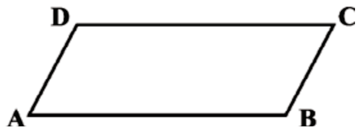
સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ એક એવો ચતુષ્કોણ છે જેમાં સામસામેની બાજુની દરેક જોડમાં બાજુઓ પરસ્પર સમાંતર હોય છે.

3.4.4 સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનાં અંગો

એક સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણને ચાર બાજુ અને ચાર ખૂણા હોય છે. આમાંથી અમુક સમાન માપના હોય છે. આ અંગોને સંબંધિત કેટલાક શબ્દો તમારે યાદ રાખવા પડશે.



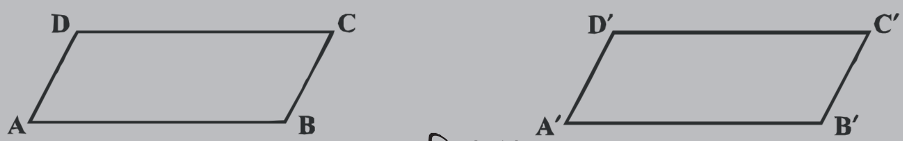
આકૃતિ 3.18

એક સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCD આપેલ છે (આકૃતિ 3.18). $\overline{AB}$ અને $\overline{CD}$ તેની **સામસામેની બાજુ** છે. $\overline{AD}$ તથા $\overline{BC}$ સામસામેની બાજુની બીજી જોડ બનાવે છે. $\angle A$ તથા $\angle C$ **સામસામેના ખૂણા**ની એક જોડ છે અને આ પ્રકારે $\angle B$ તથા $\angle D$ સામસામેના ખૂણાની બીજી એક જોડ છે.

$\overline{AB}$ અને $\overline{BC}$ **પાસપાસેની બાજુ** છે અર્થાત્ એક બાજુના અંત્યબિંદુથી બીજી બાજુની શરૂઆત થાય છે. શું $\overline{BC}$ અને $\overline{CD}$ પાસપાસેની બાજુ છે ? બીજી બે પાસપાસેની બાજુની જોડ શોધવાનો પ્રયત્ન કરો. $\angle A$ અને $\angle B$ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના **પાસપાસેના ખૂણા** છે. આ ખૂણાઓ કોઈ એક બાજુનાં અંત્યબિંદુઓ પર બનેલા હોય છે. $\angle B$ તથા $\angle C$ પણ પાસપાસેના ખૂણા છે. આવી બીજી પાસ પાસેના ખૂણાની જોડને સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણમાં ઓળખવાનો પ્રયત્ન કરો.

આટલું કરો

એકરૂપ હોય તેવા બે સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના ટુકડાઓ ABCD તથા A′B′C′D′ લો (આકૃતિ 3.19).



આકૃતિ 3.19

અહીં $\overline{AB}$ અને $\overline{A'B'}$ સમાન છે, પરંતુ તેમના નામ અલગ છે. આવી જ રીતે બીજી સંગત બાજુની જોડ પણ સમાન માપની હશે.

હવે $\overline{A'B'}$ ને $\overline{DC}$ પર મૂકો. શું તે સુસંગત છે ? હવે તમે $\overline{AB}$ અને $\overline{DC}$ ની લંબાઈ વિશે શું કહેશો ?

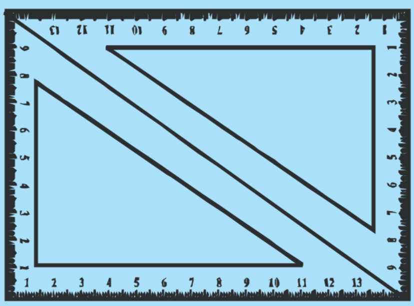
આ જ પ્રમાણે $\overline{AD}$ અને $\overline{BC}$ ની લંબાઈનું નિરીક્ષણ કરો. તમને શું જોવા મળ્યું ?

આ જ પરિણામ તમને $\overline{AB}$ અને $\overline{DC}$ ની લંબાઈ માપીને પણ મળી શકશે.

ગુણધર્મ : સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુની લંબાઈ સમાન હોય છે.

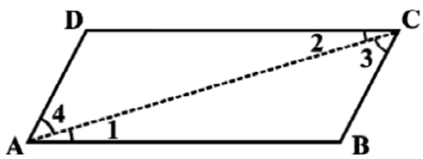
પ્રયત્ન કરો

$30°–60°–90°$ના ખૂણા ધરાવતા બે કાટખૂણિયા લો. હવે તેમને એ પ્રમાણે ગોઠવો કે જેથી સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ બને (આકૃતિ 3.20). શું આ પ્રવૃત્તિ તમને ઉપરોક્ત ગુણધર્મને ચકાસવામાં મદદ કરશે ?


આકૃતિ 3.20

તમે આ ગુણધર્મને તાર્કિક દલીલોથી પણ પ્રભાવશાળી બનાવી શકો છો.

એક સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCD લો (આકૃતિ 3.21). તેનો વિકર્ણ $\overline{AC}$ દોરો. આપણે જોઈએ છીએ કે $\angle 1 = \angle 2$ અને $\angle 3 = \angle 4$ (કેમ ?)



આકૃતિ 3.21

હવે ત્રિકોણ ABC અને ADCમાં, $\angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 4$ અને $\overline{AC}$ સામાન્ય બાજુ છે. તેથી એકરૂપતાની ખૂબાખૂ (ASA) શરત દ્વારા $\Delta ABC \cong \Delta CDA$ (અહીં ખૂબાખૂ શરતનો ઉપયોગ કેવી રીતે થયો ?)

એટલે, AB = DC અને BC = AD

ઉદાહરણ 3 : આકૃતિ 3.22 માં દર્શાવેલ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ PQRSની પરિમિતિ શોધો.

ઉકેલ : સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુનું માપ સમાન હોય છે.

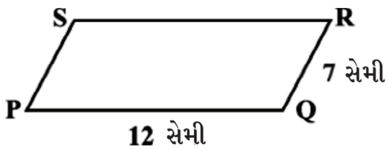
એટલે, PQ = SR = 12 સેમી

અને QR = PS = 7 સેમી

∴ પરિમિતિ = PQ + QR + RS + SP

= 12 સેમી + 7 સેમી + 12 સેમી + 7 સેમી

= 38 સેમી



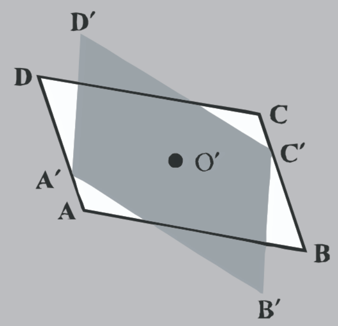
આકૃતિ 3.22

3.4.5 સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના ખૂણાઓ

આપણે સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણની સામસામેની બાજુનાં માપ સંબંધિત ગુણધર્મનો અભ્યાસ કર્યો. હવે ખૂણાઓ વિશે શું કહી શકાય ?

આટલું કરો

ધારો કે એક સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCD છે (આકૃતિ 3.23) 'ટ્રેસિંગ' કાગળ પર આની એક નકલ A′B′C′D′ દોરો. હવે A′B′C′D′ને ચતુષ્કોણ ABCD પર મૂકો. ચતુષ્કોણના વિકર્ણના છેદબિંદુ પર એક ટાંકણી લગાવો. હવે 'ટ્રેસિંગ' કાગળને 180°ના ખૂણો બનાવે તે રીતે ફેરવો. આ ચતુષ્કોણ હજુ પણ એકબીજાને સુસંગત હશે, પરંતુ હવે તમે જોશો કે બિંદુ A′, બિંદુ C પર તથા તે જ રીતે બિંદુ B′, બિંદુ D પર હશે.



આકૃતિ 3.23

ઉપરોક્ત પ્રવૃત્તિ દ્વારા તમને ખૂણા ∠A તથા ખૂણા ∠Cના માપ વિશે કાંઈ જાણકારી પ્રાપ્ત થઈ ? આ જ રીતે ∠B તથા ∠Dના માપની જાણકારી મેળવો અને તમારું તારણ જણાવો.

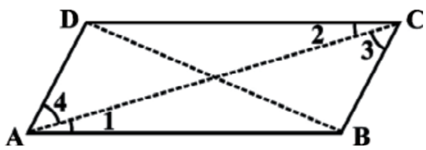
ગુણધર્મ : સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેના ખૂણાનાં માપ સમાન હોય છે.

પ્રયત્ન કરો

30°–60°–90°ના માપ ધરાવતાં બે કાટખૂણિયા લઈને અગાઉની જેમ એક સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ બનાવો. શું આ રીતે બનેલ આકૃતિ ઉપરોક્ત ગુણધર્મની પુષ્ટિ કરે છે ?

ઉપરોક્ત ગુણધર્મને તમે તાર્કિક દલીલો દ્વારા પણ પુરવાર કરી શકો છો.

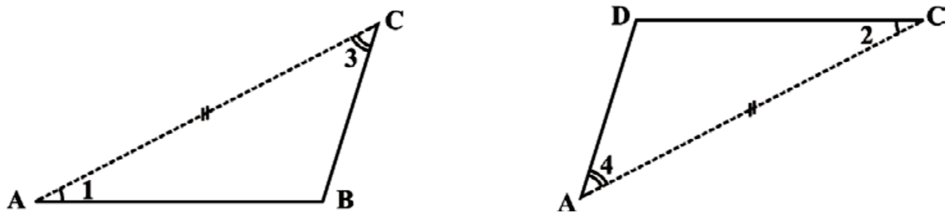
જો $\overline{AC}$ અને $\overline{BD}$ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના વિકર્ણ હોય (આકૃતિ 3.24) તો તમને $\angle 1 = \angle 2$, અને $\angle 3 = \angle 4$ મળે (કેમ ?)



આકૃતિ 3.24

ΔABC અને ΔADC (આકૃતિ 3.25)નો અલગ-અલગ અભ્યાસ કરતાં તમે જોઈ શકો છો કે એકરૂપતાની ખૂબાખૂ (ASA) શરત પ્રમાણે,

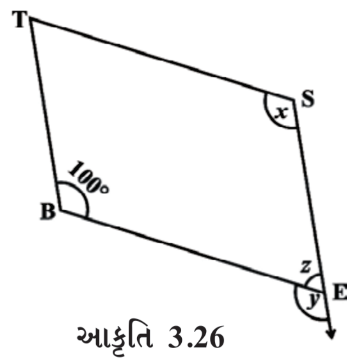
$$\Delta ABC \cong \Delta CDA \text{ (કેવી રીતે ?)}$$



આકૃતિ 3.25

આ દર્શાવે છે કે $\angle$B અને $\angle$D નાં માપ સમાન છે. આ જ પ્રમાણે $m\angle A = m\angle C$.

ઉદાહરણ 4 : આકૃતિ 3.26 માં, BEST એક સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે. x, y, z નાં મૂલ્ય શોધો.



આકૃતિ 3.26

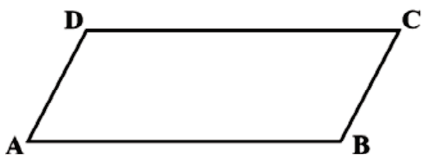
ઉકેલ : બિંદુ S, બિંદુ Bની સામે છે.

તેથી $x = 100^{o}$ (સામેના ખૂણાનો ગુણધર્મ)

$y = 100^{o}$ ($\angle x$ નો અનુકોણ)

$z = 80^{o}$ ($\angle y$ અને $\angle z$ રૈખિક જોડ બનાવે છે.)

હવે આપણે આપણું ધ્યાન સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના પાસપાસેના ખૂણાઓ ઉપર કેન્દ્રિત કરીએ. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCD માં, (આકૃતિ 3.27)



આકૃતિ 3.27

$\angle$A અને $\angle$D, $\overline{DC} \parallel \overline{AB}$ ની છેદિકા $\overline{DA}$ થી બનતા છેદિકાની એક તરફના અંતઃકોણ હોવાથી તે એકબીજાના પૂરકકોણ છે.

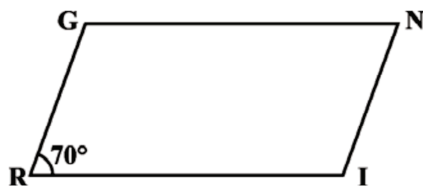
$\angle$A અને $\angle$B પણ એકબીજાના પૂરકકોણ છે. કેમ ?

$\angle$A અને $\angle$B, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ની છેદિકા $\overline{BA}$ થી બનતા છેદિકાની એકતરફના અંતઃકોણ છે.

આકૃતિ પરથી પૂરકકોણની આવી બીજી બે જોડ શોધો.

ગુણધર્મ : સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણમાં પાસપાસેના ખૂણા એકબીજાના પૂરક હોય છે.

ઉદાહરણ 5 : સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ RING(આકૃતિ 3.28)માં, જો $m\angle R = 70^{o}$ હોય તો બીજા ખૂણાનાં માપ શોધો.



આકૃતિ 3.28

ઉકેલ : અહીં $m\angle R = 70^{\circ}$ આપેલ છે.

આથી $m\angle N = 70^{\circ}$ થાય.

કારણ કે, $\angle$R અને $\angle$N સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના સામસામેના ખૂણા છે.

