} \times \sqrt[3]{-1000}$

ସମାଧାନ :

(a) $-125 \times 216 = -(125 \times 216) = -(5 \times 5 \times 5 \times 6 \times 6 \times 6)$

$= -(5 \times 6) \times (5 \times 6) \times (5 \times 6) = -(30) \times (30) \times (30)$

$= -(30)^3 = (-30)^3$ [ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାର ଘନ ମଧ୍ୟ ଋଣାତ୍ମକ]

$\therefore \sqrt[3]{(-125)\times 216} = \sqrt[3]{(-30)^3} = -30$

ପୁନଶ୍ଚ, $\sqrt[3]{(-215)} \times \sqrt[3]{216}$

$= \sqrt[3]{(-5)\times(-5)\times(-5)} \times \sqrt[3]{6\times 6\times 6} = (-5) \times 6 = -30$

$\therefore \sqrt[3]{(-125)\times 216} = \sqrt[3]{(-125)} \times \sqrt[3]{216}$ (ପ୍ରମାଣିତ)

(b) $27 \times -2744 = -(27 \times 2744) = -(3 \times 3 \times 3 \times 14 \times 14 \times 14)$

$= -(3 \times 14) \times (3 \times 14) \times (3 \times 14) = -(42) \times (42) \times (42)$

$= -(42)^3 = (-42)^3$

$\therefore \sqrt[3]{27\times(-2744)} = \sqrt[3]{(-42)^3} = -42$

ପୁନଶ୍ଚ, $\sqrt[3]{27} \times \sqrt[3]{-2744}$

$= \sqrt[3]{3\times 3\times 3} \times \sqrt[3]{(-14)\times(-14)\times(-14)} = 3\ (-14) = -42$

$\therefore \sqrt[3]{27\times(-2744)} = \sqrt[3]{27} \times \sqrt[3]{-2744}$ (ପ୍ରମାଣିତ)

(c) $(-125) \times (-1000) = 125 \times 1000$

$= 5 \times 5 \times 5 \times 10 \times 10 \times 10 = (5 \times 10) \times (5 \times 10) \times (5 \times 10)$

$= 50 \times 50 \times 50 = (50)^3$ $\quad \therefore \sqrt[3]{(-125)\times(-1000)} = \sqrt[3]{(50)^3} = 50$

ପୁନଶ୍ଚ, $\sqrt[3]{(-125)} = \sqrt[3]{(-5)\times(-5)\times(-5)} = -5$ ଏବଂ $\sqrt[3]{-1000} = \sqrt[3]{(-10)\times(-10)\times(-10)} = -10$

$\sqrt[3]{(-125)} \times \sqrt[3]{-1000} = (-5) \times (-10) = 50$

$\therefore \sqrt[3]{(-125)\times(-1000)} = \sqrt[3]{-125} \times \sqrt[3]{-1000}$ (ପ୍ରମାଣିତ)

ଉପରିସ୍ଥ ଉଦାହରଣମାନଙ୍କରୁ ଦେଖିଲେ ଯେ –

ସୂତ୍ର : ଯଦି a ଓ b ଉଭୟେ ଘନସଂଖ୍ୟା ହୁଅନ୍ତି, ତେବେ $\sqrt[3]{a \times b} = \sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{b}$

ଉଦାହରଣ- 34 : ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର : (i) $\sqrt[3]{16\times 32}$ (ii) $\sqrt[3]{(-12)\times 18}$

ସମାଧାନ : (i) $\sqrt[3]{16\times 32} = \sqrt[3]{2^4 \times 2^5} = \sqrt[3]{2^9} = 2^3 = 8$

(ii) $\sqrt[3]{(-12)\times 18} = \sqrt[3]{-(2\times 2\times 3)\times 2\times 3\times 3} = \sqrt[3]{-(2\times 3)^3} = (-2 \times 3) = -6$

ସୂତ୍ର : ଯଦି a, b, c ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଏବଂ $ab = c^3$ ହୁଏ, ତେବେ, $\sqrt[3]{ab} = c$

ଅନୁଶୀଳନୀ- 6 (g)

1. ନିମ୍ନଲିଖିତ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ଘନମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

–1, –125, –5832, –17576, –2744000

ଘନମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । (2 ନଂ ପ୍ରଶ୍ନରୁ 11 ନଂ ପ୍ରଶ୍ନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ)

2. 8 x 64 **3.** (–216) x (1728) **4.** 343 x (–512)

5. (–125) x (–3375) **6.** 729 x 15625 **7.** – 456533

8. 216000 **9.** 28 x 98 **10.** (–27) x 27 **11.** (–24) x (–72)

12. ନିମ୍ନଲିଖିତ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଗୁଡ଼ିକ ଘନସଂଖ୍ୟା ଅଟେ ? ଯେଉଁଗୁଡ଼ିକ ଘନସଂଖ୍ୟା ଅଟନ୍ତି ସେହିଗୁଡ଼ିକର ଘନମୂଳ ସ୍ଥିର କର ।

–64, –1056, –1728, –2197, – 3888

13. ସରଳ କର :

(i) $\sqrt[3]{-216 \times 125}$ (ii) $\sqrt[3]{-512 \times 729}$ (iii) $\sqrt[3]{-1728 \times 15625}$ (iv) $\sqrt[3]{-1000 \times 512}$

6.13 ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଘନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ :

ଆମେ ଜାଣିଛେ ଯେ p ଓ q ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଏବଂ $q \neq 0$ ହେଲେ, $\frac{p}{q}$ ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ହେବ ।

ଯଥା : $\frac{1}{3}, \frac{2}{5}, -\frac{5}{11}$ ଇତ୍ୟାଦି ।

ଉଦାହରଣ- 35 : ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର : (i) $\left(\frac{2}{5}\right)^3$ (ii) $\left(\frac{-5}{11}\right)^3$ (iii) $(0.04)^3$

ସମାଧାନ : (i) $\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{2^3}{5^3} = \frac{8}{125}$

(ii) $\left(\frac{-5}{11}\right)^3 = \left(\frac{-5}{11}\right) \times \left(\frac{-5}{11}\right) \times \left(\frac{-5}{11}\right) = \frac{(-5) \times (-5) \times (-5)}{11 \times 11 \times 11} = \frac{(-5)^3}{11^3} = \frac{-125}{1331}$ (ଉତ୍ତର)

(iii) $(0.04)^3 = 0.04 \times 0.04 \times 0.04$

$= \frac{4}{100} \times \frac{4}{100} \times \frac{4}{100} = \frac{64}{1000000} = 0.000064$ (ଉତ୍ତର)

ଲକ୍ଷ୍ୟକର ଯେ ମୂଳ ସଂଖ୍ୟାରେ ଦୁଇଟି ଦଶମିକ ସ୍ଥାନ ଥିବା ସ୍ଥଳେ ତାହାର ଘନରେ 6 ଗୋଟି ଦଶମିକ ସ୍ଥାନ ରହିଛି ।

ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାରେ ଗୁଣନର ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମରୁ ସୁସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ – ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଘନ ମଧ୍ୟ ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ।

ପୁନଶ୍ଚ $p, q \in Z$ ଏବଂ $q \neq 0$ କ୍ଷେତ୍ରରେ $\left(\frac{p}{q}\right)^3 = \frac{p}{q} \cdot \frac{p}{q} \cdot \frac{p}{q}$ (ଘାତ ରାଶିର ସଂଜ୍ଞା)

$\frac{p \times p \times p}{q \times q \times q} = \frac{p^3}{q^3}$ (ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାରେ ଗୁଣନ ସଂଜ୍ଞା)

ତେଣୁ ଆମେ ପାଇଲେ – ସୂତ୍ର : $p, q \in Z$ ଏବଂ $q \neq 0$ ହେଲେ $\left(\frac{p}{q}\right)^3 = \frac{p^3}{q^3}$

6.14 ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଘନମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ :

ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ, $\frac{27}{64} = \frac{3^3}{4^3} = \left(\frac{3}{4}\right)^3$ ତେଣୁ $\sqrt[3]{\frac{27}{64}} = \frac{3}{4}$

ଏଠାରେ, $\frac{3}{4}$ କୁ $\frac{27}{64}$ ର ଘନମୂଳ କୁହାଯାଏ ।

ସେହିପରି $\frac{-125}{1331} = \left(\frac{-5}{11}\right)^3 \Rightarrow \sqrt[3]{\frac{-125}{1331}} = \frac{-5}{11}$

ଲକ୍ଷ୍ୟ କର : (i) ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଘନମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲାବେଳେ ଲବର ଘନମୂଳକୁ ଲବ ରୂପେ ଓ ହରର ଘନମୂଳକୁ ହର ରୂପେ ନେଇ ଦତ୍ତ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଘନମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରୁ ।

(ii) ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଟି ଋଣାତ୍ମକ ହେଲେ, ଘନମୂଳଟି ଋଣାତ୍ମକ ହେବ ।

(iii) ଉଦାହରଣରୁ ସୁସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ, ଯେଉଁ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଲବ ଓ ହର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଘନସଂଖ୍ୟା ସେହି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ହିଁ ଘନମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇ ପାରିବ ।

ଏଣୁ ନିମ୍ନଲିଖିତ ସୂତ୍ରଟିକୁ ମନେରଖ :

ସୂତ୍ର : $p, q \in Z$, ଓ $q \neq 0$ କ୍ଷେତ୍ରରେ $p = m^3$ $q = n^3$ ତେବେ $\sqrt[3]{\frac{p}{q}} = \frac{m}{n}$

ଅନୁଶୀଳନୀ - 6(h)

1. ଘନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

(i) $\frac{7}{9}$ (ii) $-\frac{8}{11}$ (iii) $\frac{12}{7}$ (iv) $-\frac{13}{8}$ (v) $2\frac{3}{5}$

(vi) $3\frac{1}{4}$ (vii) $-1\frac{2}{3}$ (viii) 0.2 (ix) 1.3 (x) 0.03

2. ଘନମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(i) $\frac{8}{125}$ (ii) $\frac{-64}{1331}$ (iii) $\frac{-27}{4096}$ (iv) $\frac{2197}{9261}$

(v) 0.001 (vi) 0.008, (vii) 1.728 (viii) 0.000125

3. ନିମ୍ନୋକ୍ତ କେଉଁ ରାଶି କୌଣସି ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଘନ ଅଟେ ?

(i) $\frac{27}{64}$ (ii) $\frac{125}{128}$ (iii) $\frac{-216}{729}$ (iv) $\frac{-250}{686}$

(v) 0.8 (vi) 0.125 (vii) 0.1331

*****