1. **નીચે આપેલ આવૃત્તિ વિતરણનું મધ્યકથી સરેરાશ વિચલન મેળવો.**

વર્ગ	0 – 4	4 – 8	8 – 12	12 – 16	16 – 20
આવૃત્તિ	4	6	8	5	2

➡

વર્ગ	*fi*	*xi* મધ્યકિંમત	$f_i x_i$	$d_i = \lvert x_i - \bar{x} \rvert$ $\bar{x} = 9.2$	$f_i d_i$
0 – 4	4	2	8	7.2	28.8
4 – 8	6	6	36	3.2	19.2
8 – 12	8	10	80	0.8	6.4
12 – 16	5	14	70	4.8	24.0
16 – 20	2	18	36	8.8	17.6
કુલ	$\Sigma f_i =$ 25		$\Sigma f_i x_i =$ 230		$\Sigma f_i d_i =$ 96

$\therefore$ મધ્યક $\bar{x} = \dfrac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i} = \dfrac{230}{25} = 9.2$

મધ્યકથી સરેરાશ વિચલન $= \dfrac{\Sigma f_i d_i}{\Sigma f_i} = \dfrac{96}{25} = 3.84$

2. **નીચે આપેલ આવૃત્તિ વિતરણનું મધ્યસ્થથી સરેરાશ વિચલન મેળવો.**

વર્ગ	0 – 6	6 – 12	12 – 18	18 – 24	24 – 30
આવૃત્તિ	4	5	3	6	2

➡

વર્ગ	*fi*	*xi* મધ્યકિંમત	*cf* સંચયી આવૃત્તિ	$d_i = \lvert x_i - \bar{m}_d \rvert$	$f_i d_i$
0 – 6	4	3	4	11	44
6 – 12	5	9	9	5	25
12 – 18	3	15	12	1	3
18 – 24	6	21	18	7	42
24 – 30	2	27	20	13	26
કુલ	N=20				$\Sigma f_i d_i =$ 140

$\because \dfrac{N}{2} = \dfrac{20}{2} = 10$ માં અવલોકનની કિંમત ધરાવતો વર્ગ સંચયી આવૃત્તિ 9 પછી તરત જ સંચયી આવૃત્તિ 12 મળે માટે જે સમાવતો વર્ગ 12 – 18 છે. આમ, વર્ગ 12 – 18 મધ્યસ્થ વર્ગ થાય.

મધ્યસ્થ $= l + \left[\dfrac{\frac{N}{2} - cf}{f}\right] \times i$

અહીં l = મધ્યસ્થ વર્ગની સંચયી આવૃત્તિ = 12

cf = મધ્યસ્થ વર્ગના આગળના વર્ગની સંચયી આવૃત્તિ = 9

i = વર્ગ લંબાઈ = 6

f = મધ્યસ્થ વર્ગની આવૃત્તિ = 3

$= 12 + \frac{6}{3}(10 - 9)$

$= 12 + 2 = 14$

મધ્યસ્થથી સરેરાશ વિચલન $= \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i} = \frac{140}{20} = 7$

3. **70 કોફી જારમાં રહેલ કોફીનું પ્રમાણ નીચેના કોષ્ટકમાં છે.**

કોફીનું પ્રમાણ ગ્રામમાં	200-201	201-202	202-203	203-204	204-205	205-206
જારની સંખ્યા	13	27	18	10	1	1

આ માહિતીનું પ્રમાણિત વિચલન અને વિચરણ મેળવો.

➡

વર્ગ	fi આવૃત્તિ	x_i	$d_i = x_i - \bar{x}$	$f_i d_i$	$f_i d_i^2$
200 - 201	13	200.5	–2	–26	52
201 - 202	27	201.5	–1	–27	27
202 - 203	18	202.5	0	0	0
203 - 204	10	203.5	1	10	10
204 - 205	1	204.5	2	2	4
205 - 206	1	205.5	3	3	9
કુલ	$\sum f_i = 70$			$\sum f_i d_i = -38$	$\sum f_i d_i^2 = 102$

$\therefore$ વિચરણ $\sigma^2 = \frac{\sum f_i d_i^2}{\sum f_i} - \left(\frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}\right)^2 = \frac{102}{70} - \left(\frac{-38}{70}\right)^2$