હવે $\angle$R અને $\angle$I એકબીજાના પૂરકકોણ હોવાથી $m\angle I = 180^{o} - 70^{o} = 110^{o}$

અને $m\angle G = 110^{o}$, $\angle$G અને $\angle$I સામસામેના ખૂણા હોવાથી

આથી, $m\angle R = m\angle N = 70^{o}$ અને $m\angle I = m\angle G = 110^{o}$

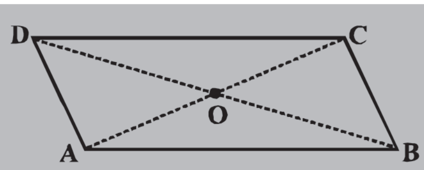
વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો

$m\angle R = m\angle N = 70^{\circ}$ દર્શાવ્યા બાદ, બીજી કોઈ રીતે $m\angle I$ અને $m\angle G$ નું માપ શોધી શકાય ?

3.4.6 સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના વિકર્ણ

સામાન્ય રીતે સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના વિકર્ણના માપ સમાન હોતા નથી. (શું તમે આ તમારી અગાઉની પ્રવૃત્તિઓમાં ચકાસ્યું ?) છતાં પણ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના વિકર્ણ એક વિશિષ્ટ ગુણધર્મ ધરાવે છે.

આટલું કરો



આકૃતિ 3.29

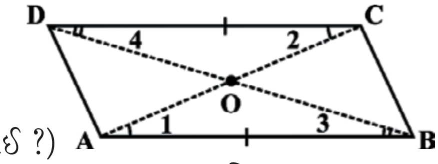
સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનો એક કાપેલો ટુકડો (ધારો કે ABCD) લો. તેના વિકર્ણ એકબીજાને બિંદુ Oમાં છેદે છે.

બિંદુ C, બિંદુ A પર આવે તે રીતે ગડી વાળીને $\overline{AC}$ નું મધ્યબિંદુ શોધો. શું આ મધ્યબિંદુ, બિંદુ O છે ?

શું આ બતાવે છે કે વિકર્ણ $\overline{DB}$, વિકર્ણ $\overline{AC}$ ને બિંદુ Oમાં દુભાગે છે ? તમારા મિત્રો સાથે આની ચર્ચા કરો અને $\overline{DB}$ નું મધ્યબિંદુ ક્યાં મળશે તે શોધવા આ પ્રવૃત્તિ ફરી કરો.

ગુણધર્મ : *સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના વિકર્ણ એકબીજાને (તેમના છેદબિંદુમાં જ) દુભાગે છે.*

ઉપરોક્ત ગુણધર્મને તાર્કિક દલીલોથી પુરવાર કરવો મુશ્કેલ નથી. આકૃતિ 3.30 માં એકરૂપતાની ખૂબાખૂ (ASA) શરતનો ઉપયોગ કરવાથી આપણે જોઈ શકીએ કે



આકૃતિ 3.30

$\Delta AOB \cong \Delta COD$ (અહીં ખૂબાખૂ શરત કેવી રીતે ઉપયોગી થઈ ?)

તેથી $AO = CO$ અને $BO = DO$.

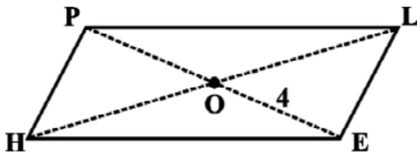
ઉદાહરણ 6 : આકૃતિ 3.31 માં, HELP એક સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે (લંબાઈ સેમીમાં આપેલ છે). અહીં $OE = 4$ અને HL, PE કરતાં 5 વધારે છે. તો OH શોધો.

ઉકેલ : જો, $OE = 4$ હોય તો $OP = 4$ (કેમ ?)

તેથી, $PE = 8$ (કેમ ?)

આથી, $HL = 8 + 5 = 13$

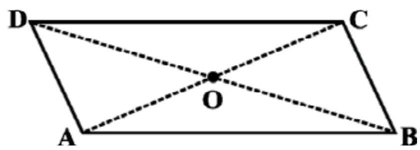
માટે, $OH = \frac{1}{2} \times 13 = 6.5$ (સેમી)



આકૃતિ 3.31

સ્વાધ્યાય 3.3

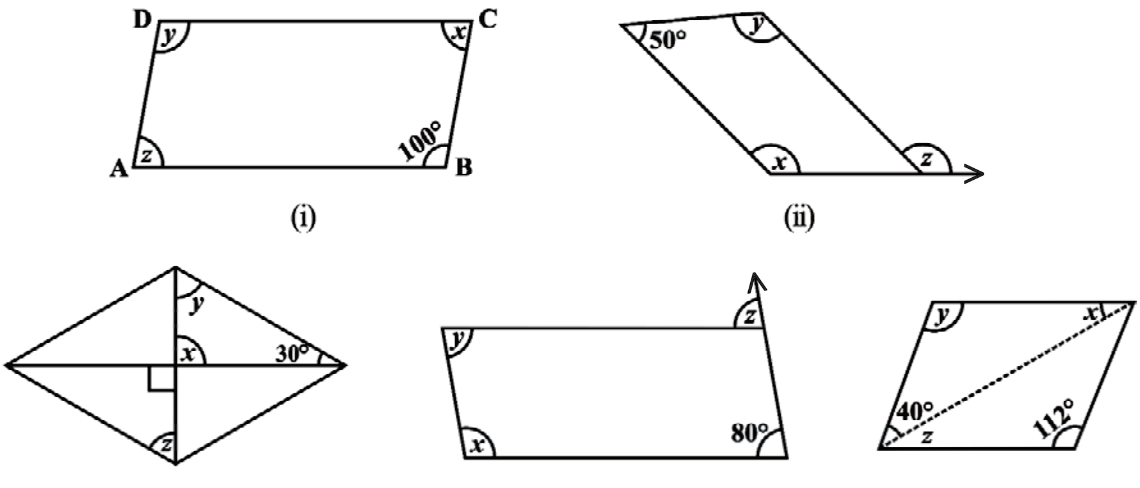
1. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCD આપેલ છે. દરેક વિધાનને તેમાં ઉપયોગ કરવામાં આવેલ વ્યાખ્યા અથવા ગુણધર્મનો ઉપયોગ કરીને પૂરું કરો.



(i) AD = ... (ii) $\angle DCB$ = ...

(iii) OC = ... (iv) $m\angle DAB + m\angle CDA$ = ...

2. નીચેના સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણમાં x, y અને z નાં મૂલ્ય શોધો.



(i) (ii) (iii) (iv) (v)

3. શું ચતુષ્કોણ ABCD, સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ થઈ શકે, જો ....

(i) $\angle D + \angle B = 180^\circ$?

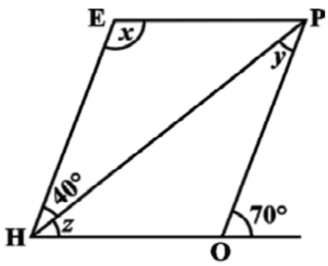
(ii) AB = DC = 8 સેમી, AD = 4 સેમી અને BC = 4.4 સેમી ?

(iii) $\angle A = 70^\circ$ અને $\angle C = 65^\circ$?

4. એક એવા ચતુષ્કોણની કાચી (Rough) આકૃતિ દોરો કે જે સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ના હોય પરંતુ સામસામેના ખૂણાની એક જોડ સમાન હોય.

5. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણમાં બે પાસપાસેના ખૂણાના માપનો ગુણોત્તર 3:2 છે, તો ચતુષ્કોણના બધા જ ખૂણાના માપ શોધો.

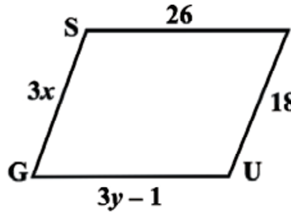
6. એક સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના પાસપાસેના ખૂણાની એક જોડના ખૂણાના માપ સમાન છે. તો ચતુષ્કોણના બધા જ ખૂણાના માપ શોધો.



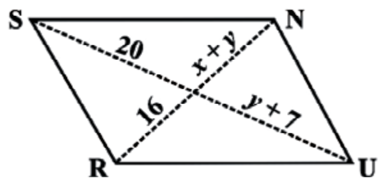
7. આકૃતિમાં એક સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ HOPE દર્શાવેલ છે. x, y, z ખૂણાના માપ શોધો. ખૂણો શોધવા કયા ગુણધર્મનો ઉપયોગ કર્યો છે તે જણાવો.

8. નીચેની આકૃતિ GUNS અને RUNS સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે. x અને y શોધો. (લંબાઈ સેમીમાં છે.)

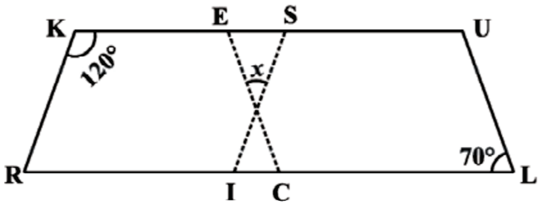
(i)



(ii)

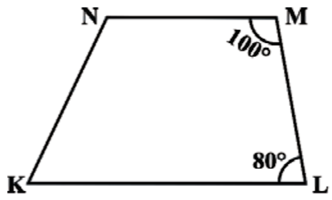


9.

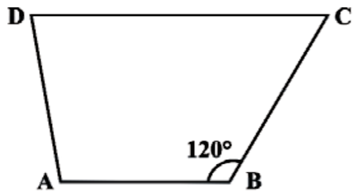


ઉપરની આકૃતિમાં RISK અને CLUE સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે, તો x શોધો.

10. નીચેની આકૃતિ સમલંબ ચતુષ્કોણ કેવી રીતે છે, તે સમજાવો. કઈ બે બાજુ પરસ્પર સમાંતર છે ? (આકૃતિ 3.32)



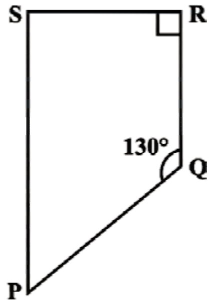
આકૃતિ 3.32



આકૃતિ 3.33

11. આકૃતિ 3.33 માં, જો $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ હોય, તો $m\angle C$ શોધો.

12. આકૃતિ 3.34 માં, જો $\overline{SP} \parallel \overline{RQ}$ હોય, તો $\angle P$ અને $\angle S$નું માપ શોધો. (જો તમે $m\angle R$ શોધતા હોય, તો શું, $m\angle P$ શોધવાની અન્ય પદ્ધતિઓ હશે ?)



આકૃતિ 3.34

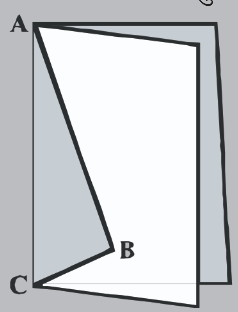
3.5 વિશિષ્ટ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ

3.5.1 સમબાજુ ચતુષ્કોણ (Rhombus)

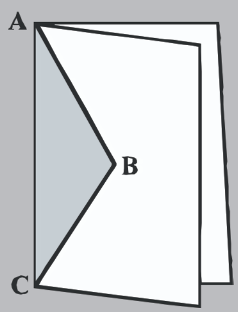
પતંગાકાર ચતુષ્કોણની (જે સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ નથી) એક વિશેષ સ્થિતિમાં આપણને સમબાજુ ચતુષ્કોણ (તમે જોશો, કે તે સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ હશે) મળે છે.

આટલું કરો

તમે પોતે બનાવેલ પતંગાકાર ચતુષ્કોણને યાદ કરો.



પતંગ-કાપ



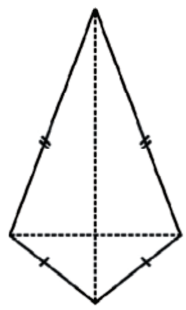
સમબાજુ ચતુષ્કોણ-કાપ

જ્યારે તમે ABCની દિશામાં કાગળને કાપીને ખોલો છો ત્યારે તમને પતંગાકાર ચતુષ્કોણ મળે છે. અહીં AB અને BCની લંબાઈ અલગ-અલગ છે. હવે જો તમે AB = BC દોરો, તો મળેલ પતંગાકાર ચતુષ્કોણને, સમબાજુ ચતુષ્કોણ કહેવાય.

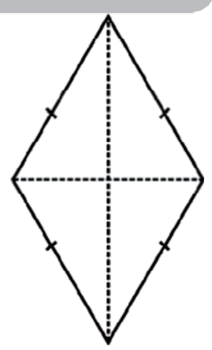
ધ્યાન રાખો, સમબાજુ ચતુષ્કોણમાં બધી જ બાજુની લંબાઈ સમાન હોય છે, પરંતુ પતંગાકાર ચતુષ્કોણમાં આ આવશ્યક નથી.

સમબાજુ ચતુષ્કોણ એક એવો ચતુષ્કોણ છે કે જેમાં બધી જ બાજુની લંબાઈ સમાન હોય છે.

હવે, સમબાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુની લંબાઈ સમાન હોવાથી તે સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ પણ થાય. તેથી સમબાજુ ચતુષ્કોણ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ અને પતંગ બંનેના બધા જ ગુણધર્મ ધરાવે છે. તેમની યાદી બનાવવાનો પ્રયત્ન કરો. ત્યાર બાદ, તમે બનાવેલ યાદીને આ પુસ્તકમાં આપેલ યાદી સાથે સરખાવો.



