جیومیٹری کی بنیادی جانکاری

3.1 ہم لوگ جو کچھ جانتے ہیں:

ہم لوگ پہلے درجوں میں مختلف قسم کے ہموار یا دوابعادی نقشوں کے ساتھ واقفیت حاصل کر چکے ہیں۔ مستطیل اور مربع کی طرح ہموار نقشوں (تصویر) کے نقطۂ راس، ضلع، زاویہ وغیرہ کو پہچانتے ہیں۔ کئی طرح کے سہ ابعادی شکلیں مثلاً کعب (cube) مستطیل نما مکعب سے واقفیت رکھتے ہیں۔

دائرے جیسے خط منحنی سے بنے ہوئے نقشے اور اس کے مرکز، (centre) نصف قطر (radius) اور قطر (diameter) کی جانکاری بھی رکھتے ہیں۔

مختلف ناپ (پیمائش) والے زاویوں کی درجہ بندی اور مثلثوں کی درجہ بندی کے متعلق جانتے ہو۔ آیئے ان سب کی یاد تازہ کریں۔

مشق 3.1

1۔ ایک مثلث بنا کر اس کا نام لکھیے اس کے راسوں، زاویوں اور ضلعوں کے نام لکھیے۔

2۔ ایک دائرہ بنا کر مرکز اور ایک نصف قطر کی نشان دہی کیجیے۔

3۔ ذیل کے ناپ والے زاویوں میں سے زاویہ حادہ (acute angle)، زاویہ قائمہ (right angle)، اور زاویہ منفرجہ (obtuse angle) کو الگ الگ لکھیے۔

$20^0, 95^0, 115^0, 89^0, 45^0, 90^0, 175^0, 30^0$

> کیا آپ جانتے ہیں؟
>
> جیومیٹری علم ریاضی کی ایک اہم شاخ ہے۔ جیومیٹری ''جیو'' اور ''میٹری'' دو لفظوں کو مل کے بنا ہے۔ ''جیو'' کے معنی ہیں زمین اور میٹری کے معنی ہیں ماپ یا ناپ۔ اسی سے اندازہ ہوتا ہے کہ زمین کی ناپ سے متعلق بحثوں ہی سے جیومیٹری وجود میں آئی ہے۔

3.2۔ جیومیٹری کے چند بنیادی تصورات:

آج کی دنیا میں کیے گیے مختلف تعمیری کاموں مثلاً ندی کے باندھوں، کارخانوں اور اونچے مکانوں کی تعمیروں نیز زمینوں کی ناپ کے ساتھ دیگر سہ البعادی اشیاء کی ناپ بھی جیومیٹری سے وابستہ ہے ان سب کو دھیان رکھ کر جیومیٹری کے دائرہ عمل کو وسیع سے وسیع تر کیا گیا ہے۔

روزمرہ کی زندگی میں ہم لوگ جو مکان، لباس اور دیگر سامان استعمال کرتے ہیں ان کو بنانے میں جیومیٹری کا علم میں ہمیں بڑی مدد کرتا ہے۔ لہذا بچوں کو جیومیٹری کے نظریات سے واقف کرانے کے لیے ٹھوس اور بڑی چیزوں سے شروع کر کے نازک اور لطیف تصورات تک پہنچنے کی کوشش کی گئی ہے۔

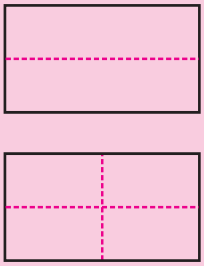
3.2.1۔نقطہ:

قلم یا پنسیل کی نوک کی مدد سے کاغذ پر ایک داغ (.) دے دیا جایے تو اسے ہم ایک نقطہ کہتے ہیں۔میدان میں گول پوسٹ لگانے کے لیے کھیل کے استاد جو نشان لگاتے ہیں۔اسے ایک نقطہ کہیں گے یا نہیں سوچیے تو؟ باغ میں پودہ کہاں لگایا جایے گا اس جگہ جو نشان لگایا جاتا ہے، اسے نقطہ کہا جایے گا کہ نہیں؟ ذرا غور کیجیے۔

کھڑی سے استاد کالے تختے پر جو داغ دے کر اسے نقطہ بتاتے ہیں آپ انہیں کاپی پر اس شکل کا نقطہ بنا کر دکھانے سے استاد اسے ناپسند کرتے ہیں کیوں؟ (پوچھ کر سمجھیں)

جیومیٹری کے نظریات پر بحث کرنے کے لیے نقطے کی شکل بڑی ہے، یہ جاننے کی ضرورت نہیں۔نقطے کے بارے میں آپ جو کچھ جانتے ہیں اسے جیومیٹری میں کس طرح استعمال کیا جاسکتا ہے اسے آپ بعد میں پڑھیے گا۔

خود کر کے دیکھیے:



☆ ایک کاغذ کو لے کر دکھائے گیے نقشے کی طرح لمبائی کی جانب سے موڑیے۔

☆ اس کو پھر سے چوڑائی کی جانب سے موڑیے۔

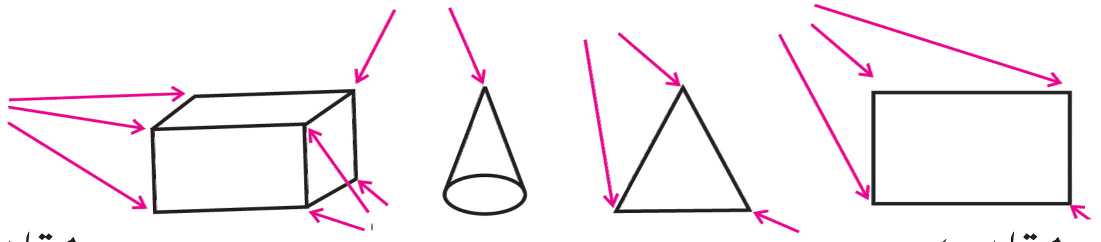
☆ موڑے ہویے کاغذ کے دونوں نشان جس جگہ ایک دوسرے کو کاٹتے ہیں، وہ جگہ ایک نقطے کو ظاہر کرتا ہے۔

ہر مڑا ہوا نشان ایک خط کی شکل اختیار کرتا ہے۔

☆ لہذا ہم لوگوں کو یہ معلوم ہوا کہ مقامِ قطع (یعنی ایک دوسرے کو کاٹنے کا مقام) ایک نقطہ ہوتا ہے۔

ہم لوگ کہاں کہاں نقطہ دیکھتے ہیں؟

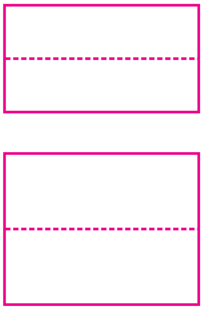
نقطہ



ایک مستطیل نما مکعب کا راس ایک نقطہ ہوتا ہے۔ایک مخروط کے راس ایک نقطہ ہوتا ہے ایک مثلث یا مستطیل کا راس بھی ایک نقطہ ہوتا ہے۔

آپ اپنے چاروں طرف کہاں کہاں نقطے دیکھتے ہیں لکھیے۔

3.2.2۔ خط مستقیم:



بغل کی تصویر(i)3.1 میں ایک چھوٹے کاغذ کو موڑنے پر اس میں ایک نشان نظر آتا ہے۔اسی طرح تصویر(ii)3.1 میں ایک بڑے کاغذ کو درمیان سے موڑنے پر اس میں نسبتاً ایک بڑا نشان نظر آتا ہے۔اس سے معلوم ہوتا ہے کہ جو کاغذ جتنا بڑا ہوتا ہے اسے موڑنے پر اس کا نشان اتنا ہی بڑا ہوگا۔

فرض کیا جایے کہ اس طرح کا ایک کاغذ ہے۔جس کی لمبائی اتنی زیادہ ہے کہ اسے ناپا نہیں جاسکتا۔اس کاغذ کو موڑنے سے نشان پیدا ہوگا اس کی آخری سرحد کہاں ہے، یہ بتایا نہیں جاسکتا۔اسی طرح کا ایک موڑا ہوا نشان ذیل کی تصویر کی طرح دکھایا جاسکتا ہے۔

تصویر3.2

یہاں تیر کا نشان تصویر کے لامحدود پھیلاؤ کو ظاہر کرتا ہے۔تصویر 3.2 میں دیے گیے نقشے کو ہم لوگ ایک خط مستقیم کی حیثیت سے مانتے ہیں۔

3.2.3 خط مستقیم اور نقطہ کے درمیان تعلق:

تصو 3.3

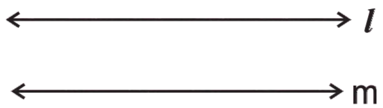
تصو 3.4

ہم لوگ یہ تسلیم کرتے ہیں کہ مجموعہ سے ایک خط مستقیم بنتا ہے۔دو نقطوں کو استعمال کرکے ہم ایک خط مستقیم کا نام رکھ سکتے ہیں۔نقشے 3.3 کے خط مستقیم کے اوپر دو نقطے A اور B لیے گیے ہیں۔یہاں اس خط مستقیم کو AB خط مستقیم کے نام سے موسوم کیا جاتا ہے۔خط مستقیم $\overleftrightarrow{AB}$ کو AB کے ذریعہ ظاہر کیا جاتا ہے۔

تصویر 3.4 میں ایک خط مستقیم A،B،C نامی تین نقطے لیے گیے ہیں ۔ یہاں اس خط مستقیم کو AB خط مستقیم یا $\overleftrightarrow{AB}$،AC خط مستقیم یا $\overleftrightarrow{AC}$ یا پھر BC خط مستقیم $\overleftrightarrow{BC}$ نام سے موسوم کیا جاسکتا ہے۔