$= 1.4571 - 0.2916 = 1.1655$

$\therefore$ પ્રમાણિત વિચલન $\sigma = \sqrt{1.1655} = 1.08$ ગ્રામ

4. **પ્રયોગશાળામાં મળેલ એક પ્રયોગના 10 અવલોકનોનો મધ્યક અને વિચરણ અનુક્રમે 45 અને 16 છે. વિદ્યાર્થી એક અવલોકન ભૂલથી 25 ને બદલે 52 ગણતરીમાં લઈ લે છે. તો સાચો મધ્યક અને વિચરણ મેળવો.**

➡ અહીં n = અવલોકનોની સંખ્યા = 10

$\bar{x}$ = મધ્યક = 45

σ = પ્રમાણિત વિચલન = 16

હવે $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$

$\therefore 45 = \frac{\sum x_i}{10}$

$\therefore \sum x_i = 450$

$\therefore$ સાચો $\sum x_i = 450 - 52 + 25$

$= 475 - 52$

$= 423$

$\therefore$ સાચો મધ્યક $= \frac{\sum x_i}{n}$

$$= \frac{423}{10} = 42.3$$

હવે $\sigma^2 = \frac{\Sigma(x_i)^2}{n} - \left(\frac{\Sigma x_i}{n}\right)^2$

$\therefore 16 = \frac{\Sigma x_i^2}{10} - (45)^2$

$\therefore 16 + 2025 = \frac{\Sigma x_i^2}{10}$

$\therefore\ 10(2041) = \Sigma x_i^2$

$\therefore\ \Sigma x_i^2 = 20410$

$\therefore$ સાચો $\Sigma x_i^2 = 20410 - (52)^2 + (25)^2$

$= 20410 + 625 - 2704$

$= 18{,}331$

$\therefore$ સાચું વિચરણ $= \frac{\text{સાચો } \Sigma x_i^2}{n} - (\text{સાચો મધ્યક})^2$

$= \frac{18331}{10} - (42.3)^2$

$= 1833.1 - 1789.29$

$= 43.81$

5. એક વર્ગના 40 વિદ્યાર્થીઓએ મેળવેલા ગુણની માહિતી નીચે મુજબ છે. તે પરથી મધ્યક અને પ્રમાણિત વિચલન મેળવો.

ગુણ	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
વિ.ની સંખ્યા	1	6	6	8	8	2	2	3	0	2	1	0	0	0	1

➡

ગુણ	f_i આવૃત્તિ	$f_i x_i$	$d_i = x_i - \bar{x}$	$f_i d_i$	$f_i d_i^2$
2	1	2	2 – 6 = –4	–4	16
3	6	18	3 – 6 = –3	–18	54
4	6	24	4 – 6 = –2	–12	24
5	8	40	5 – 6 = –1	–8	8
6	8	48	6 – 6 = 0	0	0
7	2	14	7 – 6 = 1	2	2
8	2	16	8 – 6 = 2	4	8
9	3	27	9 – 6 = 3	9	27
10	0	0	10 – 6 = 4	0	0
11	2	22	11 – 6 = 5	10	50
12	1	12	12 – 6 = 6	6	36
13	0	0	13 – 6 = 7	0	0
14	0	0	14 – 6 = 8	0	0
15	0	0	15 – 6 = 9	0	0
16	1	16	16 – 6 = 10	10	100
કુલ	$\Sigma f_i =$ **40**	$\Sigma f_i x_i =$ **239**		$\Sigma f_i d_i =$ **–1**	$\Sigma f_i x_i^2 =$ **325**

હવે મધ્યક $\bar{x} = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i} = \frac{239}{40} = 5.975 \approx 6$

અને પ્રમાણિત વિચલન

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma f_i d_i^2}{\Sigma f_i} - \left(\frac{\Sigma f_i d_i}{\Sigma f_i}\right)^2} = \sqrt{\frac{325}{40} - \left(\frac{-1}{40}\right)^2}$$

$$= \sqrt{8.125 - 0.000625} = \sqrt{8.124375} = 2.85$$

6. **પ્રથમ પદ a અને સામાન્ય તફાવત d હોય તેવી સમાંતર શ્રેણીના n પદ માટે માધ્યક અને પ્રમાણિત વિચલન મેળવો.**

➡ ધારો કે સમાંતર શ્રેણીના n પદ

$a, a + d, a + 2d, a + 3d, \ldots\ldots, a + (n - 1)d$ છે.