પતંગાકાર ચતુષ્કોણ



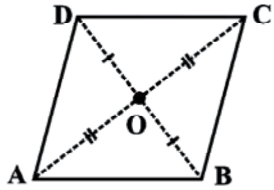
સમબાજુ ચતુષ્કોણ

સમબાજુ ચતુષ્કોણનો સૌથી અગત્યનો ગુણધર્મ તેના વિકર્ણ વિશે છે.

ગુણધર્મ : *સમબાજુ ચતુષ્કોણના વિકર્ણ એકબીજાને કાટખૂણે દુભાગે છે.*

આટલું કરો

સમબાજુ ચતુષ્કોણની કાગળની એક પ્રતિકૃતિ લો. હવે આ કાગળની ગડી વાળી અને ચકાસો કે બે વિકર્ણનું છેદબિંદુ એ જ તેમનું મધ્યબિંદુ છે કે નહીં ? કાટખૂણિયાનો ઉપયોગ કરીને ચકાસો કે બે વિકર્ણ એકબીજાને કાટખૂણે છેદે છે.



આકૃતિ 3.35

અહીં આ ગુણધર્મને તાર્કિક દલીલોથી પુરવાર કરતું એક રેખાચિત્ર આપેલ છે. ABCD એક સમબાજુ ચતુષ્કોણ (આકૃતિ 3.35) છે. તેથી, તે એક સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ પણ છે. તેના વિકર્ણ એકબીજાને દુભાગે છે. માટે, OA = OC અને OB = OD થાય. અહીં, $m\angle AOD = m\angle COD = 90^\circ$ સાબિત કરવાનું છે.

એકરૂપતાની બાબાબા (SSS) શરતને આધારે

$$\Delta AOD \cong \Delta COD$$

માટે $m\angle AOD = m\angle COD$

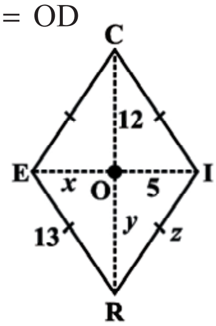
હવે $\angle AOD$ અને $\angle COD$, રૈખિક જોડના ખૂણા હોવાથી,

$m\angle AOD = m\angle COD = 90^\circ$

અહીં AO = CO (કેમ ?)
AD = CD (કેમ ?)
OD = OD

ઉદાહરણ 7 :

RICE સમબાજુ ચતુષ્કોણ છે (આકૃતિ 3.36). x, y, z શોધો અને તેની સત્યાર્થતા પુરવાર કરો.



ઉકેલ :

x = OE	y = OR	z = સમબાજુ ચતુષ્કોણની બાજુ છે
= OI (વિકર્ણ દુભાગે છે)	= OC (વિકર્ણ દુભાગે છે)	= 13 (બધી બાજુઓ સમાન હોય)
= 5	= 12	

આકૃતિ 3.36

3.5.2 લંબચોરસ (Ractangle)

લંબચોરસ એક સમાન માપના ખૂણા ધરાવતો સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે. (આકૃતિ 3.37)

આકૃતિ 3.37

ઉપરની વ્યાખ્યાનો અર્થ શું થાય ? તમારા મિત્રો જોડે ચર્ચા કરો.

હવે જો, લંબચોરસના બધા જ ખૂણાના માપ સમાન હોય તો દરેક ખૂણાનું માપ કેટલું હશે ?

ધારો કે દરેક ખૂણાનું માપ x° છે.

તેથી, $4x^\circ = 360^\circ$ (કેમ ?)

$\therefore x^\circ = 90^\circ$

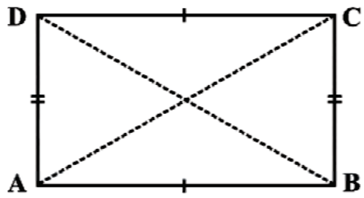
તેથી, લંબચોરસનો દરેક ખૂણો કાટખૂણો હોય છે.

આમ લંબચોરસ, એક સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે. જેના બધા જ ખૂણા કાટખૂણા હોય છે.

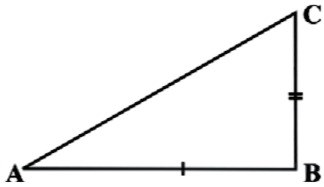
સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ હોવાને લીધે લંબચોરસની સામસામેની બાજુઓ સમાન લંબાઈની હોય છે તથા તેના વિકર્ણ એકબીજાને દુભાગે છે.

લંબચોરસમાં વિકર્ણની લંબાઈ અસમાન હોઈ શકે ? (ચકાસો); તમને આશ્ચર્ય થશે કે લંબચોરસ(વિશેષ હોવાથી)ના વિકર્ણ સમાન લંબાઈના હોય છે.

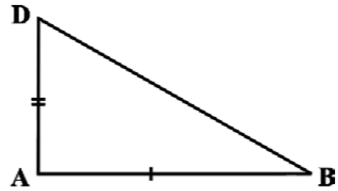
ગુણધર્મ : લંબચોરસના વિકર્ણની લંબાઈ સમાન હોય છે.



આકૃતિ 3.38



આકૃતિ 3.39



આકૃતિ 3.40

આ પુરવાર કરવું એકદમ સરળ છે. જો ABCD લંબચોરસ હોય (આકૃતિ 3.38) અને તેમાં બનતા ત્રિકોણ ABC અને ત્રિકોણ ABD (અનુક્રમે આકૃતિ 3.39 અને 3.40)નું અલગ-અલગ નિરીક્ષણ કરતાં આપણને

$$\Delta ABC \cong \Delta ABD$$

કારણ કે, $AB = AB$ (સામાન્ય બાજુ)

$BC = AD$ (કેમ ?)

$m\angle A = m\angle B = 90^\circ$ (કેમ ?)

આ એકરૂપતા બાખૂબા (SAS) શરતને અનુસરે છે.

તેથી $AC = BD$

અને લંબચોરસમાં વિકર્ણ સમાન લંબાઈના હોવા ઉપરાંત એકબીજાને દુભાગે પણ છે. (કેમ ?)

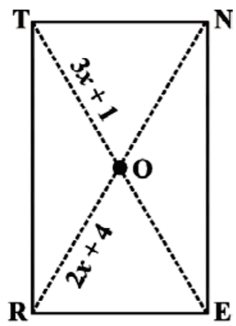
ઉદાહરણ 8 : RENT, લંબચોરસ છે. તેના વિકર્ણ પરસ્પર બિંદુ O માં છેદે છે. જો $OR = 2x + 4$ અને $OT = 3x + 1$ હોય, તો x શોધો.

ઉકેલ : $\overline{OT}$ ની લંબાઈ, વિકર્ણ $\overline{TE}$ ની લંબાઈથી અર્ધી છે અને $\overline{OR}$ ની લંબાઈ, વિકર્ણ $\overline{RN}$ કરતાં અર્ધી છે. બંને વિકર્ણની લંબાઈ સમાન છે. (કેમ ?)

તેથી, તેમના અર્ધા ભાગ પણ સમાન લંબાઈના થાય.

માટે, $3x + 1 = 2x + 4$

$\therefore \quad x = 3$



આકૃતિ 3.41

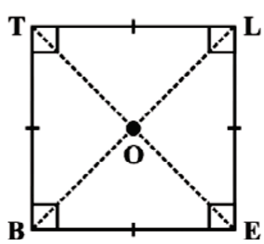
3.5.3 ચોરસ (Square)

ચોરસ, એક સમાન લંબાઈવાળી બાજુ ધરાવતો લંબચોરસ છે.

આમ ચોરસ, લંબચોરસના બધા જ ગુણધર્મો ધરાવે છે તેમજ બધી જ બાજુની લંબાઈ સમાન હોવાનો એક વધારાનો ગુણધર્મ પણ ધરાવે છે.

લંબચોરસની જેમ જ ચોરસના વિકર્ણ પણ સમાન લંબાઈના હોય છે.

લંબચોરસના વિકર્ણ પરસ્પર કાટખૂણે હોય તે જરૂરી નથી. (ચકાસો)



BELT એક ચોરસ છે. $BE = EL = LT = TB$

$\angle B, \angle E, \angle L, \angle T$ કાટખૂણા છે.

$BL = ET$ અને $\overline{BL} \perp \overline{ET}$ છે.

$OB = OL$ અને $OE = OT$.

કોઈ પણ ચોરસમાં વિકર્ણ

(i) પરસ્પર દુભાગે. (ચોરસ એક સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ હોવાથી)

(ii) સમાન લંબાઈના હોય. (ચોરસ એક લંબચોરસ હોવાથી)

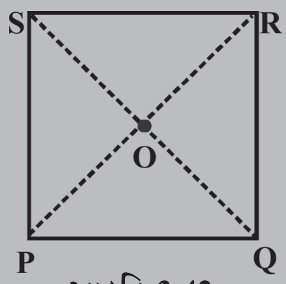
(iii) પરસ્પર લંબ હોય.

તેથી આપણને નીચે પ્રમાણેનો ગુણધર્મ મળે.

ગુણધર્મ : *ચોરસના વિકર્ણ એકબીજાને કાટખૂણે દુભાગે છે.*

આટલું કરો

એક ચોરસ ટુકડો PQRS લો. (આકૃતિ 3.42) તેના વિકર્ણ પરથી તેની ગડી વાળો. શું બંને વિકર્ણનું મધ્યબિંદુ એક જ છે ? કાટખૂણિયાની મદદથી ખૂણા O નું માપ 90^o છે કે નહીં તે ચકાસો. આ ઉપરોક્ત ગુણધર્મને સાબિત કરે છે.



આકૃતિ 3.42

આ ગુણધર્મને આપણે તાર્કિક દલીલો દ્વારા પણ સાબિત કરી શકીએ : ચોરસ ABCD ના વિકર્ણ પરસ્પર બિંદુ Oમાં છેદે છે. (આકૃતિ 3.43)

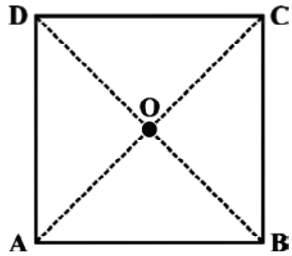
OA = OC (ચોરસ એક સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ હોવાથી)

એકરૂપતાની બાબાબા શરત પ્રમાણે આપણને,

$\Delta AOD \cong \Delta COD$ (કેમ ?)

માટે $m\angle AOD = m\angle COD$

આ ખૂણાઓ રૈખિક જોડના હોવાથી દરેક ખૂણો કાટખૂણો છે.



આકૃતિ 3.43

સ્વાધ્યાય 3.4

1. નીચેનાં વિધાનો સાચાં છે કે ખોટાં તે જણાવો.

(a) દરેક લંબચોરસ ચોરસ છે.

(b) દરેક સમબાજુ ચતુષ્કોણ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.

(c) દરેક ચોરસ સમબાજુ ચતુષ્કોણ છે તેમજ લંબચોરસ પણ છે.

(d) દરેક ચોરસ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ નથી.

(e) દરેક પતંગાકાર ચતુષ્કોણ સમબાજુ ચતુષ્કોણ છે.

(f) દરેક સમબાજુ ચતુષ્કોણ પતંગાકાર ચતુષ્કોણ છે.

(g) દરેક સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ સમલંબ ચતુષ્કોણ છે.

(h) દરેક ચોરસ સમલંબ ચતુષ્કોણ છે.

2. એવા ચતુષ્કોણનાં નામ આપો કે જેમાં :

(a) ચારેય બાજુની લંબાઈ સમાન હોય. (b) ચાર કાટખૂણા હોય.

3. કેવી રીતે એક ચોરસ એ

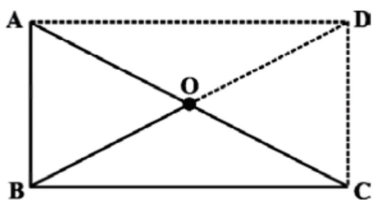
(i) ચતુષ્કોણ (ii) સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ (iii) સમબાજુ ચતુષ્કોણ (iv) લંબચોરસ છે તે વિગતવાર સમજાવો.

4. નીચે દર્શાવ્યા મુજબ વિકર્ણ ધરાવતાં ચતુષ્કોણનાં નામ આપો.

(i) પરસ્પર દુભાગે (ii) પરસ્પરના લંબદ્વિભાજક હોય (iii) સમાન હોય

5. લંબચોરસ એક બહિર્મુખ ચતુષ્કોણ છે, સમજાવો.

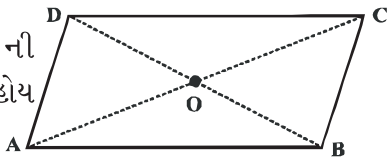
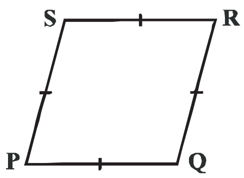
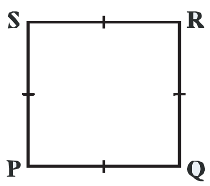
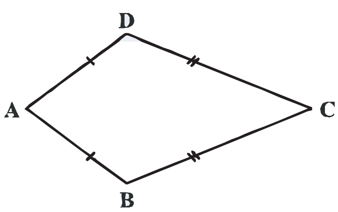
6. કાટકોણ ત્રિકોણ ABCમાં કાટખૂણાની સામેની બાજુનું મધ્યબિંદુ O છે. શિરોબિંદુઓ A, B અને Cથી બિંદુ O કેવી રીતે સમાન અંતરે આવે છે તે સમજાવો. (અહીં તૂટક રેખાઓ તમારી સહાયતા માટે દોરેલ છે.)



વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો

1. કડિયો કોંક્રિટનો એક 'સ્લેબ' બનાવે છે. તે તેને લંબચોરસ બનાવવા માંગે છે. કેટલા અલગ-અલગ પ્રકારથી, તે આ 'સ્લેબ' લંબચોરસ જ છે તેવી ચકાસણી કરી શકશે ?
2. સમાન લંબાઈની બાજુઓ ધરાવતા લંબચોરસ તરીકે ચોરસને વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવ્યો હતો. આપણે તેને સમાન ખૂણા ધરાવતાં સમબાજુ ચતુષ્કોણ તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરી શકીએ ? સ્પષ્ટતા કરો.
3. સમલંબ ચતુષ્કોણના બધા જ ખૂણા સમાન હોઈ શકે ? તેની દરેક બાજુઓ સમાન હોઈ શકે ? સ્પષ્ટતા કરો.

આપણે શું ચર્ચા કરી ?

ચતુષ્કોણ	ગુણધર્મ
સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ : સામસામેની બાજુની પ્રત્યેક જોડ સમાંતર હોય તેવો ચતુષ્કોણ. 	(1) સામસામેની બાજુની લંબાઈ સમાન હોય. (2) સામસામેનાં ખૂણાનાં માપ સમાન હોય. (3) વિકર્ણ પરસ્પર દુભાગે.
સમબાજુ ચતુષ્કોણ : સમાન લંબાઈની બાજુ ધરાવતો સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ. 	(1) સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના બધા જ ગુણધર્મો. (2) વિકર્ણ પરસ્પર કાટખૂણે દુભાગે.
લંબચોરસ : કાટકોણ ધરાવતો સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ	(1) સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના બધા જ ગુણધર્મો. (2) દરેક ખૂણો કાટખૂણો હોય. (3) વિકર્ણની લંબાઈ સમાન હોય.
ચોરસ : સમાન લંબાઈની બાજુ ધરાવતો લંબચોરસ. 	સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ, સમબાજુ ચતુષ્કોણ અને લંબચોરસના બધા જ ગુણધર્મો.
પતંગાકાર ચતુષ્કોણ : પાસપાસેની બાજુઓની ફક્ત બે જોડ સમાન લંબાઈની હોય તેવો ચતુષ્કોણ. 	(1) વિકર્ણ પરસ્પર કાટખૂણે હોય. (2) એક વિકર્ણ, બીજા વિકર્ણને દુભાગે. (3) આપેલ આકૃતિમાં $m\angle B = m\angle D$ પણ $m\angle A \neq m\angle C$

પ્રકરણ 4

પ્રાયોગિક ભૂમિતિ

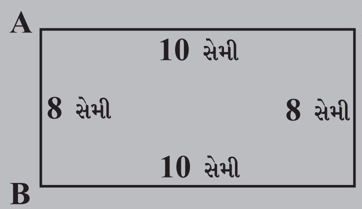
4.1 પ્રાસ્તાવિક

ધોરણ 7 માં તમે ત્રિકોણ કઈ રીતે દોરવો તે શીખી ચૂક્યા છો. ત્રિકોણને ત્રણ ખૂણા અને ત્રણ બાજુઓ હોય છે. કોઈ પણ નિશ્ચિત ત્રિકોણ દોરવા માટે આપણી પાસે ત્રણ ખૂણા અને ત્રણ બાજુઓમાંથી કોઈ પણ ત્રણનાં માપ હોવાં જરૂરી છે.

આમ, નિશ્ચિત ત્રિકોણ દોરવા માટે ત્રણ માપ પૂરતાં છે. તો હવે આપણને સહજ પ્રશ્ન થશે કે તો શું એક ચાર બાજુવાળી બંધ આકૃતિ એટલે કે ચતુષ્કોણ (Quadrilateral)ને દોરવા માટે ચાર માપ પૂરતાં છે ?

આટલું કરો

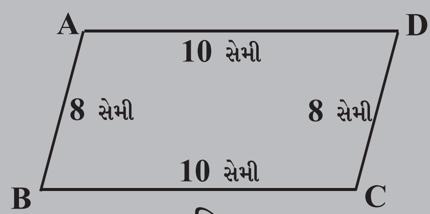
10 સેમી લંબાઈની સળીઓની એક જોડ લો. સળીઓની બીજી જોડ 8 સેમી લંબાઈની લો. હવે આકૃતિ 4.1માં દર્શાવ્યા મુજબ ચારે સળીઓને જોડી એક લંબચોરસ બનાવો કે જેની લંબાઈ 10 સેમી અને પહોળાઈ 8 સેમી હોય.



આકૃતિ 4.1

આ લંબચોરસ આપેલા ચાર માપથી બનાવવામાં આવ્યો છે.

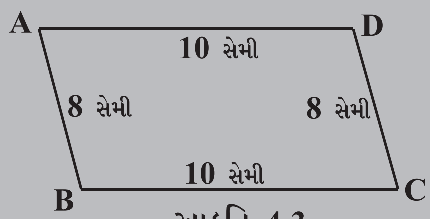
હવે લંબચોરસના પાયા (BC) ને જરા ડાબી બાજુ ખસેડો, જેથી આકૃતિ 4.2 જેવો આકાર પ્રાપ્ત થશે. શું આ પ્રાપ્ત થયેલો આકાર (આકૃતિ 4.2) લંબચોરસ છે ? ના, તમે જોઈ શકો છો કે લંબચોરસ હવે સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ બની ચૂક્યો છે.



આકૃતિ 4.2

શું તમે સળીઓની લંબાઈમાં ફેરફાર કર્યો ? ના, બાજુઓનાં માપ જેમના તેમ જ છે તેમાં કશો ફેરફાર કરેલ નથી.

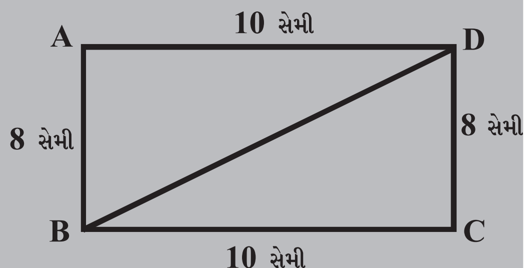
હવે ફરી ચતુષ્કોણ ABCD ના પાયા BC ને વિરૂદ્ધ દિશામાં ખસેડો. તમને કેવો આકાર પ્રાપ્ત થયો ? તમને ફરીથી એક જુદા પ્રકારનો સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ પ્રાપ્ત થશે જે આકૃતિ 4.3માં દર્શાવેલ છે. હજુ પણ ચતુષ્કોણની બાજુઓ તો પહેલાં હતી તે જ છે.



આકૃતિ 4.3

આ પ્રવૃત્તિ દ્વારા જાણવા મળે છે કે નિશ્ચિત ચતુષ્કોણ દોરવા માટે ચાર માપ પૂરતાં નથી, તો શું પાંચ માપ પૂરતાં છે ? ચાલો, આ બાબત ચકાસવા બીજી પ્રવૃત્તિ કરીએ.

હવે ધારો કે તમે 10 સેમી લંબાઈની બે સળીઓ અને 8 સેમી લંબાઈની બે સળીઓનો ઉપયોગ કરી, એક લંબચોરસ બનાવ્યો છે. હવે BD લંબાઈની એક સળીને આકૃતિ 4.4માં બતાવ્યા મુજબ B અને D સાથે જોડી દો. જુઓ, હવે તમે લંબચોરસના પાયા BC ને ડાબી બાજુ કે જમણી બાજુ ખસેડીને આકાર બદલી શકો છો ? ના, આકૃતિને ખોલ્યા સિવાય આ શક્ય નથી. આમ, પાંચમી સળીને લંબચોરસના વિકર્ણ (Diagonal) તરીકે ગોઠવતાં એક નિશ્ચિત લંબચોરસ પ્રાપ્ત થાય છે. આવો બીજો કોઈ ચતુષ્કોણ (આપેલ બાજુઓની લંબાઈ ધરાવતો) શક્ય નથી.



આકૃતિ 4.4

આ રીતે આપણે અહીં જોયું કે પાંચ માપ દ્વારા નિશ્ચિત ચતુષ્કોણ પ્રાપ્ત થાય છે. પણ શું પાંચ માપ (ખૂણા અને બાજુ) એક નિશ્ચિત ચતુષ્કોણ દોરવા માટે પૂરતાં છે ?

વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો

અર્ષદ પાસે ચતુષ્કોણ ABCD ના પાંચ માપ આ મુજબ છે; AB = 5 સેમી, $\angle A = 50^\circ$, AC = 4 સેમી, BD = 5 સેમી અને AD = 6 સેમી, તો શું એક નિશ્ચિત ચતુષ્કોણ રચી શકાશે ? તમારા જવાબનું કારણ આપો.

4.2 ચતુષ્કોણ રચો

નીચે આપેલાં માપના આધારે આપણે નિશ્ચિત ચતુષ્કોણ કેવી રીતે રચી શકાય તે શીખીશું :

જ્યારે ચાર બાજુ અને એક વિકર્ણ આપ્યો હોય.

જ્યારે બે વિકર્ણો અને ત્રણ બાજુ આપી હોય.

જ્યારે પાસ-પાસેની બે બાજુ અને ત્રણ ખૂણા આપ્યા હોય.

જ્યારે ત્રણ બાજુ અને તેના બે અંતર્ગત ખૂણા આપ્યા હોય.

જ્યારે અન્ય ખાસ લાક્ષણિકતા જાણતા હોઈએ.

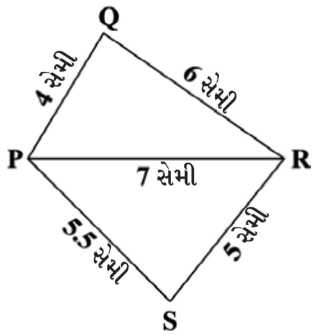
તો ચાલો, એક પછી એક આ બધી રચનાઓ લઈએ.

4.2.1 જ્યારે ચાર બાજુ અને એક વિકર્ણની લંબાઈ આપ્યા હોય

આ પ્રકારની રચના આપણે એક ઉદાહરણથી સમજીએ.

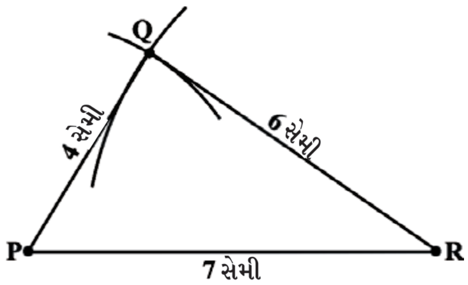
ઉદાહરણ 1 : ચતુષ્કોણ PQRS રચો, જ્યાં PQ = 4 સેમી, QR = 6 સેમી, RS = 5 સેમી, PS = 5.5 સેમી અને PR = 7 સેમી.

ઉકેલ : (આકૃતિ 4.5માં આપણે ચતુષ્કોણની કાચી આકૃતિ દોરેલ છે. જે આપણને ચતુષ્કોણ સમજવામાં ઉપયોગી થશે. આપણે પહેલા ચતુષ્કોણને દોરી અને પછી નામ નિર્દેશન કરેલ છે.)



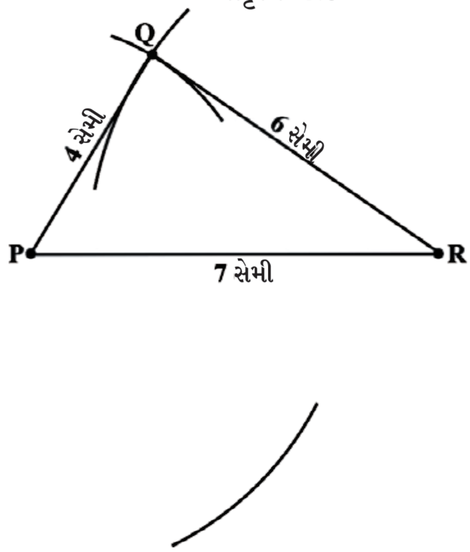
આકૃતિ 4.5

સોપાન 1 : આકૃતિ 4.5 પરથી આપણે સરળતાથી જોઈ શકીએ છીએ કે બાબાબા રચનાની શરત મુજબ આપણે ΔPQR રચી શકીએ.
આકૃતિ 4.6માં આપણે ΔPQR રચ્યો.