خط مستقیم دونوں طرف لامحدود طور پر پھیلا ہوا ہے۔اسے ظاہر کرنے کے لیے دونوں جانب تیر کا نشان دیا جاتا ہے ۔بعض اوقات انگریزی کے کسی چھوٹے حرف (small letter) کے ذریعہ بھی خط مستقیم کی نشاندہی کی کاتی ہے۔

جیسے نقشے 3.5 میں دکھایا گیا ہے۔ دونوں خطوں میں سے ایک کو l اور دوسرے کو m سے موسوم کیا گیا ہے۔

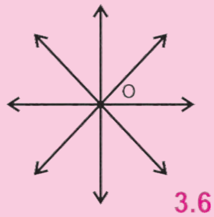


3.5

کیا آپ جانتے ہیں؟

''خط مستقیم کو ہم ''خط'' بھی کہتے ہیں۔ مستقیم یا سیدھا نہ ہونے والے خط کو خط منحنی کہا جاتا ہے۔ خط منحنی کے چند نمونے ذیل میں دکھایے گیے ہیں۔

خود کر کے دیکھیے :



3.6

☆ آپ اپنی کاپی کے ورق پر ایک نقطے کا نشان بنا کر اس کا نام O دیں۔
☆ O نقطے سے ایک خط مستقیم کھینچا جایے۔
☆ O نقطے سے ایک اور خط مستقیم بنا سکتے ہیں کیا؟
☆ اگر بنا سکتے ہیں تو O نقطہ سے ایک اور خط مستقیم بنایئے۔
☆ O نقطے سے دو خط مستقیم بنانے کے بعد اسی نقطہ سے اگر اور خط مستقیم بنایے جا سکتے ہیں، تو بنائیں نقشہ 3.6 کی طرح ایک نقشہ آپ کو ملا ہوگا۔
☆ اب کہیے، ایک نقطے میں سے کتنے خط مستقیم بنایے جا سکتے ہیں؟

اس عمل سے ہم لوگوں نے کیا سیکھا؟

☆ ایک نقطہ میں سے لاتعداد خط مستقیم کھینچے جا سکتے ہیں۔
☆ ایک نقطہ میں سے تین یا اس سے زیادہ خط مستقیم کھینچے جایے تو ان سب کو ہم ہم نقطہ خط کہا جاتا ہے۔

خود کر کے دیکھیے :

☆ آپ اپنی کاپی پر A اور B نامی دو مختلف نقطوں کا نشان لگائیں۔ نقطہ A سے کئی خط بنایئے۔
☆ نقطہ A سے کھینچے گیے مختلف خط مستقیم میں سے کوئی خط کیا آپ B سے گزار سکے؟
☆ دو الگ نقطوں میں سے ہوتے ہویے کتنے خط مسیقیم بنایے جا سکتے ہیں؟

ہم لوگوں نے جانا کہ کسی ہموار سطح کے دو مختلف نقطوں میں سے گزار کر صرف ایک خط مستقیم بنایا جا سکتا ہے۔ اسی وجہ سے ایک خط مستقیم کو اس پر واقع مختلف نقطوں کے ذریعہ نامزد کیا جاتا ہے

آپ کی کاپی کا ہر صفحہ ایک ہموار سطح ہے۔، مکان کی دیوار، میز کا اوپری حصہ وغیرہ ہموار سطح کا نمونہ ہے۔ زمین گول ہونے کے باوجود اس کی ایک وسیع سطح کا چھوٹا سا حصہ ہم لوگوں کی نظر میں پڑتا ہے۔ اسی وجہ سے یہ سطح ہم کو ہموار نظر آتی ہے۔ لہذا آپ کے کھیل کا میدان آپ کو ہموار سطح کے طرح دکھائی دیتا ہے۔ آیئے ذیل میں دیے گیے کام انجام دیں۔

☆ آپ اپنی کاپی کے ایک صفحے پر کئی نقطوں کا نشان لگائیں۔ ضرور مختلف نقطوں کے نشان لگا چکے ہوں گے

☆ آپ کے قریب بیٹھے ہوے ساتھی کی کاپی سے موازنہ کر کے کہیے کس کی کاپی میں زیادہ نقطوں کا نشان دیا گیا ہے؟

☆ انیسہ اپنی کاپی اور راشدہ کی کاپی کو دیکھ کر کہا

ہم لوگوں نے اپنی اپنی کاپیوں میں اتنے سارے نقطوں کے نشان لگا دیے ہیں کہ ان کو گنتی کرنا ناممکن ہے۔

انیسہ بولی: راشدہ تم اپنی کاپی میں اور زیادہ نقطوں کا نشان لگا سکتی ہو کیا؟

راشدہ بولی: اور بھی تو بہت سارے نقطے لگایے جا سکتے ہیں۔ پورا پیڈ ختم ہو جانے سے بھی اور بھی نقطے لگانے کے لیے جگہیں باقی رہیں گے۔

اس سے ہم لوگوں کو معلوم ہوا کہ ایک ہموار سطح پر بے شمار (لا متناہی) نقطے ہوتے ہیں۔

خود کر کے دیکھیے :

☆ آپ اپنی کاپی کے ایک صفحے پر اسکیل استعمال کر کے کئی خط مستقیم بنایئے۔

☆ یکے بعد دیگرے جتنا ہو سکے مختلف خط مستقیم بنایئے۔

☆ آپ اور آپ کے دوست نے برابر تعداد کے خط مستقیم بنایے ہیں کیا؟

☆ آپ کی جماعت کے سبھی طالب علموں نے برابر تعداد میں خط مستقیم بنایے ہیں کیا؟

☆ اور بھی زیادہ خط مستقیم کھینچنا ممکن ہے کیا؟

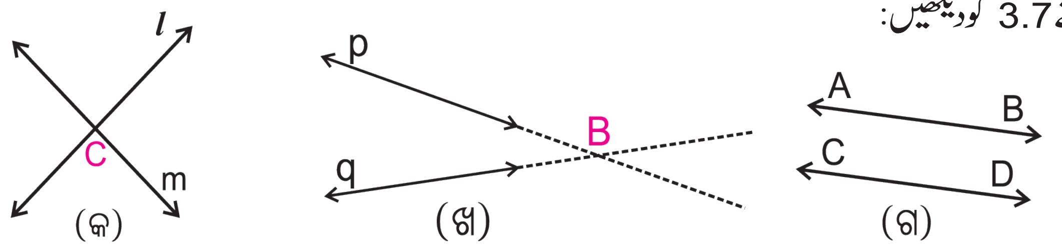
☆ اس سے ہم لوگوں نے کیا معلوم کیا؟

ایک ہموار سطح پر بے شمار (لا متناہی) خط مستقیم رہتے ہیں۔

3.3: ایک ہموار سطح کے اوپر دو خط مستقیم :

ہم لوگوں نے اوپر کی بحث سے جانا کہ ایک ہموار سطح پر بے شمار خط مستقیم ہیں۔ ان میں سے دو خط مستقیم لینے سے جو مختلف صورت حال پیدا ہوتی ہے آیئے اس پر غور کریں:

ذیل کے نقشے 3.7 کو دیکھیں:



نقشہ 3.7 پر غور کیجیے:

3.7

(i) نقشے میں l اور m دو خط مستقیم ایک دوسرے کو c نقطے پر قطع کرتے ہیں (یعنی کاٹتے ہیں) c نقطہ l اور m دونوں خط مستقیم پر واقع ہے۔ اس لیے c کو l اور m دونوں خط کا عام نقطہ یا نقطہ قطع کہا جاتا ہے۔

(ii) نقشے میں p اور q دونوں خط کے درمیان ایک عام نقطہ ہے اور وہ عام نقطہ ہے b اس طرح دو خطوں کو باہمی طور پر قطع کرنے والے خط کہتے ہیں۔

(iii) مندرجہ بالا نقشے میں دکھایے گیے دو خط مستقیم $\overleftrightarrow{AB}$ اور $\overleftrightarrow{CD}$ دونوں سمت بڑھانے پر ایک دوسرے کو قطع نہیں کرتے اس طرح دو خط مستقیم (جن کا کوئی عام نقطہ یا قطع نہیں ہے) کو متوازی (parallel) خط مستقیم کہتے ہیں۔

اب ہم لوگوں کو معلوم ہوا:

ایک ہموار سطح پر واقع دو خط مستقیم ایک دوسرے کو یا تو ایک نقطہ پر قطع کرتے ہیں (یعنی ایک عام نقطہ ہوتا ہے) یا دونوں خط ایک دوسرے کو بالکل قطع نہیں کرتے۔ ایسی صورت میں دونوں خط مستقیم کو متوازی کہا جاتا ہے۔

اپنے اردگرد کی کون کون سی چیزوں میں آپ متوازی خط مستقیم دیکھتے ہیں لکھیے۔

3.4۔ یک خطی نقطے:

3.8

اس سے قبل ہم جانتے ہیں کہ کسی ہموار سطح پر واقع دو نقطوں کے درمیان سے صرف ایک خط مستقیم گزرتا ہے۔ اور وہ خط مستقیم مکمل طور پر اس سطح پر رہتا ہے۔

فی الحال ہم اس کاغذ کی سطح پر موجود A، B اور C تین نقطوں سے متعلق غور کریں گے۔ A اور B دونوں نقطوں کو لے کر ضرور ایک خط کھینچ سکتے ہیں۔ اور اس خط کا نام l ہو۔

نقشہ (i)3.8 میں ہم نقطہ C کو خط l کے اوپر ہوتا ہوا دیکھتے ہیں۔ تصویر(ii)3.8 میں نقطہ C خط l کے اوپر واقع نہیں ہے۔