$\therefore$ મધ્યક $\bar{x} = \frac{1}{n}\{a + (a + d) + (a + 2d) + \ldots\ldots + a + (n - 1)d\}$

$$\therefore \bar{x} = \frac{1}{n}\left\{\frac{n}{2}\, 2a + (n - 1)d\right\}$$

$$= \frac{1}{2}(2a + (n - 1)d)$$

$$\therefore \bar{x} = a + (n - 1)\frac{d}{2}$$

હવે પ્રમાણિત વિચલન મેળવતાં,

$$\sigma^2 = \frac{1}{n}\sum_{r=1}^{n}\left[\{a + (r - 1)d\} - \bar{x}\right]^2$$

(અહીં પ્રમાણિત વિચલન માટે $\frac{1}{n}\sum_{r=1}^{n}[x_i - \bar{x}]^2$ સૂત્રનો ઉપયોગ કરતાં)

$$= \frac{1}{n}\sum_{r=1}^{n}\left[\{a + (r - 1)d\} - \left\{a + (n - 1)\frac{d}{2}\right\}\right]^2$$

$$= \frac{1}{n} \sum_{r=1}^{n} \left[(r-1)d - (n-1)\frac{d}{2} \right]^2$$

$$= \frac{d^2}{4n} \sum_{r=1}^{n} [2r - 2 - n + 1]^2$$

$$= \frac{d^2}{4n} \sum_{r=1}^{n} [2r - (n+1)]^2$$

$$= \frac{d^2}{4n} \sum_{r=1}^{n} \left[4r^2 - 4r(n+1) + (n+1)^2 \right]$$

$$= \frac{d^2}{4n} \left\{ 4\sum_{r=1}^{n} r^2 - 4(n+1)\sum_{r=1}^{n} r + (n+1)^2 \sum_{r=1}^{n} 1 \right\}$$

ધારો કે સમાંતર શ્રેણીના n પદ

ધારો કે સમાંતર શ્રેણીના n પદ

➡ ધારો કે સમાંતર શ્રેણીના n પદ

$a, a + d, a + 2d, a + 3d, \ldots\ldots, a + (n-1)d$ છે.

$\therefore$ મધ્યક $\bar{x} = \frac{1}{n} \{a + (a + d) + (a + 2d) + \ldots\ldots + a + (n-1)d\}$

$$\therefore \bar{x} = \frac{1}{n} \left\{ \frac{n}{2} 2a + (n-1)d \right\}$$

$$= \frac{1}{2} (2a + (n-1)d)$$

$$\therefore \bar{x} = a + (n-1)\frac{d}{2}$$

હવે પ્રમાણિત વિચલન મેળવતાં,

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{r=1}^{n} \left[\{a + (r-1)d\} - \bar{x} \right]^2$$

(અહીં પ્રમાણિત વિચલન માટે $\frac{1}{n} \sum_{r=1}^{n} [x_i - \bar{x}]^2$ સૂત્રનો ઉપયોગ કરતાં)

$$= \frac{1}{n} \sum_{r=1}^{n} \left[\{a + (r-1)d\} - \left\{ a + (n-1)\frac{d}{2} \right\} \right]^2$$

$$= \frac{1}{n} \sum_{r=1}^{n} \left[(r-1)d - (n-1)\frac{d}{2} \right]^2$$

$$= \frac{d^2}{4n} \sum_{r=1}^{n} [2r - 2 - n + 1]^2$$

$$= \frac{d^2}{4n} \sum_{r=1}^{n} [2r - (n+1)]^2$$

$$= \frac{d^2}{4n} \sum_{r=1}^{n} \left[4r^2 - 4r(n+1) + (n+1)^2 \right]$$

$$= \frac{d^2}{4n}\left\{4\sum_{r=1}^{n} r^2 - 4(n+1)\sum_{r=1}^{n} r + (n+1)^2 \sum_{r=1}^{n} 1\right\}$$

ધારો કે સમાંતર શ્રેણીના n પદ

ધારો કે સમાંતર શ્રેણીના n પદ

7. **એક વર્ગમાં અભ્યાસ કરતા બે વિદ્યાર્થીઓ રવિ અને હસીના એ 100 ગુણની પરીક્ષામાં દસ વિષયમાં મેળવેલ ગુણની માહિતી નીચે મુજબ છે.**

રવિ	25	50	45	30	70	42	36	48	35	60
હસીના	10	70	50	20	95	55	42	60	48	80

આ માહિતી પરથી કયો વિદ્યાર્થી અભ્યાસમાં હોંશિયાર તથા કયો વિદ્યાર્થી અભ્યાસમાં સંગીન છે. તે જણાવો.