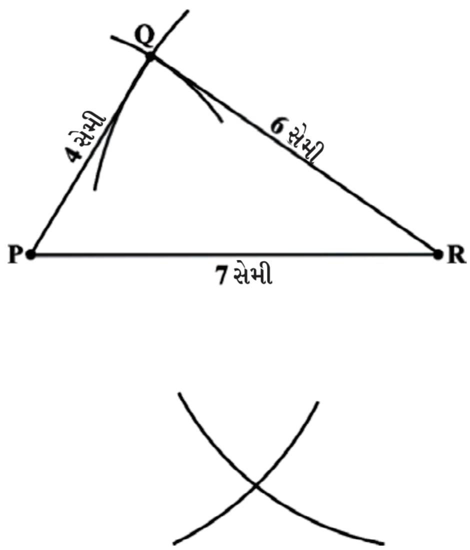
આકૃતિ 4.6

સોપાન 2 : હવે આપણે ચોથું બિંદુ S દર્શાવીશું. આ બિંદુ S એ PRની સાપેક્ષે Qની વિરુદ્ધ દિશામાં દર્શાવીશું. આ માટે આપણી પાસે બે માપ છે.
બિંદુ S એ બિંદુ P થી 5.5 સેમી દૂર છે. તેથી, Pને કેન્દ્ર રાખી 5.5 સેમીની એક ચાપ દોરો. (બિંદુ S એ આ ચાપ ઉપર ક્યાંક હશે.) (આકૃતિ 4.7)



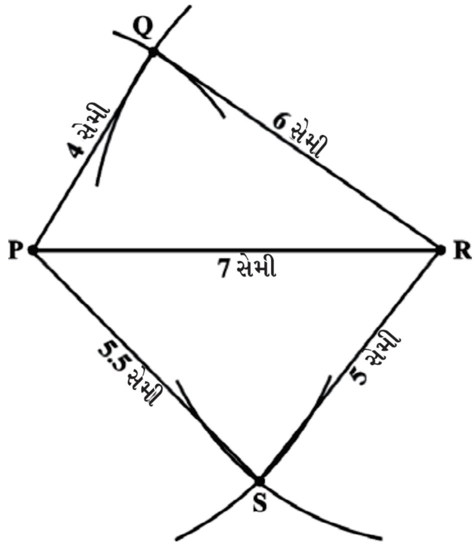
આકૃતિ 4.7

સોપાન 3 : બિંદુ S એ બિંદુ R થી 5 સેમી દૂર છે. તેથી, Rને કેન્દ્ર લઈને 5 સેમીની ચાપ રચો. (બિંદુ S એ આ ચાપ ઉપર પણ ક્યાંક હશે.) (આકૃતિ 4.8)



આકૃતિ 4.8

સોપાન 4 : બિંદુ S આપણે દોરેલી બંને ચાપ પર હોવું જોઈએ. તેથી તે બંને ચાપનું છેદબિંદુ છે.
તેને S દર્શાવીને ચતુષ્કોણ PQRS પૂર્ણ કરો. આ PQRS એ માગ્યા મુજબનો ચતુષ્કોણ છે. (આકૃતિ 4.9)



આકૃતિ 4.9

વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો

(i) આપણે જોયું કે ચતુષ્કોણના પાંચ માપ એક નિશ્ચિત ચતુષ્કોણ નિર્ધારિત કરે છે. શું તમે કહી શકશો કે ચતુષ્કોણનાં કોઈ પણ પાંચ માપ દ્વારા આ રીતે નિશ્ચિત ચતુષ્કોણ નિર્ધારિત થશે ?

(ii) શું તમે સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ BATS એવો દોરી શકો કે જ્યાં BA = 5 સેમી, AT = 6 સેમી અને AS = 6.5 સેમી હોય ? શા માટે ?

(iii) શું તમે સમબાજુ ચતુષ્કોણ ZEAL એવો દોરી શકો કે જ્યાં ZE = 3.5 સેમી, વિકર્ણ EL = 5 સેમી હોય ? શા માટે ?

(iv) એક વિદ્યાર્થીએ ચતુષ્કોણ PLAY દોરવા પ્રયત્ન કર્યો, જ્યાં PL = 3 સેમી, LA = 4 સેમી, AY = 4.5 સેમી, PY = 2 સેમી અને LY = 6 સેમી હોય, પરંતુ તે દોરી ન શક્યો. શું કારણ હોય ? (સૂચન : કાચી આકૃતિ દોરી ચર્ચા કરો.)

સ્વાધ્યાય 4.1

1. નીચેના ચતુષ્કોણની રચના કરો.

(i) ચતુષ્કોણ ABCD
AB = 4.5 સેમી
BC = 5.5 સેમી
CD = 4 સેમી
AD = 6 સેમી
AC = 7 સેમી

(ii) ચતુષ્કોણ JUMP
JU = 3.5 સેમી
UM = 4 સેમી
MP = 5 સેમી
PJ = 4.5 સેમી
PU = 6.5 સેમી

(iii) સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ MORE
OR = 6 સેમી
RE = 4.5 સેમી
EO = 7.5 સેમી

(iv) સમબાજુ ચતુષ્કોણ BEST
BE = 4.5 સેમી
ET = 6 સેમી

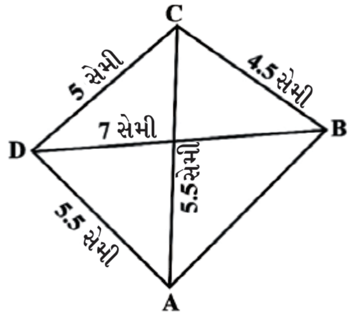
4.2.2 જ્યારે બે વિકર્ણ અને ત્રણ બાજુ આપી હોય

જ્યારે ચાર બાજુ અને એક વિકર્ણ આપ્યા હોય ત્યારે આપણે આપેલી માહિતી પરથી પહેલાં ત્રિકોણ દોરીએ છીએ અને પછી ચોથું બિંદુ દર્શાવવાનો પ્રયત્ન કરીએ છીએ. એ જ રીતનો ઉપયોગ આપણે અહીંયાં કરીશું.

ઉદાહરણ 2 : ચતુષ્કોણ ABCD રચો, જ્યાં BC = 4.5 સેમી, AD = 5.5 સેમી, CD = 5 સેમી, વિકર્ણ AC = 5.5 સેમી અને વિકર્ણ BD = 7 સેમી આપેલા હોય.

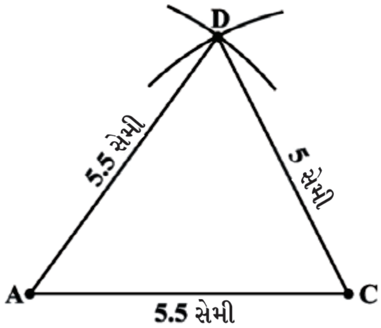
ઉકેલ :

અહીંયા આકૃતિ 4.10માં ચતુષ્કોણ ABCD ની કાચી આકૃતિ દર્શાવેલ છે. આ આકૃતિનો અભ્યાસ કરો. આપણે સરળતાથી જોઈ શકીશું કે પ્રથમ ΔACD દોરવો શક્ય છે. (કઈ રીતે ?)



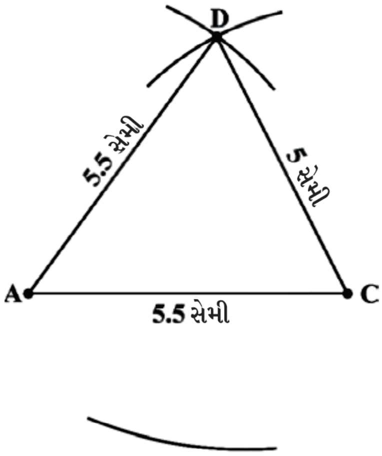
આકૃતિ 4.1

સોપાન 1 : બાબાબા રચનાના આધારે ΔACD રચો. (આકૃતિ 4.11) (હવે આપણે D ની વિરુદ્ધ બાજુએ બિંદુ B એવું મેળવીશું કે જે C બિંદુથી 4.5 સેમી અને D બિંદુથી 7 સેમી દૂર હોય.)



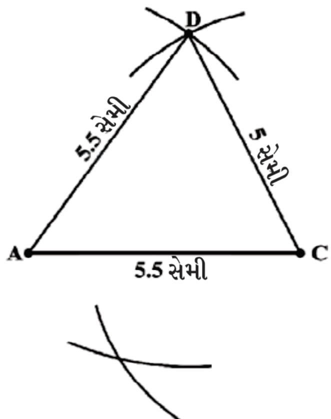
આકૃતિ 4.11

સોપાન 2 : Dને કેન્દ્ર રાખી 7 સેમી ત્રિજ્યાની એક ચાપ રચો. (બિંદુ B આ ચાપ પર ક્યાંક હશે.) (આકૃતિ 4.12)



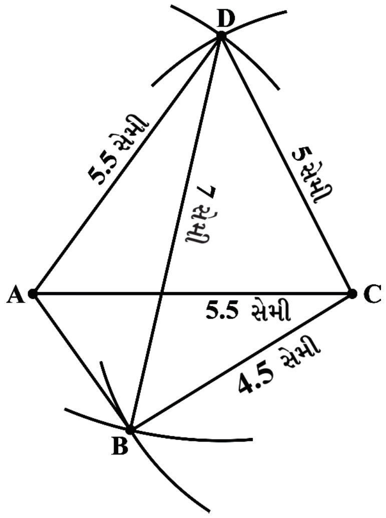
આકૃતિ 4.12

સોપાન 3 : C ને કેન્દ્ર રાખી 4.5 સેમી ત્રિજ્યાની એક ચાપ રચો. (બિંદુ B આ ચાપ ઉપર પણ ક્યાંક હશે.) (આકૃતિ 4.13)



આકૃતિ 4.13

સોપાન 4 : હવે B બંને ચાપ ઉપર આવેલ છે. માટે B એ બંને ચાપના છેદબિંદુ પર આવેલ હશે. હવે B દર્શાવીને ABCD પૂર્ણ કરો. આમ, ABCD એ માંગ્યા મુજબનો ચતુષ્કોણ છે. (આકૃતિ 4.14)



આકૃતિ 4.14

વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો

1. શું ઉપરના ઉદાહરણમાં આપણે પહેલા ΔABD દોરી પછી ચોથું બિંદુ C શોધીને, ચતુષ્કોણ દોરી શકીએ ?
2. શું તમે ચતુષ્કોણ PQRS એવો રચી શકો જ્યાં PQ = 3 સેમી, RS = 3 સેમી, PS = 7.5 સેમી, PR = 8 સેમી અને SQ = 4 સેમી હોય ? તમારા જવાબને ચકાસો.

સ્વાધ્યાય 4.2

1. નીચેના ચતુષ્કોણની રચના કરો.

(i) ચતુષ્કોણ LIFT
LI = 4 સેમી
IF = 3 સેમી
TL = 2.5 સેમી
LF = 4.5 સેમી
IT = 4 સેમી

(ii) ચતુષ્કોણ GOLD
OL = 7.5 સેમી
GL = 6 સેમી
GD = 6 સેમી
LD = 5 સેમી
OD = 10 સેમી

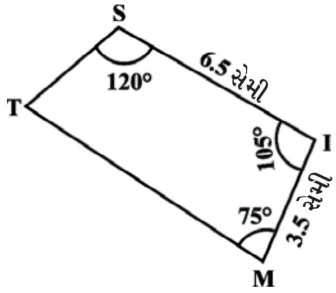
(iii) સમબાજુ ચતુષ્કોણ BEND
BN = 5.6 સેમી
DE = 6.5 સેમી

4.2.3 જ્યારે પાસ-પાસેની બે બાજુ અને ત્રણ ખૂણા જાણતા હોઈએ

આ અગાઉ આપણે રચનાની શરૂઆતમાં એક ત્રિકોણ રચી પછી ચોથું બિંદુ મેળવી અને ચતુષ્કોણ પૂર્ણ કરેલ છે.

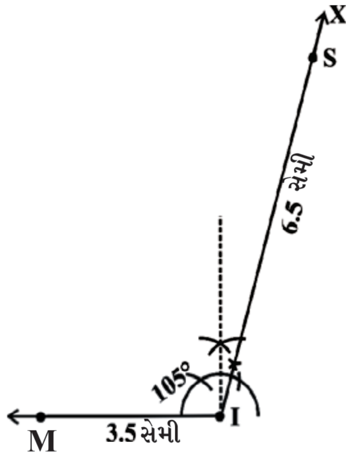
ઉદાહરણ 3 : ચતુષ્કોણ MIST રચો, જ્યાં MI = 3.5 સેમી, IS = 6.5 સેમી, $\angle M = 75^\circ$, $\angle I = 105^\circ$ અને $\angle S = 120^\circ$ હોય.

ઉકેલ : અહીં આકૃતિ 4.15માં ચતુષ્કોણ MIST ની કાચી આકૃતિ દર્શાવેલ છે જે આપણને રચનાનાં સોપાનો નક્કી કરવામાં ઉપયોગી થશે.



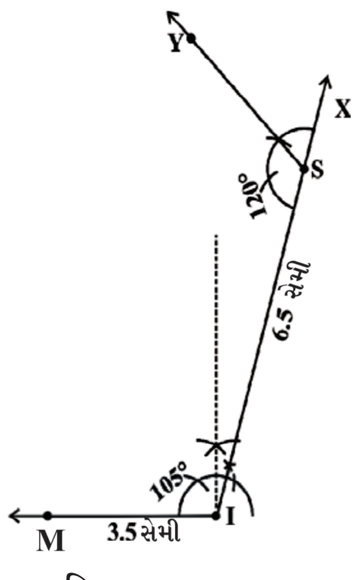
આકૃતિ 4.15

સોપાન 1 : તમે બિંદુઓ કેવી રીતે દર્શાવશો ? તમારી પાસે શરૂઆત કરવા માટેના વિકલ્પો કયા છે અને પહેલું સોપાન શું હોઈ શકે ?
આટલું વિચારી તમે (આકૃતિ 4.16) માં દર્શાવ્યા મુજબ, 3.5 સેમી લંબાઈનો રેખાખંડ MI રચ્યા બાદ I બિંદુ પાસે ∠MIS = 105° રચી શકો.