(i) نقشے میں موجود B،A اور C نقطے ایک ہی خط مستقیم پر واقع ہیں۔ اس لیے انہیں یک خطی نقطے کہا جاتا ہے۔

(ii) نقشے میں موجود B،A اور C نقطہ ایک خط کے اوپر واقع نہیں ہیں۔ اس لیے انہیں غیر خطی نقطے کہتے ہیں۔

ہم لوگوں کو معلوم ہوا:

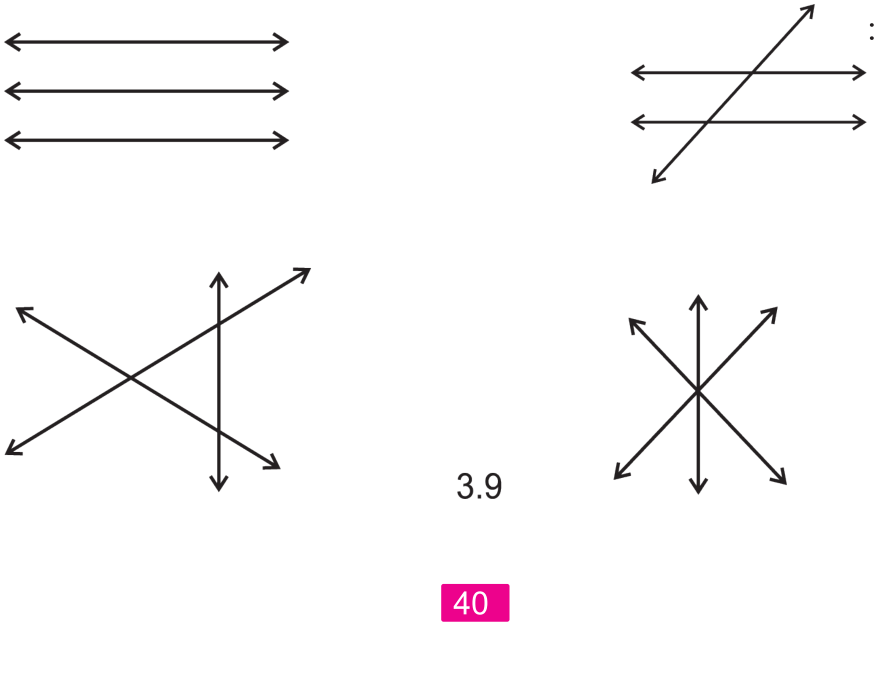
ایک ہموار سطح کے اوپر موجود تین یا زیادہ نقطے ایک خط پر واقع ہونے سے انہیں یک خطی نقطے کہا جاتا ہے۔ جو نقطے یک خطی نہیں ہیں انہیں غیر خطی نقطے کہا جاتا ہے۔

ایک ٹکڑا کاغذ کے اوپر دیے گئے تین (یا زیادہ) نقطے یک خطی یا غیر خطی ہیں۔ اسے ہم کس طرح جانیں گے؟

نقطوں کے درمیان کسی دو نقطوں کو اسکیل کی مدد سے جوڑ کر ایک خط کھینچیں۔ اگر باقی سبھی نقطے اس خط کے اوپر موجود نظر آئیں تو ان سب نقطوں کو یک خطی کہیں گے۔ کوئی ایک نقطہ اگر اس خط کے باہر رہ جایے تو یہ تمام نقطے غیر خطی ہوں گے۔ آسمان میں چاند نہ ہو تو آپ نے سپترشی منڈل دیکھے ہوں گے۔ ان ساتوں ستاروں میں سے کرتو اور پولہہ کو جوڑنے والا خط قطب ستارے سے ہو کر گزرتا ہے۔ اس لیے کرتو، پولہ اور قطب ستارا تینوں یک خطی ہیں۔

3.5 ایک سطح پر تین یا تین سے زیادہ خط مستقیم:

نقشہ 3.9 پر غور کیجیے:



3.9

اس سے قبل ہم جان چکے ہیں کہ ایک ہموار سطح پر دو خط مستقیم ہونے سے یا تو ایک دوسرے کو قطع کرتا ہوگا یا ایک دوسرے کے متوازی ہوگا۔ نقشہ (i)3.9 میں موجود تینوں خط ایک دوسرے کے متوازی ہیں۔

یاد رکھیں:

دو خط مستقیم ایک دوسرے کو زیادہ سے زیادہ ایک نقطہ پر قطع کرتی ہے۔ ایک دوسرے کو ایک نقطہ پر قطع کرنے والے دونوں خط مستقیم کو متقاطع خط مستقیم کہا جاتا ہے۔

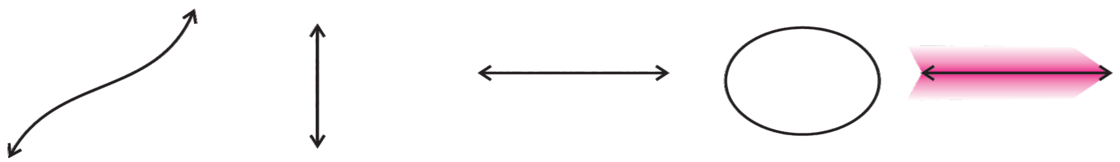
مشق 3.2

1۔ کاپی پر تین نقطوں کی نشان دہی کرتے ہوئے ان کے نام دیجیے۔

2۔ دو خط مستقیم بنا کر ان کے نام دیجیے۔

3۔ آس پاس دکھائی دینے والی چیزوں میں سے تین خط مستقیم، تین خطی منحنی اور تین ہموار سطحوں کی مثالیں دیجیے۔

4۔ ذیل کے نقشے میں دیے گیے خطوں کے درمیان کون سا خط مستقیم اور کون سا خط منحنی ہے پہچان کرائیے۔



غور کیجیے: نقشہ (v) میں دیا گیا خط کتاب کے صفحے کو دو حصوں میں تقسیم کرتا ہے۔ دو حصوں کو a اور b کے ذریعہ پہچان کرایا گیا ہے۔ ہر حصے کو خط کی ایک ایک جانب (side) کہا جاتا ہے۔

5۔ آپ اپنی کاپی میں ایک نقطہ لے کر اس سے سات خط مستقیم بنائیے آپ اس نقطہ سے اور کتنے خط مستقیم بنا سکیں گے؟

6۔ آپ اپنی کاپی میں A اور B نامی دو نقطے لیجیے۔ دونوں نقطوں پر مشتمل ایک خط مستقیم بنائیے اس طرح آپ کتنے خط مستقیم بنا سکیں گے؟

7۔ (i) دو ایسے خط مستقیم بنائیے جن کا ایک مشترکہ نقطہ ہو۔ ان دونوں خط مستقیم کی نامزدگی کیجیے۔ مشترکہ نقطے کا نام دیجیے۔

(ii) آپ اپنی کاپی کے صفحے پر جو کوئی سات نقطے لیجیے۔ ان کے نام دیجیے۔ وہ سب یک خطی نقطہ ہوتے ہیں کیا؟

8۔ ایک ہموار سطح پر موجود تین خط مستقیم ایک دوسرے کو کم سے کم کتنے نقطے پر قطع کریں گے؟ زیادہ سے زیادہ کتنے نقطوں پر قطع کریں گے؟

9۔ اسکیل استعمال کرکے دو خط مستقیم بنائیے تاکہ دونوں خط مستقیم ایک دوسرے کے متوازی ہوں گے۔

10۔ ذیل کے جملوں کے درمیان جو صحیح ہوں ان کو چن کر لکھیں۔

(i) خط کہنے سے ہم لوگ صرف ''خط مستقیم'' سمجھتے ہیں۔

(ii) ایک نقطہ سے بے شمار خط مستقیم کھینچے جا سکتے ہیں۔

(iii) ایک ہموار سطح پر واقع دو نقطوں کو جوڑ کر بے شمار خط مستقیم کھینچے جا سکتے ہیں۔

(iv) ایک ہموار سطح پر واقع کسی نقطہ سے صرف ایک خط مستقیم بنایا جا سکتا ہے۔

(v) ایک ہموار سطح کے اوپر موجود دو نقطوں کو جوڑ کر صرف ایک خط مستقیم بنانا ممکن ہے۔

(vi) کسی ہموار سطح پر واقع دو غیر متوازی خط مستقیم ایک دوسرے کو صرف ایک نقطہ پر قطع کرتے ہیں۔

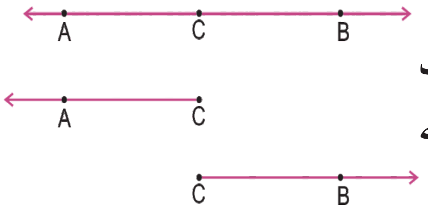
(vii) دو متوازی خط مستقیم کا کوئی نقطہ تقاطع نہیں ہوتا۔

3.6۔ شعاع (ray) اور قطعۂ خط (Line Segment)

آپ خط مستقیم سے متعلق مختلف طرح کی باتیں جان چکے ہیں۔ فی الحال ایک خط مستقیم کے مختلف حصوں کو لے کر بنی تصویروں کے متعلق جانیں گے۔

3.6.1: شعاع (Ray)

ذیل کے نقشے (i)3.10 میں $\overleftrightarrow{AB}$ خط کے اوپر نقطہ C دکھلایا گیا ہے۔ جو نقطہ A اور B کے درمیان ہے۔



نقشے (ii) میں C نقطہ سے A کی جانب بڑھتے ہوئے $\overleftrightarrow{AB}$ کے حصہ کو ایک الگ انداز سے دکھایا گیا ہے۔ اسی طرح تصویر (iii) میں C نقطہ سے B کے جانب بڑھتے ہوئے $\overleftrightarrow{AB}$ کے حصہ کو دکھلایا گیا ہے۔