➡ સૌ પ્રથમ રવિની માહિતી પરથી મધ્યક અને પ્રમાણિત વિચલન મેળવતાં,

x_i	$d_i = x_i - A, A = 45$	d_i^2
25	–20	400
50	5	25
45	0	0
30	–15	225
70	25	625
42	–3	9
36	–9	81
48	3	9
35	–10	100
60	15	225
કુલ	$\Sigma d_i = -14$	$\Sigma d_i^2 = 1699$

પ્રમાણિત વિચલન $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma d_i^2}{n} - \left(\frac{\Sigma di}{n}\right)^2}$

$= \sqrt{\frac{1699}{10} - \left(\frac{-14}{10}\right)^2} = \sqrt{169.9 - 0.0196}$

$= \sqrt{169.88} = 13.03$

$\therefore$ મધ્યક $\bar{x} = A + \frac{\Sigma d_i}{\Sigma f_i} = 45 - \frac{14}{10} = 43.6$

➡ સૌ પ્રથમ રવિની માહિતી પરથી મધ્યક અને પ્રમાણિત વિચલન મેળવતાં,

x_i	$d_i = x_i - A, A = 45$	d_i^2
25	–20	400
50	5	25
45	0	0
30	–15	225
70	25	625
42	–3	9
36	–9	81
48	3	9
35	–10	100
60	15	225
કુલ	$\Sigma d_i = -14$	$\Sigma d^2_i = 1699$

પ્રમાણિત વિચલન $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma d_i^2}{n} - \left(\frac{\Sigma di}{n}\right)^2}$

$= \sqrt{\frac{1699}{10} - \left(\frac{-14}{10}\right)^2} = \sqrt{169.9 - 0.0196}$

$= \sqrt{169.88} = 13.03$

$\therefore$ મધ્યક $\bar{x} = A + \frac{\Sigma d_i}{\Sigma f_i} = 45 - \frac{14}{10} = 43.6$

8. એક માહિતીના 100 અવલોકનોનો મધ્યક અને પ્રમાણિત વિચલન અનુક્રમે 40 અને 10 છે. પાછળથી જણાયું કે બે અવલોકનો ભૂલથી 3 અને 27 ને બદલે 30 અને 70 લેવાઈ ગયા હતા. તો માહિતીનું સાચું પ્રમાણિત વિચલન મેળવો.

➡ અહીં n = અવલોકનોની સંખ્યા = 100

$\bar{x}$ = મધ્યક = 40 અને પ્રમાણિત વિચલન σ = 10 છે.

હવે $\bar{x} = \frac{\Sigma x_i}{n}$

$\therefore 40 = \frac{\Sigma x_i}{100}$

$\therefore \Sigma x_i = 4000$

સાચો n અવલોકનોનો સરવાળો

$\Sigma x_i = 4000 - 30 - 70 + 3 + 27$

$= 4030 - 100$

$= 3930$

$\therefore$ સાચો મધ્યક $= \frac{3930}{100}$

$= 39.3$

હવે $\sigma^2 = \frac{\Sigma x_i^2}{n} - (\bar{x})^2$

$\therefore 100 = \frac{\Sigma x_i^2}{n} - (40)^2$

$\therefore 100 + 1600 = \frac{\Sigma x_i^2}{100}$

$\therefore 1700 \times 100 = \Sigma x_i^2$

$\therefore \Sigma x_i^2 = 1,70,000$

$\therefore$ સાચો $\Sigma x_i^2 = 1{,}70{,}000 - (30)^2 - (70)^2 + (3)^2 + (27)^2$

$= 1{,}70{,}000 - 900 - 4900 + 9 + 729$

$= 1{,}70{,}000 - 5800 + 738$

$= 166938$

સાચું પ્રમાણિત વિચલન $= \sqrt{\dfrac{164938}{100} - (39.3)^2}$

$= \sqrt{1649.38 - 1544.49}$

$= \sqrt{104.89}$

$= 10.24$