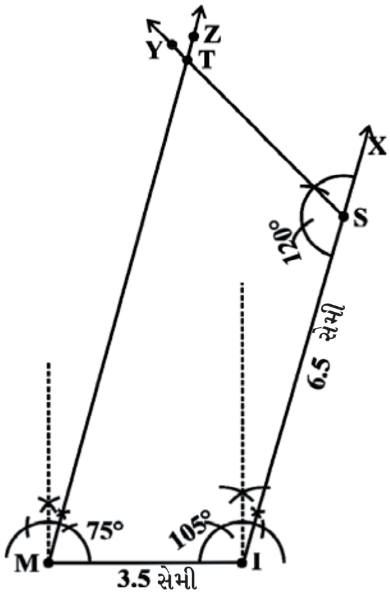
આકૃતિ 4.16

સોપાન 2 : હવે બિંદુ S પાસે ∠ISY = 120° રચો. (આકૃતિ 4.17)



આકૃતિ 4.17

સોપાન 3 : બિંદુ M પાસે ∠IMZ = 75° રચો. (આમ કરવાથી શું SY અને MZ એકબીજાને છેદે છે ?) આ બિંદુને T વડે દર્શાવો. આ રીતે આપણને માગ્યા મુજબનો ચતુષ્કોણ MIST પ્રાપ્ત થશે (આકૃતિ 4.18).



આકૃતિ 4.18

વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો

1. જો આપણી પાસે ∠M એ 75°ને બદલે 100° હોય, તો શું તમે ઉપરનો ચતુષ્કોણ MIST રચી શકો ?
2. જો PL = 6 સેમી, LA = 9.5 સેમી, ∠P = 75°, ∠L = 150° અને ∠A = 140° હોય, તો તમે ચતુષ્કોણ PLAN રચી શકો ? (સૂચન : ખૂણાના સરવાળાની લાક્ષણિકતા યાદ કરો.)
3. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણમાં પાસ-પાસેની બાજુઓ (Adjacent Sides)ની લંબાઈ જાણતાં હોઈએ તો પણ ઉપરના ઉદાહરણની રચના માટે ખૂણાના માપની જરૂર રહેશે ?

સ્વાધ્યાય 4.3

1. નીચેના ચતુષ્કોણની રચના કરો.

(i) ચતુષ્કોણ MORE
MO = 6 સેમી
OR = 4.5 સેમી
∠M = 60°
∠O = 105°
∠R = 105°

(ii) ચતુષ્કોણ PLAN
PL = 4 સેમી
LA = 6.5 સેમી
∠P = 90°
∠A = 10°
∠N = 85°

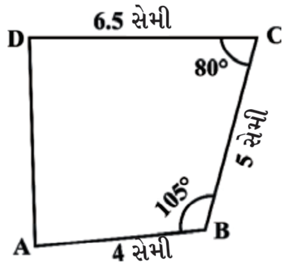
(iii) સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ HEAR
HE = 5 સેમી
EA = 6 સેમી
∠R = 85°

(iv) લંબચોરસ OKAY
OK = 7 સેમી
KA = 5 સેમી

4.2.4 જ્યારે ત્રણ બાજુ અને તેના બે અંતર્ગત ખૂણા આપ્યા હોય

આ રીતમાં આપણે જ્યારે કાચી આકૃતિ દોરતાં હોઈએ ત્યારે ''અંતર્ગત'' ખૂણા દર્શાવવામાં સાવચેતી રાખવી.

ઉદાહરણ 4 : ચતુષ્કોણ ABCD રચો. જ્યાં AB = 4 સેમી, BC = 5 સેમી, CD = 6.5 સેમી અને $\angle B = 105^\circ$ અને $\angle C = 80^\circ$ છે.

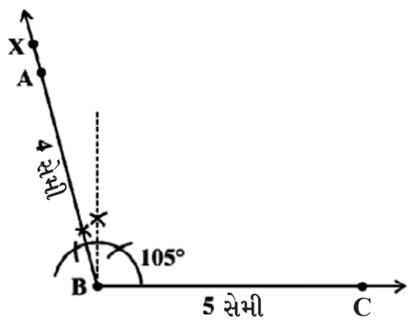


આકૃતિ 4.19

ઉકેલ :

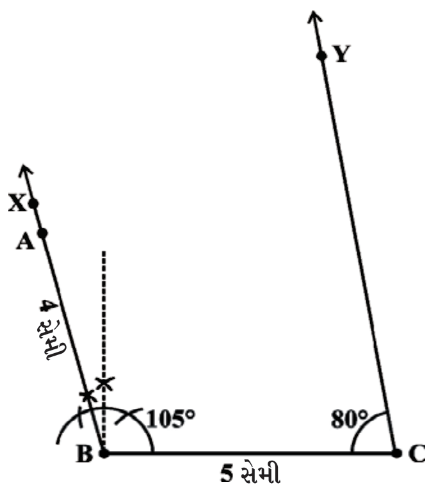
હંમેશની માફક આપણે પહેલાં કાચી આકૃતિ દોરીશું, જેથી આપણને શરૂઆત કઈ રીતે કરવી તેનો ખ્યાલ આવે (આકૃતિ 4.19).

સોપાન 1 : સૌ પ્રથમ આપણે 5 સેમીનો રેખાખંડ BC રચીશું. બિંદુ B પાસે 105°નો ખૂણો રચાય તેવું કિરણ BX રચો. હવે કિરણ BX પર B બિંદુથી 4 સેમી દૂર A બિંદુ દર્શાવો. હવે આપણી પાસે B, C અને A એમ ત્રણ બિંદુ છે. (આકૃતિ 4.20)



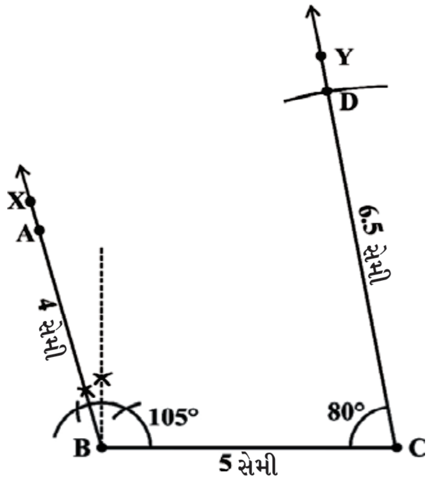
આકૃતિ 4.20

સોપાન 2 : હવે ચોથું બિંદુ D એ કિરણ CY પર એવું મળે કે જેથી કિરણ CY એ કિરણ BC સાથે 80°નો ખૂણો બનાવે. આમ કરવા માટે BC પરના બિંદુ C આગળ $\angle BCY = 80^\circ$ રચો. (આકૃતિ 4.21)



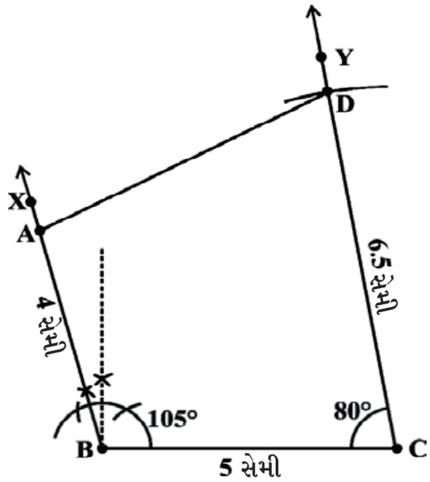
આકૃતિ 4.21

સોપાન 3 : હવે બિંદુ C ને કેન્દ્ર રાખી 6.5 સેમીની ચાપ દોરો, આ ચાપ કિરણ CY ને D માં છેદે છે. (આકૃતિ 4.22)



આકૃતિ 4.22

સોપાન 4 : ચતુષ્કોણ ABCD પૂર્ણ કરો. આ ચતુષ્કોણ ABCD માંગ્યા મુજબનો ચતુષ્કોણ છે. (આકૃતિ 4.23)



આકૃતિ 4.23

વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો

1. ઉપરના ઉદાહરણમાં આપણે સૌ પ્રથમ રેખાખંડ BC રચ્યો. તેના બદલે આપણે બીજા કયાં બિંદુઓથી શરૂ કરી શકીએ ?
2. અત્યાર સુધી આપણે કેટલાક પાંચ માપનો ઉપયોગ કરીને ચતુષ્કોણની રચના કરી. શું આપણે અત્યાર સુધી લીધેલા પાંચ માપ સિવાયના અન્ય પાંચ માપના સમૂહથી ચતુષ્કોણ રચી શકીએ ?

   નીચેના પ્રશ્નો તમને જવાબ આપવામાં ઉપયોગી થશે.

   (i) ચતુષ્કોણ ABCD માં AB = 5 સેમી, BC = 5.5 સેમી, CD = 4 સેમી, AD = 6 સેમી અને $\angle B = 80^\circ$

   (ii) ચતુષ્કોણ PQRS માં PQ = 4.5 સેમી, $\angle P = 70^\circ$, $\angle Q = 100^\circ$, $\angle R = 80^\circ$ અને $\angle S = 110^\circ$

   ચતુષ્કોણની રચના માટે પૂરતાં અને અપૂરતાં માપ દર્શાવતાં બીજા કેટલાંક ઉદાહરણો તમે તમારી જાતે રચો.

સ્વાધ્યાય 4.4

1. નીચેના ચતુષ્કોણની રચના કરો.

(i) ચતુષ્કોણ DEAR
DE = 4 સેમી
EA = 5 સેમી
AR = 4.5 સેમી
$\angle E = 60^o$
$\angle A = 90^o$

(ii) ચતુષ્કોણ TRUE
TR = 3.5 સેમી
RU = 3 સેમી
UE = 4 સેમી
$\angle R = 75^o$
$\angle U = 120^o$

4.3 કેટલાક ખાસ કિસ્સાઓ

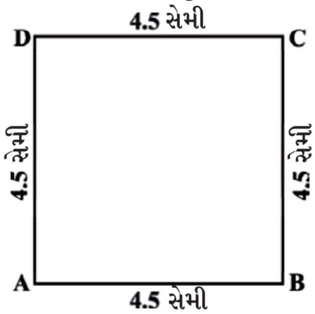
ચતુષ્કોણની રચના માટે આપણે પાંચ માપનો ઉપયોગ કરીએ છીએ. શું પ્રાપ્ત માપો કરતાં ઓછી સંખ્યાના માપથી આપણે કોઈ નિશ્ચિત ચતુષ્કોણ રચી શકીએ ? આવા ખાસ કિસ્સાઓ માટે નીચે આપેલાં ઉદાહરણો ચકાસો.

ઉદાહરણ 5 : 4.5 સેમી બાજુવાળો ચોરસ રચો.

ઉકેલ : પહેલી નજરે અહીં આપણને માત્ર એક જ માપ આપેલ છે તેવું દેખાશે. પરંતુ વાસ્તવમાં આપણી પાસે બીજી ઘણી માહિતીઓ છે. કારણ કે આ આકૃતિ નિશ્ચિત ચતુષ્કોણ દર્શાવે છે, જેને આપણે ચોરસના નામથી ઓળખીએ છીએ. ચોરસની ચારે બાજુ સરખી હોય છે અને ચારે ખૂણા કાટખૂણા હોય છે. (આકૃતિ 4.24ની કાચી આકૃતિ જુઓ.)

આકૃતિ 4.24ની મદદથી આપણે રચના કરી શકીશું.

સૌ પ્રથમ બાખૂબા શરતને આધારે આપણે ΔABC રચીશું. પછી આપણે સરળતાથી બિંદુ D પણ દર્શાવી શકીશું. તો આપેલા માપના ચોરસની રચના તમારી જાતે કરવાનો પ્રયત્ન કરો.



આકૃતિ 4.24

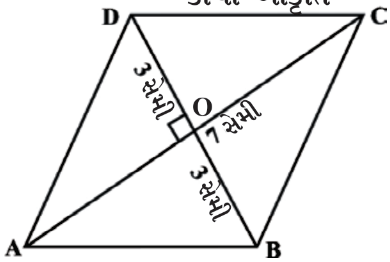
ઉદાહરણ 6 : શું એવો સમબાજુ ચતુષ્કોણ ABCD રચવો શક્ય છે કે જ્યાં AC = 7 સેમી અને BD = 6 સેમી હોય ? તમારા જવાબની સત્યાર્થતા ચકાસો.

ઉકેલ : સમબાજુ ચતુષ્કોણના માત્ર બે વિકર્ણોના જ માપ આપ્યાં છે. આમ છતાં, સમબાજુ ચતુષ્કોણની લાક્ષણિકતાને કારણે આપણને ઘણી મદદ મળી રહેશે.

સમબાજુ ચતુષ્કોણના વિકર્ણ એકબીજાના લંબદ્વિભાજક હોય છે. તેથી સૌપ્રથમ 7 સેમી લંબાઈનો રેખાખંડ AC રચો. ત્યાર બાદ તેનો લંબદ્વિભાજક રચો. તે પરસ્પર O બિંદુમાં છેદે છે.

હવે બંને વિકર્ણના છેદબિંદુને કેન્દ્રસ્થાને લઈને 3 સેમીની ચાપ રચો. જે લંબદ્વિભાજકને બિંદુ B અને બિંદુ D માં છેદશે. હવે સીધીપટ્ટીની મદદથી બિંદુ A, B, C અને D ને જોડો. જે માગ્યા મુજબનો સમબાજુ ચતુષ્કોણ પ્રાપ્ત થશે.

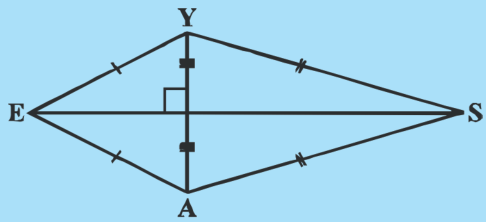
આ વર્ણનના આધારે હવે તમે તમારી જાતે આ સમબાજુ ચતુષ્કોણ રચવાનો પ્રયત્ન કરો. (આકૃતિ 4.25ને કાચી આકૃતિ તરીકે ધ્યાને લો.)