تصویر (ii) اور تصویر (iii) میں دکھایے گیے $\overleftrightarrow{AB}$ کے دونوں حصوں کو ایک ایک شعاع کہا جاتا ہے۔ تصویر (ii) میں دکھائی گئی شعاع کو CA شعاع اور تصویر (iii) میں دکھائی گئی شعاع کو CB شعاع کے نام سے موسوم کیا جاتا ہے

CA شعاع علامتی طور پر $\overrightarrow{CA}$ کی شکل میں اور CB شعاع کو علامتی طور پر $\overrightarrow{CB}$ کی شکل میں لکھا جاتا ہے۔

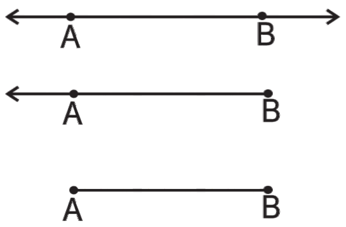
$\overrightarrow{CA}$ کو C نقطے کو آغاز کا نقطہ (شروعاتی نقطہ یا نقطۂ راس) کہا جاتا ہے۔

شعاع اپنے نقطۂ آغاز سے شروع ہو کر کسی ایک سمت میں لامتناہی طور پر پھیلتی جاتی ہے۔ $\overrightarrow{CA}$ اور $\overrightarrow{CB}$ پر غور کریں ان دونوں کو ایک دوسرے کی مخالف شعاع کہا جاتا ہے۔

مخالف شعاعوں $\overrightarrow{CA}$ اور $\overrightarrow{CB}$ کے اجماع سے $\overleftrightarrow{AB}$ کی تشکیل ہوتی ہے۔

> کیا آپ جانتے ہیں؟
>
> دو مخالف شعاع ملنے سے ایک خط مستقیم کی بناوٹ ہوتی ہے۔
>
> $\overrightarrow{CA}$ کو $\overrightarrow{AC}$ اور $\overleftarrow{AC}$ شکل میں نہیں لکھا جاتا ہے۔

3.6.2۔قطعۂ خط:



3.11

نقشے (i)3.11 میں آپ $\overleftrightarrow{AB}$ کا نقشہ دیکھتے ہیں ۔ اگر نقطہ B کے دائیں طرف رہنے والے $\overleftrightarrow{AB}$ کے حصہ کو مٹا دیا جایے تو ہم لوگ $\overleftrightarrow{AB}$ کے باقی حصہ کو جس شکل میں دیکھیں گے اسے نقشہ (ii) میں دکھایا گیا ہے۔ آپ جانتے ہیں کہ یہ BA شعاع ہوتا ہے۔

فی الحال BA شعاع سے A نقطہ کے بائیں طرف کے حصے کو مٹا دیا جایے تو $\overrightarrow{BA}$ کا جو حصہ باقی رہتا ہے اسے تصویر (iii) میں دکھایا گیا ہے۔ تصویر (iii) میں $\overleftrightarrow{AB}$ کا جو حصہ دکھتا ہو اس کو ایک قطعۂ خط کہا جاتا ہے۔ اسی قطعۂ خط کو AB قطعہ خط یا AB کی شکل میں لکھا جاتا ہے۔

A اور B نقطوں میں سے ہر ایک کو $\overline{AB}$ کے سرے کا نقطہ کہتے ہیں ۔ آپ نقشے 3.11 میں A اور B سرے کے نقطوں والا $\overline{AB}$ (یا AB قطعہ خط) دیکھتے ہیں۔ اسکیل استعمال کر کے A سے B تک کی دوری کو ناپیے۔ جو ناپ ملتی ہے اسے AB کی لمبائی کہا جاتا ہے۔

لہذا ہم لوگوں نے یہ جانا کہ:

ایک قطعہ خط کی لمبائی اسکے دوسروں کے نقطوں کے درمیان کی دوری ہوتی ہے۔

> کیا آپ جانتے ہیں؟
>
> قطعہ خط $\overline{AB}$ کی لمبائی کو AB کی شکل میں لکھا جاتا ہے۔ یعنی $\overline{AB}$ کی طرح اور خط نہیں دیا جاتا
>
> $\overline{AB}$: قطعۂ خط AB کی پہچان ہے۔
>
> AB: قطعۂ خط AB کی لمبائی کی پہچان ہے۔
>
> اگر 5 سم لمبائی اور AB بنایا جاتا ہے تو اسے ہم اس طرح لکھیں گے۔
>
> $\overline{AB}$ کی لمبائی = 5 سنٹی میٹر یا 5 سم
>
> یعنی AB=5 سنٹی میٹر یا 5 سم

خود کر کے دیکھیے:

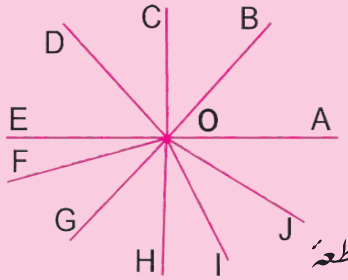
☆ آپ اپنی کاپی کے ایک صفحے پر ایک نقطہ لے کر اسکا نام O رکھیے

☆ O کو ایک سرے کے نقطے کی شکل میں لے کر جتنے قطعۂ خط بنا سکتے ہیں بنائیے۔

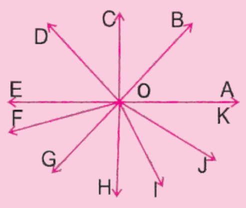
☆ بنائے ہویے قطعۂ خط کی تعداد کو گن کر بتائیے آپ نے کتنے قطعۂ خط بنائے ہیں۔

☆ ہر قطعۂ خط کے دوسرے سرے کا نام دیں A,B,C,D ...J

اب آپ نے مشترکہ سرے O والے 10 عدد قطعہ خط پایے ہیں ۔ (تصویر (i)3.12 کی طرح) O کو چھوڑ کے باقی سرے کے نقطوں میں تیر کے نشانات لگائیے۔



☆ فی الحال اس سے قبل کے نقشے میں دیے گیے قطعہ خط کا نقشہ کا شعاعوں کے نقشے میں تبدیل ہوا اور اسکا نقشہ (3.12(ii کی طرح دکھائی دیتا ہے۔
☆ آپ O کو سرے کے نقطہ کے طور پر لے کر پہلے کی طرح اور زیادہ



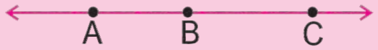
3.12

شعاعیں بنا سکتے ہیں کیا؟

☆ یقینی طور پر اور زیادہ شعاعیں بنائی جاسکتی ہیں۔

ہم لوگوں نے کیا جانا؟ جس طرح ایک نقطہ سے بے شمار خط مستقیم بنانا ممکن ہے۔اسی طرح ایک شروعاتی نقطہ سے بے شمار شعاعیں بنانا ممکن ہے۔

خود کر کے دیکھیں:



تصویر کا نام	AB	BC	AC
پہلا			
دوسرا			
تیسرا			
چوتھا			

☆ کاپی کے ایک صفحے پر ایک خط مستقیم بنائیے۔اس کے اوپر A اور B اور C تین ایسے نقطے لیجیے کہ B نقطہ A اور C کے درمیان ہوگا۔
☆ اب $\overline{AB}$، $\overline{BC}$ اور $\overline{AC}$ کو ناپیے۔
☆ اسی طرح تین اور مختلف قطعہ خط AB، BC اور AC بنا کر ان کی ناپ معلوم کیجیے۔
☆ بغل کے ٹیبل کے طرح ایک ٹیبل بنا کر اس میں حاصل شدہ ناپ کو درج کیجیے۔

آپ اس ٹیبل کو غور کرتے ہیں؟

ایک خط میں تین نقطہ C,B,A کے درمیان B نقطہ A اور C کا ایک درمیانی نقطہ وسطی نقطہ ہونے سے AB+BC=AC ہوگا۔

یاد رکھیں:

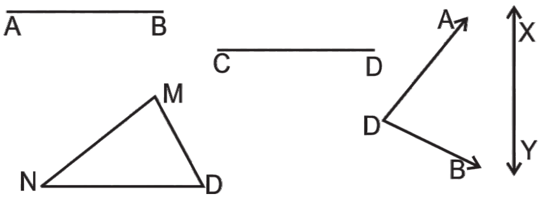
ایک خط مستقیم میں تین نقطہ B,A اور C کے درمیان B نقطہ A اور C کے درمیان ہونے سے ہم لکھتے ہیں

A - B - C

اس طرح لکھنے سے ہم پڑھیں گے B نقطہ A اور C کا درمیانی نقطہ ہے۔

مشق 3.3

1۔ ذیل میں دیے گیے خط مستقیم، قطعہ خط اور شعاعوں وغیرہ کا نام نیچے کے ٹیبل کی طرح ٹیبل بنا کر اس میں پر کیجیے۔



خط مستقیم	قطعہ خط	شعاع

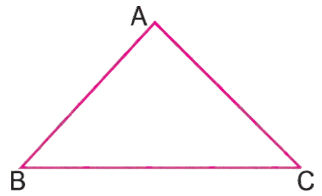
2۔ آپ اپنی کاپی پر تین عدد قطعہ خط AB، CD اور EF بنائیے۔ ہر ایک کی لمبائی صرف اسکیل کی مدد سے اور بعد میں ڈوائڈر (Divider) اور اسکیل کی مدد سے ناپ کر ذیل ٹیبل کی طرح ٹیبل بنا کر اس میں لکھیے۔

قطعہ خط کا نام	صرف اسکیل کی مدد سے حاصل شدہ لمبائی	ڈیواڈر اور اسکیل کی مدد سے حاصل شدہ لمبائی
AB		
CD		
EF		

3۔ (i) متصل (قریب کے) مثلث کا نام کیا ہے؟

(ii) جو تین قطعہ خط کے ذریعہ مثلث بنا ہے ان کے نام لکھیے۔

(iii) اسکیل کی مدد سے ہر قطعہ خط کی لمبائی ناپ کر لکھیے۔



4۔ ذیل کے جملوں کے درمیان صحیح جملے کو چن کر لکھیں۔

(i) ایک خط مستقیم ایک قطعہ خط کا حصہ ہوتا ہے۔

(ii) ایک قطعہ خط کے دوسرے ہوتے ہیں۔

(iii) ایک خط مستقیم کے دوسرے ہوتے ہیں

(iv) ایک شعاع کا ایک شروعاتی نقطہ ہوتا ہے۔

(v) ایک سنٹی میٹر=10 ملی میٹر۔

> دیکھ کر کہیے :
> خط مستقیم، شعاع اور قطعہ خط کے درمیان کس
> کا متعین لمبائی ہے اور کیوں؟

5۔ دیے گیے نقشے میں ناپ کے جانچ کیجیے:

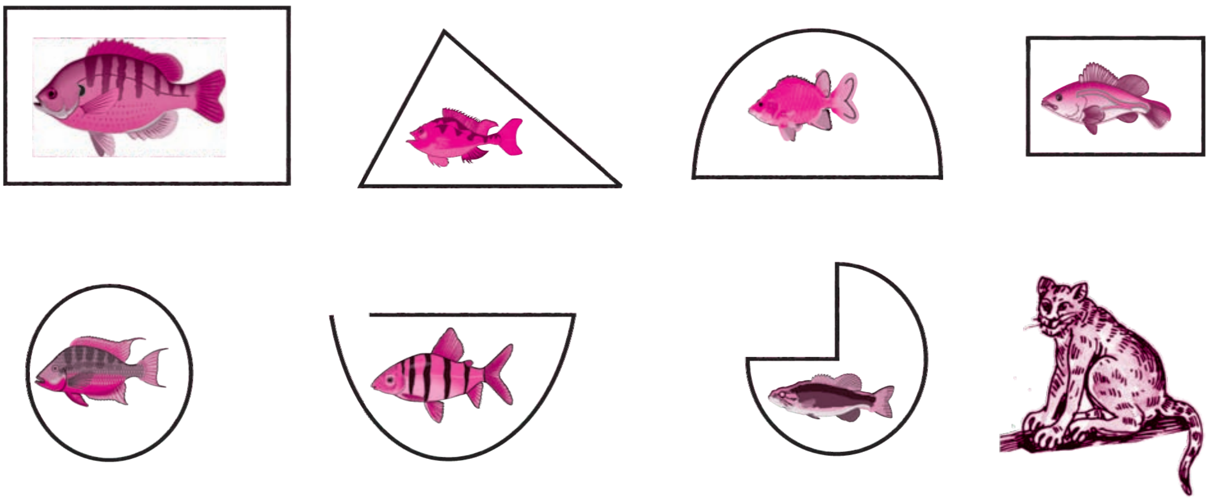
(i) AB+BD=AC+CD

6۔آپ اپنی کاپی میں تین خط مستقیم بنائیے۔ ہر ایک خط مستقیم پر تین نقطوں کے نشان لگائیں۔ بائیں سے دائیں کی ترتیب میں تینوں نقطوں کے نام بالترتیب P،Q اور R دیں۔

کون سے نقطہ دوسرے دو نقطوں کے درمیان ہے بتائیے۔ PQ، QR اور PR ان تینوں کے درمیان کون باقی دونوں کے حاصل جمع کے برابر ہے؟

3.7۔ بند شکل:

ذیل کے تصویر میں صرف سیدھی لکیر یا سیدھی لکیر اور تیڑھی لکیر یا صرف تیڑھی لکیر والے نقشے کے اندر ایک مچھلی کا نقشہ ہے۔ ان نقشوں کے باہر ایک بلی کا نقشہ ہے۔ سیدھی یا ٹیڑھی لکیروں سے مراد تار کی جالیاں ہیں۔ تار کی جالیاں اتنی اونچی ہے کہ بلی کود کر بھی مچھلی کے پاس نہیں پہنچ سکتی۔



اب (i),(ii),(iii),(iv),(v),(vi),(vii) نمبر کے نقشوں کو اچھی طرح دیکھ کر ذیل دو سوالوں کے جواب دیں۔

☆ کتنے نمبر کے نقشے میں تار کی جالی سے گھیرے ہوئے علاقے کے اندر بلی داخل ہو کر مچھلی پکڑ سکتی ہے اور کیوں؟

☆ کتنے نمبر کے نقشے میں تار کی جالی سے گھیرے میں بلی داخل نہیں ہوگی اور کیوں؟

تمہارے بتائیے ہوئے جواب ضرور اس قسم کے ہوں گے؟

تصویر نمبر (iv) اور (vi) میں تار کی جالی کے اندر بلی داخل ہو کر مچھلی پکڑ سکتی ہے۔ کیونکہ اس تار کی جالی کا گھیرا مکمل نہیں ہے۔ اور بلی داخل ہونے کے لیے خالی (راستہ) ہے۔ اسی طرح تصویر نمبر (i),(ii),(iii),(v),(vii) میں تار کی جالی گھیرے میں بلی داخل نہیں ہوسکتی۔ کیونکہ ان تصویروں میں تار کی جالی کا گھیرا مکمل طور پر بند ہے۔ اس لیے اس میں بلی داخل نہیں ہوسکتی ہے۔

اس سے ہم لوگوں نے کیا سیکھا:

اگر کسی ہموار سطح پر کھینچا گیا نقشہ اس سطح کے ایک حصے کو مکمل طور پر گھیرتا ہے اس نقشے کو ایک بند شکل کہتے ہیں۔

3.7.1 خط مستقیم اور خط منحنی پر مبنی احاطہ:

آپ مختلف دیوار نقشہ یا میپ دیکھتے ہو۔ نقشہ دیکھ کر آپ ضرور کہہ سکو گے کہ کون سا شہر کہاں واقع ہے۔

میپ دیکھ کر بتائیے کہ کس ریاست میں پوری شہر واقع ہے۔

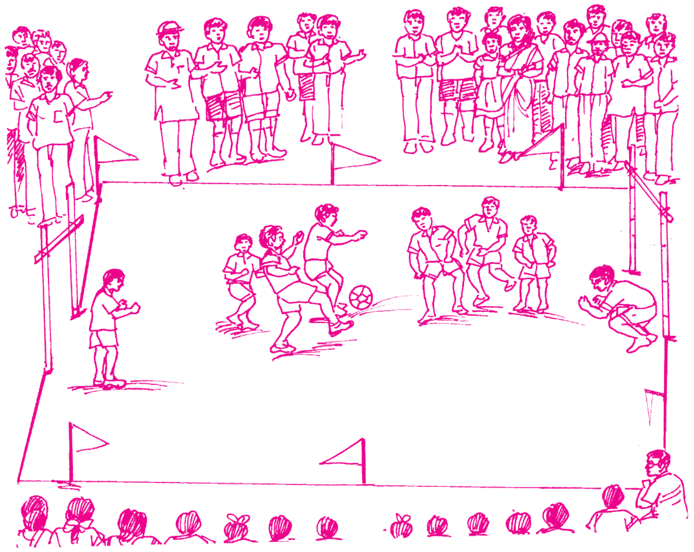
ہندوستان کے نقشہ میں پوری کہاں لکھا ہے، غور کریں۔ آپ دیکھیں گے کہ ریاست اڈیشا میں پوری شہر واقع ہے۔ اڈیشا ایک خط کے ذریعہ گھیرا گیا ہے۔ اسی طرح اندھرا پردیش کو بھی ایک سودرے خط کے ذریعہ گھیرا گیا ہے۔ ہر ریاست کا احاطہ کرنے والے کو اس ریاست کا سرحدی خط کہا جاتا ہے۔ اڈیشا کے سرحدی خط کو دیکھ کر ہم جان سکتے ہیں کہ ریاست اڈیشا اس سرحد کے درمیان پھیلا ہوا ہے۔ اڈیشا کا سرحدی خط اسے قریبی ریاستوں سے الگ کرتا ہے۔

ہندوستان کے نقشہ پر غور کیجیے۔ بتائیے کون کون سی ریاستیں اڈیشا کو لگ کر ہیں۔ اڈیشا کا سرحدی خط اڈیشا کو انہیں ریاستوں سے الگ کرتا ہے۔ تصویر میں اسکول کے سرحدی خط کی پہچان دلائیے۔ غور کیجیے۔ اسکول کا علاقہ ایک سرحدی خط کے ریعہ گھیرا ہوا ہے۔ یہ سرحدی خط چند خط مستقیم پر مشتمل ہے۔

سرحدی خط دو طرح کے ہوتے ہیں۔ خط مستقیم اور خط منحنی۔ نقشے میں دیے گیے اسکول کی سرحد خط مستقم اور اڈیشا کی سرحد خطِ منحنی ہے۔

3.7.2 اندرونی اور بیرونی نقطہ:

کھیل کے میدان کا تصویر دیکھ کر ذیل کے سوالات کے جواب دیں۔



(i) کھیل کے میدان کے اندر کیا ہیں؟

(ii) کھیل کے میدان کے باہر کون ہیں؟

(iii) کھیل کے میدان کی سرحد میں کون لوگ ہیں۔ (مگر کھیل کے میدان کے اندر اور باہر نہیں ہیں؟)