આકૃતિ 4.25

આટલું કરો

1. જો તમે માત્ર PQ અને QR ની લંબાઈ જાણતા હશો તો લંબચોરસ PQRS કઈ રીતે રચશો ?
2. જો આકૃતિ 4.26માં AY = 8 સેમી, EY = 4 સેમી અને SY = 6 સેમી હોય તો પતંગ EASYની રચના કરો. પતંગની કઈ લાક્ષણિકતા તમે રચના દરમિયાન ઉપયોગમાં લેશો ?



આકૃતિ 4.26

સ્વાધ્યાય 4.5

નીચેની રચના કરો.

1. RE = 5.1 સેમી ધરાવતો ચોરસ READ રચો.
2. જેના વિકર્ણોની લંબાઈ 5.2 સેમી અને 6.4 સેમી હોય તેવો સમબાજુ ચતુષ્કોણ રચો.
3. એવા લંબચોરસની રચના કરો કે જેની પાસપાસેની બાજુઓની લંબાઈ 5 સેમી અને 4 સેમી હોય.
4. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ OKAY રચો જ્યાં OK = 5.5 સેમી, KA = 4.2 સેમી હોય, શું આ અનન્ય છે ?

આપણે શું ચર્ચા કરી ?

1. ચતુષ્કોણના પાંચ માપ, એક અનન્ય ચતુષ્કોણ સુનિશ્ચિત કરે છે.
2. જો ચતુષ્કોણની ચાર બાજુ અને એક વિકર્ણ આપેલ હોય તો તેના દ્વારા એક અનન્ય ચતુષ્કોણ સુનિશ્ચિત થાય છે.
3. જો ચતુષ્કોણના બે વિકર્ણ અને ત્રણ બાજુઓ જાણતાં હોઈએ તો એક અનન્ય ચતુષ્કોણ સુનિશ્ચિત થાય.
4. જો ચતુષ્કોણની પાસ-પાસેની બે બાજુઓ અને ત્રણ ખૂણાઓ જાણતાં હોઈએ તો તેના દ્વારા એક અનન્ય ચતુષ્કોણ સુનિશ્ચિત થાય.
5. જો ત્રણ બાજુઓ અને તેના બે અંતર્ગત ખૂણાઓ આપ્યા હોય તો એક અનન્ય ચતુષ્કોણ સુનિશ્ચિત થાય.

માહિતીનું નિયમન

પ્રકરણ
5

5.1 માહિતી

તમારાં રોજબરોજનાં જીવનમાં તમને ઘણી બધી માહિતી મળે છે. જેમ કે,

(a) છેલ્લી 10 ક્રિકેટ ટેસ્ટ મેચમાં બૅટ્સમેને બનાવેલ રન.

(b) છેલ્લી 10 વન-ડે ક્રિકેટ મેચમાં બૉલરે લીધેલી વિકેટો.

(c) તમારા વર્ગમાં ગણિતની એકમ કસોટીમાં વિદ્યાર્થીઓએ મેળવેલ ગુણ.

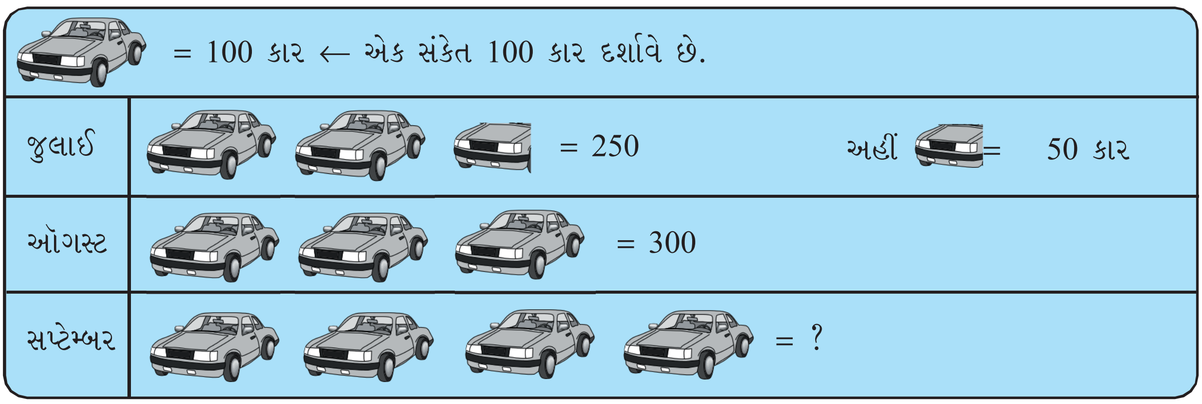
(d) તમારા દરેક મિત્રએ વાંચેલી વાર્તાની ચોપડીઓની સંખ્યા વગેરે.

ઉપરોક્ત કિસ્સાઓ જેવા અનેક કિસ્સામાં એકત્રિત કરાતી વિગતને માહિતી (Data) કહેવામાં આવે છે. સામાન્ય રીતે આપણે જે પરિસ્થિતિનો અભ્યાસ કરવાનો હોય તેને સંગત માહિતી એકત્રિત કરવામાં આવે છે. ઉદાહરણ તરીકે, કોઈ વર્ગશિક્ષક તેના વર્ગના વિદ્યાર્થીઓની ઊંચાઈનું સરેરાશ માપ શોધવા માગે છે તો તેણે સૌ પ્રથમ પોતાના વર્ગના બધા જ વિદ્યાર્થીઓની ઊંચાઈનાં માપ લખવાં જોઈએ અને સુવ્યવસ્થિત રીતે વર્ગીકરણ કરવું જોઈએ. ત્યાર બાદ તેનું અર્થઘટન કરવું જોઈએ.

કેટલીક વખત 'માહિતી'નો સ્પષ્ટ ચિતાર મેળવવા તેને **આલેખ સ્વરૂપે** દર્શાવવામાં આવે છે. તમે અગાઉનાં વર્ષોમાં વિવિધ પ્રકારના આલેખ વિશે અભ્યાસ કર્યો છે શું તમે તે યાદ કરી શકશો ?

1. **ચિત્ર આલેખ :** આપેલી 'માહિતી'ને સંકેતનો ઉપયોગ કરીને કરવામાં આવતી ચિત્રાત્મક રજુઆત એટલે ચિત્ર આલેખ (A Pictograph).

ઉદાહરણ : નીચેનું દૃષ્ટાંત જુઓ :

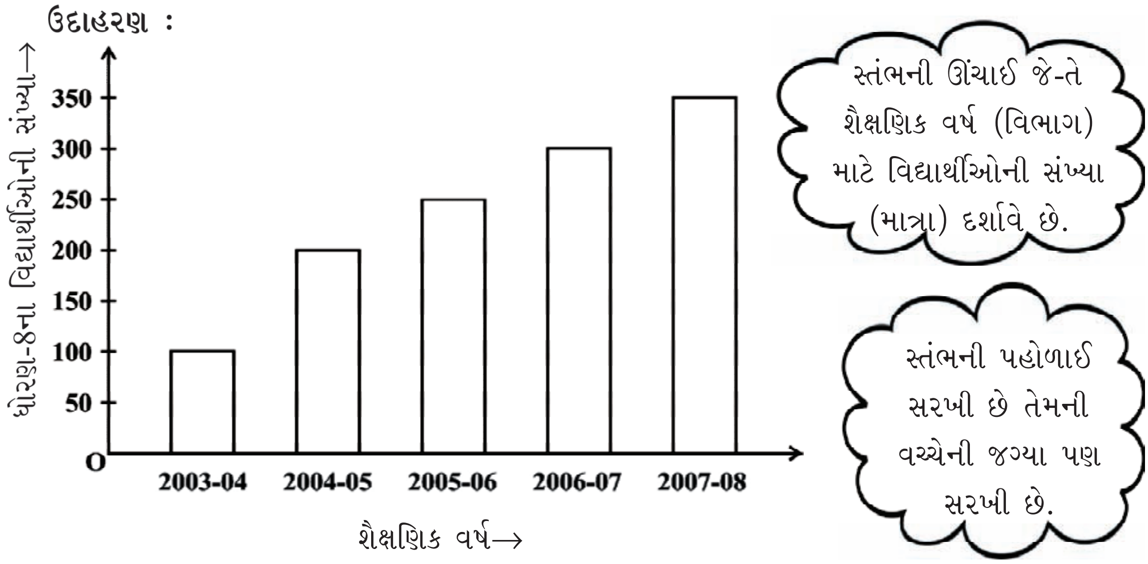


(i) જુલાઈ માસમાં કુલ કેટલી મોટરકારનું ઉત્પાદન થયું ?

(ii) કયા માસમાં સૌથી વધુ મોટરકારનું ઉત્પાદન થયું ?

2. **લંબ આલેખ (દંડ આલેખ) :** રેખાખંડ કે સમાન પહોળાઈવાળા સ્તંભોની મદદથી કરવામાં આવેલી માહિતીની રજૂઆતને લંબાલેખ (A Bar Graph) કહે છે. આ સ્તંભોની ઊંચાઈ જે-તે ચલની કિંમતના સમપ્રમાણમાં હોય છે. તેની જાડાઈનું કશું મહત્ત્વ હોતું નથી.

ઉદાહરણ :



(i) લંબાલેખ દ્વારા કઈ માહિતી દર્શાવવામાં આવી છે ?

(ii) કયા વર્ષમાં વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યામાં વધારો સૌથી મહત્તમ છે ?

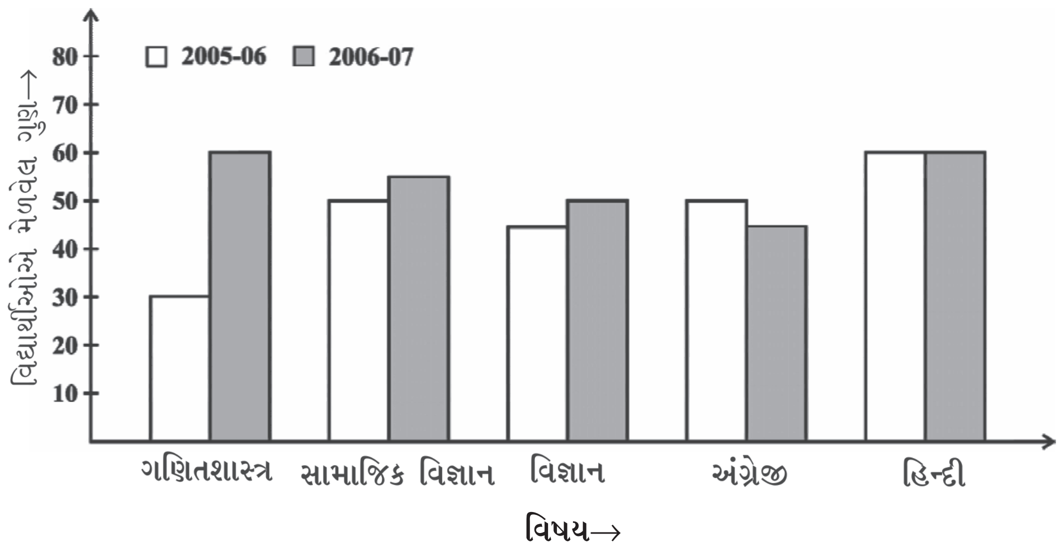
(iii) કયા વર્ષમાં વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા સૌથી વધુ છે ?

(iv) નીચેનું વિધાન ખરું છે કે ખોટું ?

'વર્ષ 2005-06 ના વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા વર્ષ 2003-04 કરતાં બમણી છે.'

3. **દ્વિ-લંબાલેખ :** જે લંબાલેખમાં બે પ્રકારની માહિતીને એકસાથે દર્શાવવામાં આવે છે તેને દ્વિ-લંબાલેખ (Double Bar Graph) કહેવામાં આવે છે.

ઉદાહરણ : □ 2005-06 ■ 2006-07



(i) દ્વિ-લંબાલેખ દ્વારા કઈ માહિતી દર્શાવવામાં આવી છે ?

(ii) કયા વિષયના દેખાવમાં સૌથી વધુ વધારો થયો છે ?

(iii) કયા વિષયના દેખાવમાં સૌથી વધુ ઘટાડો થયો છે ?

(iv) કયા વિષયમાં દેખાવ સમાન છે ?

વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો

જો લંબાલેખના કોઈ સ્તંભની સ્થિતિમાં ફેરફાર કરવામાં આવે તો, શું આપેલી માહિતીનું અર્થઘટન બદલાય છે ? શા માટે ?

પ્રયત્ન કરો

નીચેની માહિતી દર્શાવતા યોગ્ય આલેખ દોરો.

1.

મહિના	જુલાઈ	ઑગસ્ટ	સપ્ટેમ્બર	ઑક્ટોબર	નવેમ્બર	ડિસેમ્બર
વેચાયેલ ઘડિયાળની સંખ્યા	1000	1500	1500	2000	2500	1500

2.

વિદ્યાર્થીની પસંદગી	શાળા A	શાળા B	શાળા C
ચાલવું (Walking)	40	55	15
સાયકલ સવારી (Cycling)	45	25	35

3. વન-ડે ક્રિકેટમાં વિશ્વની શ્રેષ્ઠ 8 ક્રિકેટ ટીમના વિજયનું પ્રતિશત પ્રમાણ

ટીમ	ચેમ્પિયન ટ્રોફીથી વર્લ્ડ કપ-06 સુધી	2007માં છેલ્લી 10 વન-ડે ક્રિકેટ
સાઉથ આફ્રિકા	75%	78%
ઑસ્ટ્રેલિયા	61%	40%
શ્રીલંકા	54%	38%
ન્યૂઝીલૅન્ડ	47%	50%
ઇંગ્લૅન્ડ	46%	50%
પાકિસ્તાન	45%	44%
વેસ્ટ ઇન્ડિઝ	44%	30%
ઇન્ડિયા	43%	56%

5.2 માહિતીની ગોઠવણી

સામાન્ય રીતે આપણને પ્રાપ્ત થતી માહિતી અવ્યવસ્થિત સ્વરૂપમાં હોય છે જેથી તેને કાચા પ્રાપ્તાંક/કાચી માહિતી પણ કહે છે. અર્થપૂર્ણ તારણ મેળવવા માટે આપેલ કાચી માહિતીને સુવ્યવસ્થિત રીતે ગોઠવવી જોઈએ.

ઉદાહરણ : ધારો કે વિદ્યાર્થીઓના એક સમૂહને તેઓના પસંદગીના વિષય અંગે પૂછવામાં આવતાં નીચે મુજબ માહિતી મળે છે.

કલા, ગણિતશાસ્ત્ર, વિજ્ઞાન, અંગ્રેજી, ગણિતશાસ્ત્ર, કલા, અંગ્રેજી, ગણિતશાસ્ત્ર, અંગ્રેજી, કલા, વિજ્ઞાન, કલા, વિજ્ઞાન, વિજ્ઞાન, ગણિતશાસ્ત્ર, કલા, અંગ્રેજી, કલા, વિજ્ઞાન, ગણિતશાસ્ત્ર, વિજ્ઞાન, કલા. વિદ્યાર્થીઓમાં કયો વિષય સૌથી વધુ પસંદગીપાત્ર છે અને કયો સૌથી ઓછો ?

અહીં નોંધાયેલ માહિતી આડી-અવળી રીતે નોંધાયેલી હોઈ ઉપરોક્ત પ્રશ્નનો ઉત્તર આપવો એકદમ સરળ નથી. આપણે ઉપરોક્ત માહિતીને કોષ્ટક 5.1 મુજબ આવૃત્તિ ચિહ્નથી ગોઠવીશું.

કોષ્ટક : 5.1

વિષય	આવૃત્તિ ચિહ્ન	વિદ્યાર્થીની સંખ્યા
કલા	𝍸 ||	7
ગણિતશાસ્ત્ર	𝍸	5
વિજ્ઞાન	𝍸 |	6
અંગ્રેજી	||||	4

ઉપરોક્ત કોષ્ટક 5.1 માં જે-તે વિષયને અનુરૂપ આવૃત્તિચિહ્ન દર્શાવેલ છે જે વિદ્યાર્થીની સંખ્યા દર્શાવે છે. આ સંખ્યાને તે વિષયની આવૃત્તિ કહે છે.

કોઈ ચોક્કસ નોંધ કેટલીવાર આવે છે તે સંખ્યા આવૃત્તિ દર્શાવે છે.

કોષ્ટક 5.1 મુજબ, **અંગ્રેજી વિષય પસંદ કરતા વિદ્યાર્થીઓની આવૃત્તિ : 4 તથા ગણિતશાસ્ત્ર વિષય પસંદ કરતા વિદ્યાર્થીઓની આવૃત્તિ : 5**

ઉપરોક્ત કોષ્ટકને આવૃત્તિ વિતરણ કોષ્ટક કહે છે.

પ્રયત્ન કરો

1. વિદ્યાર્થીઓના એક સમૂહને પાલતુ પ્રાણીઓમાં સૌથી વધુ ગમતાં પ્રાણી વિશે પૂછવામાં આવ્યું. જેનું પરિણામ નીચે મુજબ છે :
   કૂતરો, બિલાડી, બિલાડી, માછલી, બિલાડી, સસલું, કૂતરો, બિલાડી, સસલું, કૂતરો, બિલાડી, કૂતરો, કૂતરો, કૂતરો, બિલાડી, ગાય, માછલી, સસલું, કૂતરો, બિલાડી, કૂતરો, બિલાડી, બિલાડી, કૂતરો, સસલું, બિલાડી, માછલી, કૂતરો.
   આ માહિતી પરથી આવૃત્તિ વિતરણ કોષ્ટક તૈયાર કરો.

5.3 વર્ગીકૃત માહિતી

વિષય પસંદગીના ઉપરોક્ત ઉદાહરણમાં દર્શાવેલ ચોક્કસ નોંધ (Entry) એકથી વધુ વખત પુનરાવર્તિત થાય છે. ઉદાહરણ તરીકે, કલા વિષય 7 વિદ્યાર્થીઓને પસંદ છે. ગણિતશાસ્ત્ર વિષય 5 વિદ્યાર્થીઓ (એ જ રીતે આગળ...) પસંદ કરે છે (કોષ્ટક 5.1). આ માહિતી ચિત્ર-આલેખ (A Pictograph) અથવા લંબાલેખ (A Bargraph) દ્વારા પણ દર્શાવી શકાય. કોઈ વખત આપણે ખૂબ જ મોટા જથ્થામાં માહિતીનો ઉપયોગ કરવો પડે છે. ઉદાહરણ તરીકે, ધોરણ VIII ના 60 વિદ્યાર્થીઓએ ગણિત વિષયના 50 ગુણમાંથી મેળવેલ ગુણ નીચે મુજબ છે :

21, 10, 30, 22, 33, 5, 37, 12, 25, 42, 15, 39, 26, 32, 18, 27, 28, 19, 29, 35, 31, 24, 36, 18, 20, 38, 22, 44, 16, 24, 10, 27, 39, 28, 49, 29, 32, 23, 31, 21, 34, 22, 23, 36, 24, 36, 33, 47, 48, 50, 39, 20, 7, 16, 36, 45, 47, 30, 22, 17.

જો ઉપરોક્ત અવલોકનોનો ઉપયોગ કરીને આવૃત્તિ વિતરણ કોષ્ટક તૈયાર કરવામાં આવે તો, કોષ્ટક ખૂબ જ મોટું બનશે. આપણી અનુકૂળતા માટે 0-10, 10-20, 20-30, 30-40, 40-50 અને

50-60 એમ વર્ગ બનાવીશું અને તેમાં જે તે અવલોકનોનો સમાવેશ કરીશું. આ રીતે, નીચે મુજબ આવૃત્તિ વિતરણ કોષ્ટક તૈયાર થશે :

કોષ્ટક 5.2

વર્ગ	આવૃત્તિ ચિહ્ન	આવૃત્તિ
0-10	||	02
10-20	𝍸 𝍸	10
20-30	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 |	21
30-40	𝍸 𝍸 𝍸 ||||	19
40-50	𝍸 ||	07
50-60	|	01
	કુલ	**60**

ઉપરોક્ત રીતે રજુ કરેલ **'માહિતી'**ને વર્ગીકૃત માહિતી કહે છે અને વર્ગીકરણને **વર્ગીકૃત આવૃત્તિ વિતરણ** કહે છે. જેની મદદથી આપણે અર્થપૂર્ણ તારણ કાઢી શકીએ છીએ. જેમ કે,

(1) મોટા ભાગના વિદ્યાર્થીઓએ મેળવેલ ગુણ 20 અને 40 વચ્ચે છે.

(2) આઠ વિદ્યાર્થીઓએ 40 થી વધુ (50માંથી) ગુણ મેળવ્યા છે.

દરેક વર્ગ 0-10, 10-20, 20-30, ... વગેરેને વર્ગ અંતરાલ અથવા વર્ગ કહે છે.

અહીં આપણે નોંધીએ કે 10 એ 0-10 અને 10-20 બંને વર્ગમાં સમાવિષ્ટ છે. આ જ રીતે, 20 એ 10-20 અને 20-30 એમ બંને વર્ગમાં સમાવિષ્ટ છે, પરંતુ આ અવલોકન (10 કે 20, ...) એ એકસાથે બંને વર્ગમાં સમાવિષ્ટ થાય એ શક્ય નથી. આ વિસંગતતા ટાળવા આપણે એવું સ્વીકારીશું કે જે-તે અવલોકન ઉચ્ચ વર્ગમાં સમાવિષ્ટ રહે. અર્થાત્, 10 નો 0-10 માં નહીં પરંતુ 10-20 વાળા વર્ગમાં સમાવેશ કરવો. આ જ રીતે 20 ને 20-30 માં સમાવિષ્ટ કરીશું (10-20 માં નહીં).

અહીં વર્ગ 10-20 માં 10 ને અધઃસીમા અને 20 ને ઉર્ધ્વસીમા કહે છે. આ જ રીતે, 20-30 ના વર્ગમાં 20 ને અધઃસીમા અને 30 ને ઉર્ધ્વસીમા કહે છે. અહીં, આપણે એ પણ નોંધીએ કે દરેક વર્ગ અંતરાલમાં ઉર્ધ્વ સીમા અને અધઃ સીમા વચ્ચેનો તફાવત એ એકસમાન રહે છે. આપણા કિસ્સામાં અહીં 0-10, 10-20, 20-30 ...નો તફાવત 10 છે. ઉર્ધ્વસીમા અને અધઃસીમાના તફાવતને વર્ગની વર્ગલંબાઈ અથવા કદ કહે છે.

પ્રયત્ન કરો

1. નીચે આપેલ આવૃત્તિ વિતરણ કોષ્ટકનો અભ્યાસ કરો અને નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો.
એક કારખાનાનાં 550 કામદારોનું દૈનિક વેતન દર્શાવતું આવૃત્તિ વિતરણ કોષ્ટક નીચે મુજબ છે :

કોષ્ટક 5.3

વર્ગ અંતરાલ (દૈનિક આવક રૂપિયામાં)	આવૃત્તિ (કામદારની સંખ્યા)
100-125	45
125-150	25

150-175	55
175-200	125
200-225	140
225-250	55
250-275	35
275-300	50
300-325	20
કુલ	**550**

(i) અહીં વર્ગ લંબાઈ કેટલી છે ?
(ii) કયા વર્ગની આવૃત્તિ સૌથી વધુ છે ?
(iii) કયા વર્ગની આવૃત્તિ સૌથી ઓછી છે ?
(iv) વર્ગ અંતરાલ 250-275ની ઉર્ધ્વસીમા શું છે ?
(v) કયા બે વર્ગમાં સમાન આવૃત્તિ છે ?

2. એક વર્ગના 20 વિદ્યાર્થીઓના વજન (કિગ્રામાં) દર્શાવતી નીચેની માહિતી માટે એવું આવૃત્તિ વિતરણ-કોષ્ટક તૈયાર કરો જેના વર્ગો 30-35, 35-40 અને એ રીતે આગળ .. હોય ?
40, 38, 33, 48, 60, 53, 31, 46, 34, 36, 49, 41, 55, 49, 65, 42, 44, 47, 38, 39.

5.3.1 લંબ આલેખની ખાસ રજૂઆત (સ્તંભ આલેખ)

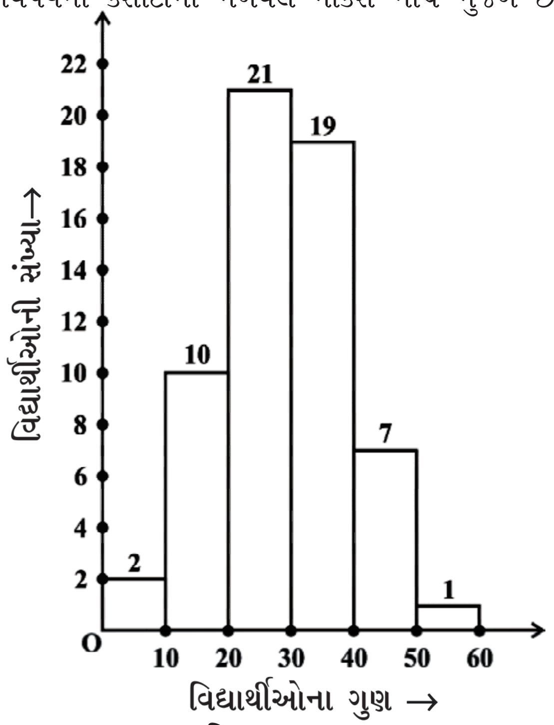
આપણે વર્ગીકૃત આવૃત્તિ વિતરણનો જુદી રીતે અભ્યાસ કરીએ.

ધારો કે, એક વર્ગના 60 વિદ્યાર્થીઓએ ગણિત વિષયની કસોટીમાં મેળવેલ માર્કસ નીચે મુજબ છે (કોષ્ટક 5.4).

કોષ્ટક 5.4

વર્ગ અંતરાલ	આવૃત્તિ
0-10	2
10-20	10
20-30	21
30-40	19
40-50	7
50-60	1
કુલ	**60**

તેની આલેખાત્મક રજૂઆત તેની બાજુમાં દર્શાવેલ છે (આકૃતિ 5.1).



આકૃતિ 5.1

ધોરણ 7 માં શીખેલ લંબાલેખ કરતાં આ આલેખ કઈ રીતે જુદો પડે છે ? અહીં આપણે નોંધીએ કે, અવલોકનોનો સમૂહ (એટલે કે વર્ગઅંતરાલ) સમક્ષિતિજ રેખા / X- અક્ષ પર દર્શાવેલ છે.