☆ جو لوگ اندر ہیں وہ کھیل کے میدان کے اندرونی حصے میں ہیں۔

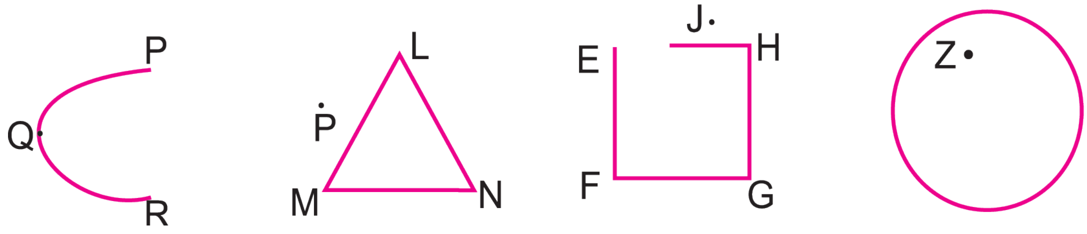
☆ جو لوگ باہر ہیں وہ لوگ کھیل کے میدان کے بیرونی حصے میں ہیں۔

☆ جو لوگ نہ تو اندر ہیں اور نہ ہی باہر ہیں وہ لوگ کھیل کے میدان کی سرحد پر ہیں۔

ہم لوگوں نے کیا سیکھا:

سرحدی خط کے ذریعہ گھیرے ہوئے بند علاقے کا کوئی نقطہ وہ اس علاقے کا اندرونی نقطہ اور سرحدی خط کے اوپر واقع کوئی نقطہ اس سرحد کا اوپری نقطہ کہلاتا ہے۔ اندرونی نقطوں اور سرحدی کے اوپری نقطوں کو چھوڑ کر دوسرے تمام نقطے اس بند علاقے کے بیرونی نقطے کہلاتے ہیں۔

ذیل میں دیے گیے نقشے کو دیکھیے اور سوالوں کے جواب لکھیے۔



☆ تصویر(i)،(ii)،(iii)،(iv) میں دکھائے گئے علاقوں میں کون سے علاقوں کی شکل بند ہے؟

☆ خالی جگہوں کو پر کیجیے:

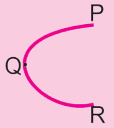
* ....اور..................گھیرا ہوا نقشہ ہے۔
* ....اور..................گھیرا ہوا نقشہ نہیں ہے۔
* ....نقشے کی سرحد خط منحنی ہے۔
* ....نقشے کی سرحد خط مستقیم ہے۔
* ....نقشے میں ایک بیرونی نقطہ ہے اور وہ بیرونی نقطہ............ہے۔
* ....نقشے میں ایک اندرونی نقطہ ہے اور وہ اندرونی نقطہ............ہے۔

☆ ذیل کے سوالات کے جواب دیں:

* نقشے (i) میں ایک بیرونی نقطہ دکھا سکیں گے کیا؟
* کس کس نقشے میں آپ اندرونی نقطہ یا بیرونی نقطے دکھا سکیں گے؟

آپ نے غور کیا ہوگا کہ (ii) اور (iii) میں اندرونی اور بیرونی دونوں طرح کے نقطوں کو دکھایا جا سکتا ہے۔ لیکن تصویر (i) اور (iv) میں اندرونی اور بیرونی نقطوں کو دکھایا نہیں جا سکتا۔ صرف گھیرے ہوئے یعنی بند شکل کے نقشوں میں اندرونی اور بیرونی دونوں طرح کے نقطے ہیں۔

کیا آپ جانتے ہیں؟
میں گھیرا ہوا تصویر نہیں ہوں مجھے کھلی تصویر کہا جاتا ہے۔ میرا اندرونی اور بیرونی نقطہ نہیں ہے۔



مشق 3.4

1۔ (i) خط مستقیم سرحد والا ایک نقشہ اور خط منحنی سرحد والا ایک بند نقشہ بنائیے۔

(ii) بنائے ہوئے ہر نقشے میں دو اندرونی نقطے اور دو بیرونی نقطے دکھائیے خط مستقیم سرحد والے نقشے کے اندرونی دو نقطوں کے نام K اور L دیجیے۔ اور بیرونی دو نقطوں کے نام M اور N دیجیے۔

خط منحنی سرحد والے دو اندرونی نقطوں کے نام P اور Q دیجیے، اور بیرونی دو نقطوں کے نام R اور S دیجیے۔

(iii) بند شکل والے ہر نقشے پر ایک نقطے کی نشاندہی کیجیے۔ خط مستقیم والے نقشے میں اس نقطہ کا نام Y دیجیے اور خط منحنی والے نقشے میں اس نقطے کا نام Z دیجیے۔

2۔ اس طرح کا ایک نقشہ بنائیے جس کا اندرونی یا بیرونی نقطہ دکھانا ممکن نہیں ہے۔

3.8 زاویہ:

3.8.1 زاویہ کا تصویر:

مندرجہ بالا تصویروں پر غور کریں۔

☆ کتاب کے ہر صفحہ کا کنارا ایک قطعہ خط ہے اس کے دونوں کنارے جہاں ملتے ہیں وہاں ایک زاویہ بنا ہے۔

☆ آپ اپنے جیومیٹری بکس کے ڈیوائڈر کو دیکھیے۔ اس کے دونوں پاؤں کے ملنے کی جگہ پر ایک زاویہ ہے۔

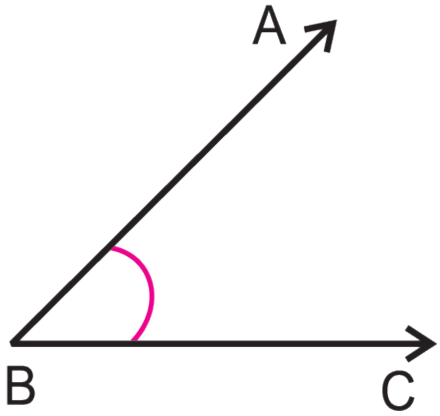
☆ اوپر گھڑی کی تصویر پر غور کیجیے۔ گھڑی کی سوئی اور منٹ کی سوئی کس طرح ہیں؟ دونوں سوئیاں ایک زاویہ کی شکل میں ہیں۔

☆ اسی طرح سیٹ اسکوار کے ہر نقطہ راس کے پاس، بکسے اس کے دو کناروں کے ملنے کی جگہ زاویے بنے ہیں۔

اب کہیے:

(i) آپ اپنے کلاس کے بلیک بورڈ میں کتنے زاویہ دیکھتے ہیں؟

(ii) آپ اپنے کلاس کے فرش پر کتنے زاویے بنتے ہوئے دیکھتے ہیں لکھیے۔



3.8.2 زاویہ کا نقطہ راس ضلع اور نامزدگی۔

(i) نقشے میں شعاوں کے نام کیا ہیں؟

(ii) شعاعوں کا نقطہ آغاز کون سا نقطہ ہے؟

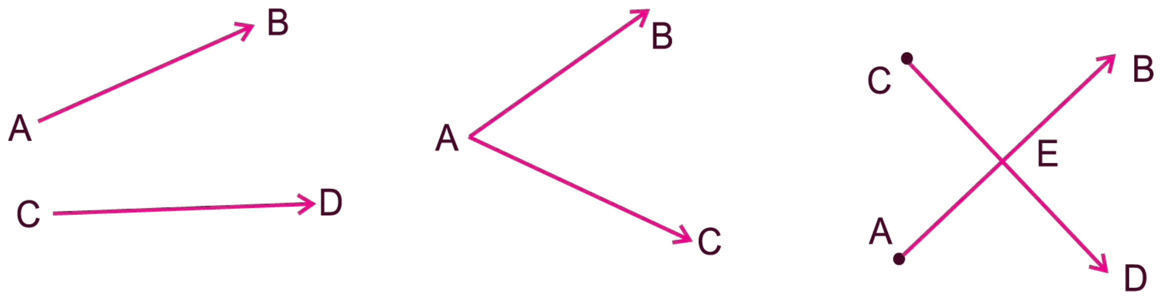
(iii) شعاع $\overleftrightarrow{BA}$ کس سمت میں پھیلی ہے؟

(iv) $\overleftrightarrow{BC}$ کس سمت میں پھیلی ہے؟

> **کیا آپ جانتے ہیں؟**
> ∠ نشان زاویہ کا علامتی نشان ہے۔ زاویہ کا نام لکھتے وقت ہمیشہ نقطہ راس بیچ میں رہتا ہے۔
> ∠ABC کو ∠B بھی کہا جاتا ہے۔ مگر ایک نقطہ راس میں ایک سے زیادہ زاویے ہوں تو دوسری قسم کی نامزدگی نہیں کی جاتی۔

نقشہ 3.13 میں دو شعاعوں کے ملنے پر ایک زاویہ بنا ہے۔ دونوں شعاعوں کے مشترکہ نقطہ آغاز B کو اس زاویہ کا نقطہ راس کہا جاتا ہے۔ $\overrightarrow{BA}$ اور $\overrightarrow{BC}$ دونوں شعاعوں کو زاویہ کا ضلع کہتے ہیں۔ اس زاویہ کو ∠ABC یا ∠CBA (زاویہ ∠ABC یا ∠CBA پڑھا جاتا ہے)

ذیل میں دی گئی تینوں تصویروں پر غور کیجیے:

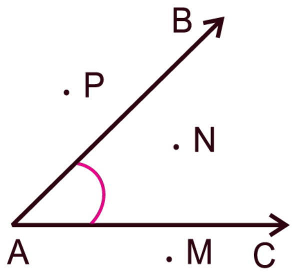


☆ تصویر (i) میں $\overrightarrow{AB}$ اور $\overrightarrow{CD}$ دو شعاعیں ہونے پر بھی زاویہ نہیں بنتا۔

☆ تصویر (ii) میں A ہے $\overrightarrow{AB}$ اور $\overrightarrow{AC}$ دونوں شعاعوں کا نقطہ آغاز یہ دونوں شعاعیں کسی خط کا حصہ نہیں ہیں۔ اس لیے دونوں شعاعیں ایک زاویہ بناتی ہیں۔

☆ تصویر (iii) میں $\overrightarrow{AB}$ اور $\overrightarrow{CD}$ ان دونوں کے نقطہ آغاز بالترتیب A اور C ہیں E ان دونوں شعاعوں کا ایک مشترکہ نقطہ ہے $\overrightarrow{EB}$ اور $\overrightarrow{ED}$ ان دونوں شعاعوں کا نقطہ آغاز E ہونے کی وجہ ∠BED پیدا ہوا۔ یہاں $\overrightarrow{EC}$ اور $\overrightarrow{EB}$ دونوں کا مشترکہ نقطہ E ہونے کی وجہ سے $\overrightarrow{EC}$ اور $\overrightarrow{EB}$ کے اجماع سے زاویہ ∠CEB بنا ہے۔ اسی طرح ایک اور زاویہ ∠AED بھی پیدا ہوا ہے۔ $\overrightarrow{EC}$ اور $\overrightarrow{EA}$ کا مشترکہ نقطہ E ہونے کی وجہ سے دونوں قطعہ خط کے درمیان ∠AEC پیدا ہوا ہے۔

3.8.3 زاویہ کا اندرونی اور بیرونی نقطہ:



3.14

☆ بغل کی تصویر میں ∠BAC کو دکھایا گیا ہے۔ زاویہ کتاب کی ہموار سطح پر واقع ہے۔

☆ N نقطہ زاویہ کا اندرونی نقطہ ہے۔

☆ N نقطہ کے طرح ∠BAC کے بے شمار اندرونی نقطے ہیں۔ لیکن یہاں ان کی نامزدگی نہیں ہوئی ہے۔

☆ ان نقطوں کا (یعنی $\angle BAC$ کے اندرونی نقطوں کا) اجتماع اس سطح کا ایک حصہ ہوتا ہے۔ سطح کے اس حصہ کو زاویہ کا اندرونی حصہ کہتے ہیں۔ زاویہ کے دونوں ضلع کا پھیلاؤ لامحدود ہونے کی وجہ سے BAC کا اندرونی حصہ لامحدود ہوگا۔

☆ P اور M نقطے BAC کے بیرونی نقطے ہیں۔ P اور M کے طرح BAC کے بے شمار بیرونی نقطے ہیں۔

☆ انہی نقطوں کا (یعنی BAC کے بیرونی نقطوں) کا مجموعہ، اس سطح کا ایک حصہ ہوتا ہے۔ سطح کے اس حصہ کو زاویہ کا بیرونی حصہ کہتے ہیں۔ $\angle BAC$ زاویہ کا بیرونی حصہ بھی لامحدود ہوتا ہے۔

☆ $\overrightarrow{AB}$ اور $\overrightarrow{AC}$ پر واقع ہر نقطہ $\angle BAC$ کا ایک نقطہ اسی طرح کے تمام نقطوں کے مجموعہ سے زاویہ بنا ہے۔ یعنی $\angle BAC$، $\overrightarrow{AB}$ اور $\overrightarrow{AC}$ پر واقع تمام نقطوں کا مجموعہ ہوتا ہے۔

مندرجہ بالا بحث سے ہم لوگوں کو کیا معلوم ہوا؟

☆ ایک زاویہ اس کے اندرونی اور بیرونی حصہ کو الگ کرتی ہے۔

☆ زاویہ کے کسی بیرونی نقطہ اور کسی اندرونی نقطے کا جوڑنے والا قطعۂ خط (یعنی $\overline{PN}$ یا $\overline{MN}$) $\overrightarrow{AB}$ یا $\overrightarrow{AC}$ کو قطع کرتا ہے۔

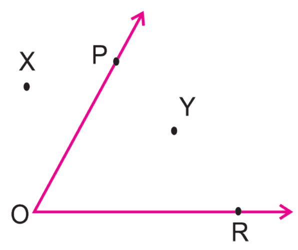
کیا آپ جانتے ہیں؟

کسی ہموار سطح میں ایک زاویہ بننے سے سطح تین حصوں میں بٹ جاتی ہے۔ (i) زاویہ (ii) زاویہ کا اندرونی حصہ (iii) زاویہ کا بیرونی حصہ

آپ ایک زاویہ بنا کر اس کے اندرونی حصے میں رنگ بھریے۔ زاویہ کا ایک اندرونی نقطہ اور ایک بیرونی نقطہ دکھائیے۔

مشق 3.5

1۔ تصویر دیکھ کر اپنی کاپی میں جواب لکھیں:



(i) تصویر میں کونزاویہ ہے اس کا نام لکھیں۔

(ii) اس کے نقطۂ راس اور اس کے ضلعوں کے نام لکھیں۔

(iii) اس زاویہ کے اندرونی نقطہ اور بیرونی نقطہ کا نام لکھیں۔

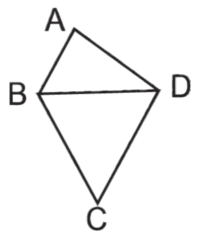
2۔ ذیل کے جملوں میں خالی جگہوں کو پر کیجیے۔

(i) ایک زاویہ کا .... عدد نقطۂ راس اور .... عدد ضلعے ہوتے ہیں۔

(ii) .... نشان زاویہ کی علامتی پہچان ہے۔

(iii) دو خط مستقیم ایک دوسرے کو قطع کرنے سے .... عدد زاویے پیدا ہوتے ہیں۔

3۔ اسکیل اور پنسیل کے مدد سے آپ اپنی کاپی پر دو زاویے بنا کر ان کے نام دیجیے۔



4۔ (i) بغل کے تصویر میں کتنے زاویے ہیں؟

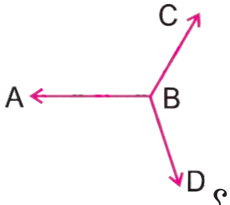
(ii) صرف نقطۂ راس کے قریب کن کن زاویوں کی نامزدگی کرائی جا سکے گی؟

(iii) کن زاویوں کا ایک مشترک ضلع ہے؟

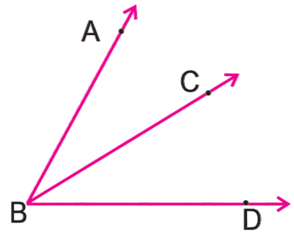
3.9: زاویوں کے درمیان تعلق:

ایک مشترک نقطۂ راس والے ایک سے زیادہ زاویوں کی کچھ مثالیں بیان دی گئی ہیں۔ انہیں غور کریں۔

3.9.1 متصلہ زاویہ:



پاس کی تصویر دیکھ کر جواب دیں۔



☆ ABC/ اور CBD/ کے نقطۂ راس کا کیا نام ہے؟

☆ ان دونوں زاویوں کا عام ضلع کون سا ہے؟

☆ کس شعاع کی دو مخالف جانب دو زاویوں کے اندرونی حصے واقع ہیں؟

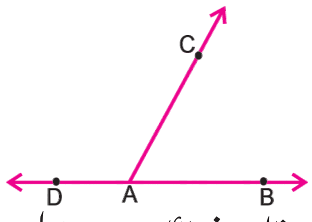
☆ ABC/ اور CBD/ دونوں زاویوں کے اندرونی حصوں میں کوئی حصہ ہے کیا؟

ان سوالات کا جواب آپ ضرور ذیل کے انداز میں سوچ رہے ہوں گے۔

دونوں زاویوں کے اندرونی حصے میں واقع ہیں۔ اور دونوں زاویوں کے اندرونی حصوں کے درمیان کوئی حصہ مشترک نہیں ہے کسی ہموار سطح پر واقع دو زاویوں کا ایک مشترک نقطہ راس اور ایک مشترک ضلع ہو اور ان دونوں کے اندرونی حصوں کا کوئی حصہ مشترک نہ ہو تو ان دونوں زایوں کو متصلہ زاویہ کہا جاتا ہے۔ یہاں ABC/ اور CBD/ دونوں متصلہ زایوہ ہیں۔

آپ دو عدد متصلہ زاویہ (adjacent angles) بنا کر ان کی نامزدگی کیجیے۔

3.9.2 مستقیمی جوڑی:

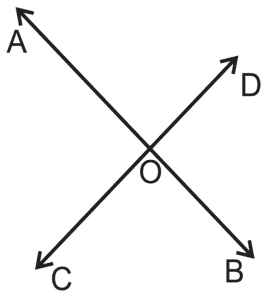


بغل کی تصویر کو دیکھیے تصویر کے بارے میں بیان کیجیے اور غور کیجیے۔

تصویر میں BAC/ اور CAD/ دونوں زاویوں کے غیر مشترکہ ضلع $\overrightarrow{AB}$ اور $\overrightarrow{AD}$ دو مخالف شعاعیں ہیں۔ اس طرح کے متصلہ زاویوں کو مستقیمی جوڑی کہا جاتا ہے۔

آپ اپنی کاپی میں خط مستقیمی جوڑی بنائیں اور دونوں زاویوں کی مقدار کا معلوم حاصل جمع کریں۔

3.9.3: مخالف زاویہ



دی گئی تصویر کو دیکھ کر ذیل کے سوالات کے جواب دیجیے۔

☆ $\overleftrightarrow{AB}$ اور $\overleftrightarrow{CD}$ دونوں ایک دوسرے کو کس نقطے پر قطع کرتے ہیں۔

☆ $\angle AOD$ کے کتنے متصلہ زاویے ہیں۔اور ان زاویوں کے نام کیا ہیں؟

☆ تصویر میں کون زاویہ $\angle AOD$ کا متصلہ نہیں ہے؟

تصویر میں آپ غور کرتے ہوں گے کہ:

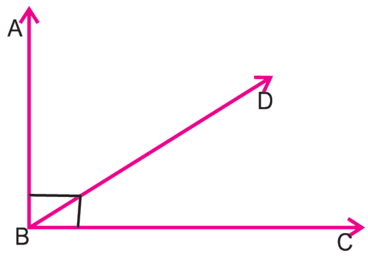
☆ $\overleftrightarrow{AB}$ اور $\overleftrightarrow{CD}$ ایک دوسرے کو O نقطے پر قطع کرتے ہیں۔ $\angle AOD$ کے دو عدد زاویہ متصلہ ہیں۔ یہ دونوں $\angle DOB$ اور $\angle AOC$ ہیں۔

☆ $\angle COB$، $\angle AOD$ کا متصلہ زاویہ نہیں ہے۔یہاں پر $\angle AOD$ کا مخالف زاویہ $\angle BOC$ ہے۔

دو خط مستقیم ایک دوسرے کو آپس میں ایک نقطہ پر قطع کرنے سے جو چار زاویے بنتے ہیں۔ ان کے درمیان کن دو زاویوں کا کوئی مشترکہ ضلع نہیں ہوتا، (یعنی جو دو زاویے باہمی متصلہ نہیں ہوتے) وہ دونوں زاویے ایک دوسرے کے مخالف زاویے ہیں۔

دو خط مستقیم $\overleftrightarrow{XY}$ اور $\overleftrightarrow{PQ}$ لیجیے تا کہ دونوں ایک دوسرے کو K نقطے پر کاٹتے ہوں۔اس تصویر میں دو عدد مخالف زاویے یا زاویہ متقابلہ کی نشان دہی کیجیے۔

3.9.4 متمم زاویہ: (Complimentary Angles)



تصویر میں $\angle ABC$ ایک زاویہ قائمہ ہے۔

اس تصویر کو دیکھ کر ذیل کے سوالات کے جواب دیں۔

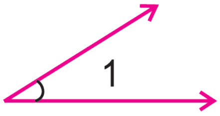
☆ $\angle ABC$ کے علاوہ دوسرے دو زاویوں کے نام کیا ہیں؟

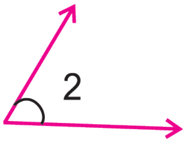
☆ $\angle ABD$ کی مقدار + $\angle DBC$ کی مقدار = کتنا؟

ہم لوگوں نے دیکھا کہ:

$\angle ABD$ اور $\angle DBC$ کی مقدار مل کر 90^0 ہوتی ہے۔ان دونوں زاویوں کو ایک دوسرے کا متمم زاویہ کہا جاتا ہے۔

ذیل کی تصویر میں $\angle 1$ اور $\angle 2$ کے ناپ کا حاصل جمع 90^0 ہوتا ہے۔اس لیے $\angle 1$ اور $\angle 2$ بھی متمم زاویے ہیں۔



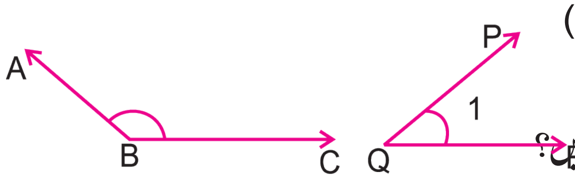


> کیا آپ جانتے ہیں؟
> دو متمم زاویے باہمی متصل ہو سکتے ہیں یعنی الگ الگ (علیحدہ) جگہوں پر واقع ہو سکتے ہیں۔

دو زاویوں کی مقدار مل کر 90^0 ہونے سے ان میں سے ایک کو دوسرے کا متمم کہا جاتا ہے۔ یا پھر دونوں زاویے ایک دوسرے کے متمم ہوتے ہیں۔

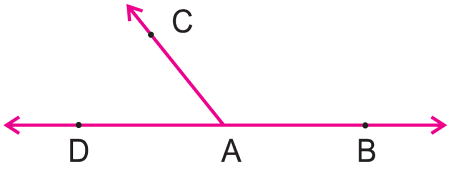
3.9.5: زاویہ تکملہ: (Supplimentary Angles)

قریب کی تصویر دیکھیے:



آپ تصویر میں جو دو زاویے دیکھ رہے ہیں۔ ان کے نام کیا ہیں؟

ان دونوں زاویوں کی مقدار معلوم کیجیے جن دو زاویوں کی مقدار کا جمع 180 ہوتا ہے ان دونوں کو ایک دوسرے کا زاویہ تکملہ کہا جاتا ہے۔ یہاں ABC∠ اور PQR∠ میں سے ایک دوسرے کا زاویہ تکملہ ہے۔ مستقیمی جوڑی کے دونوں زاویے کا ناپ کے دیکھیے۔ ان دونوں کی مقدار کا حاصل جمع 180 ہوتا ہے۔ اس لیے یہ دونوں ایک دوسرے کے زاویہ تکملہ ہیں۔



> یاد رکھیے: دو زاویہ تکملہ الگ الگ جگہ رہ سکتے ہیں یا متصلہ ہو سکتے ہیں۔

مشق 3.6

1۔ (i) مندرجہ ذیل ناپ والے زاویوں کے متمم زاویوں کے ناپ معلوم کیجیے:

6^0، 15^0، 29^0، 30^0، 45^0، 75^0

(ii) مندرجہ ذیل ناپ والے زاویوں کے زاویہ تکملہ کے ناپ معلوم کیجیے:

27^0، 52^0، 70^0، 110^0، 145^0، 150^0

2۔ (i) $45^0\ 45'$ ناپ کے متمم زاویہ اور زاویہ تکملہ کا ناپ معلوم کیجیے۔ (1=60')

(ii) 48^0 ناپ والے زاویہ کے متمم زاویہ کے زاویہ تکملہ کی مقدار کتنی ہے لکھیے۔ س کی

3۔ ذیل کے ناپ والی جوڑی کے درمیان کون سی جوڑی باہمی متمم اور کون سی جوڑی باہمی زاویہ تکملہ ہے۔ ا۔ نشاندہی کیجیے۔

(i) $68^0,22^0$ (ii) $163^0,17^0$ (iii) $73^0,17^0$

(iv) $80^0,10^0$ (v) $42^0,138^0$ (vi) $90^0,90^0$

4۔ مختلف نقشے بنا کر متمم زاویوں اور زاویہ تکملہ کی مثالیں دیجیے۔

5۔ آس پاس پائی جانے والی چیزوں میں سے زاویہ قائمہ کی شکل کی تین مثالیں دیجیے۔

6۔ ایک ٹرافک پولس پورب کی جانب رخ کر کے کھڑا ہوا ہے۔ اگر وہ اپنی بائیں جانب یکے بعد دیگرے۔

(i) ایک زاویہ قائمہ (ii) دو زاویہ قائمہ (iii) تین زاویہ قائمہ

(iv) چار زاویہ قائمہ گھومتا ہے تو ہر بار گھومنے کے بعد اس کا رخ کس سمت ہوگا بتائیے۔

7۔ کس قسم کا زاویہ بنے گا بتائیے:

(i) کس نقطے سے پورب اور دکن کی جانب دو شعاعیں بنانے سے

(ii) کسی نقطے سے اتر اور اتر پورب کی جانب دو شعاعیں بنانے سے

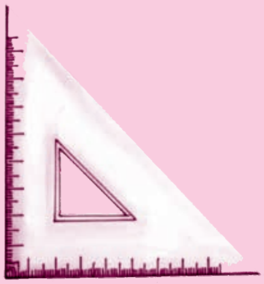
(iii) ایک نقطے سے پورب اور اتر کی جانب دو شعاعیں بنانے سے

8۔ (i) جس زاویہ کی مقدار اس کے متمم زاویہ کی مقدار کی دوگنی ہے، اس کی مقدار کتنی ہوگی؟

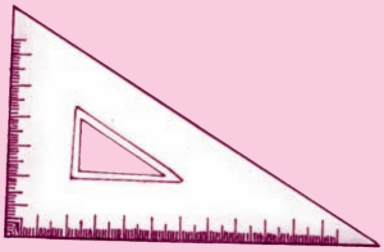
(ii) جس زاویہ کی مقدار اس کے زاویہ تکملہ کی مقدار کی دوگنی ہو اس کی مقدار کتنی ہوگی معلوم کیجیے۔

سیٹ اسکوائر سے متعلق کچھ جاننے کی باتیں:

چند مخصوص مقدار والے زاویے بنانے کے لیے سیٹ اسکوائر کا استعمال ہوتا ہے۔ اس کے دوسرے استعمال کی جانکاری سے متعلق دی گئی معلومات کو پڑھیے۔



45^0 سیٹ اسکوائر



30^0 سیٹ اسکوائر

آپ اپنے جیومٹری بکس میں دو عدد سیٹ اسکوئر پر غور کیجیے۔ ایک کے زاویوں کی مقدار بالترتیب 30، 90، 60 ہے اور دوسرے کے زاویوں کی مقدار بالترتیب 45^0، 90^0، 45^0 ہے۔ پہلے کا نام 30^0 سیٹ اسکوئر اور دوسرے کا نام 45^0 سیٹ اسکویئر ہے۔ یہ پلاسٹک یا دھات کا بنا ہوا ہوتا ہے۔ اس کے کنارے دوری یا لمبائی ناپنے کے لیے سنٹی میٹر کا نشان دیا جاتا ہے۔

30^0، 45^0، 60^0 اور 90^0 ناپ والے زاویے بنانے کے لیے اس کی ضرورت پڑتی ہے۔ کسی دیے گئے خط مستقیم پر عمود (یعنی زاویہ قائمہ بنانے والا خط) اور کسی دیے گئے خط کے ساتھ متوازی خط مستقیم بنانے کے لیے اس کا استعمال ہوتا ہے۔