पूर्णांक (INTEGERS) 1

1.0 प्रस्तावना:

हमारे चारों ओर की वस्तुओं की गिनती के लिए हम

1,2,3,4.... की तरह सीखने के लिए संख्या शुरू करते हैं। इन संख्याओं को हम गिनती, संख्या या प्राकृतिक संख्या कहते हैं। आइए इन पर विचार करें।

(i) सब से छोटी प्राकृतिक संख्या कौन सी है?

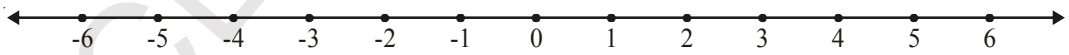
(ii) 100 और 10000 के बीच आने वाली कोई 5 प्राकृतिक संख्याएँ लिखिए।

(iii) क्या प्राकृतिक संख्याओं का क्रम कहीं समाप्त होता है ?

(iv) किसी भी दो क्रमागत प्राकृतिक संख्यायाओं के बीच का अंतर क्या होता है?

प्राकृतिक संख्याओं के समूह में शून्य '0' को मिलाने पर हमें नई प्राकृतिक संख्याओं का समूह प्राप्त होता है जिसे पूर्ण अंक कहते हैं। अर्थात 0,1,2,3,4, _ _ _ _ _ .

छठवीं कक्षा में हमने ऋणात्मक संख्याओं के बारे में सीखा है। यदि हम पूर्ण संख्याओं एवं ऋणात्मक संख्याओं को एक साथ लिखें तो उसे हम 'पूर्णांक' कहते हैं।

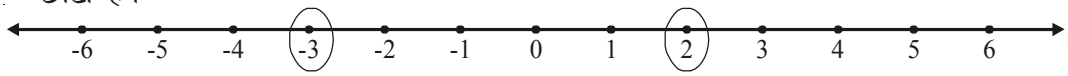


(i) उपयुर्क्त संख्या रेखा में सबसे बड़ा पूर्णांक कौन सा है?
(ii) सबसे छोटा पूर्णांक कौन सा है?
(iii) क्या −3 से 1 बड़ी संख्या है, क्यों?
(iv) क्या −3 से −6 बड़ी संख्या है, क्यों?
(v) 4, 6, -2, 0 और −5 को आरोहण क्रम में लिखो।
(vi) संख्या रेखा पर (0 और 1) तथा (0 और -1) के अंतर की तुलना कीजिए।

SCERT TELANGANA

अभ्यास - 1

1. कुछ पूर्णांको को संख्या रेखा पर अंकित किया गया है। इनमें से कौन सी बड़ी एवं कौन सी छोटी है।



2. निम्न दी गई युग्म संख्याओं के बीच के पूर्णांक लिखिए और इसमें से सबसे बड़ी तथा छोटी संख्या चुनिए।

(i) –5, –10 (ii) 3, –2 (iii) –8, 5

3. निम्न पूर्णांक को आरोहण क्रम (छोटे से बड़े) में लिखिए।

(i) –5, 2, 1, –8 (ii) –4, –3, –5, 2 (iii) –10, –15, –7

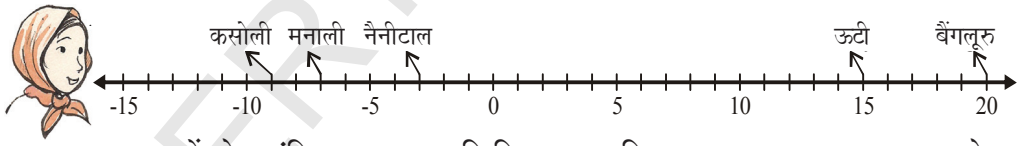
4. निम्न पूर्णांको को अवरोहण क्रम (बड़े से छोटे) में लिखिए।

(i) –2, –3, –5 (ii) –8, –2, –1 (iii) 5, 8, –2

5. 6, -4, 0 और 4 को संख्या रेखा पर दर्शाइए।

6. संख्या रेखा पर रिक्त पूर्णांकों की पूर्ति कीजिए।

7. भारत के पाँच शहरों के तापमान संख्या रेखा पर दर्शाये गये हैं।



(i) शहरों के अंकित तापमान लिखिए। (ii) किस शहर का तापमान सबसे अधिक है?

(iii) किस शहर का तापमान सबसे कम है? (iv) किस शहर का तापमान $0^{o}C$ है?

(v) उन शहरों के नाम बताइए जहाँ का तापमान $0^{o}C$ से अधिक है।

1.1 पूर्णांक की क्रियाये

1.1 छठवीं कक्षा में हमने पूर्णांकों को जोड़ना व घटाना सीखा है। पहले हम उनका पुनरावलोकन करेंगे। बाद में पूर्णांकों का गुणनफल एवं भाजन सीखेंगे।

SCERT TELANGANA

1.1.1 पूर्णांकों का संकलन (Addition of Integers)

निम्न विषयों का परीक्षण कीजिए।

$4 + 3 = 7$

$4 + 2 = 6$

$4 + 1 = 5$

$4 + 0 = 4$

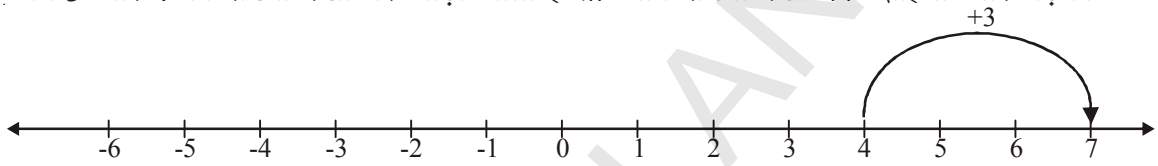
$4 + (-1) = 3$

$4 + (-2) = 2$

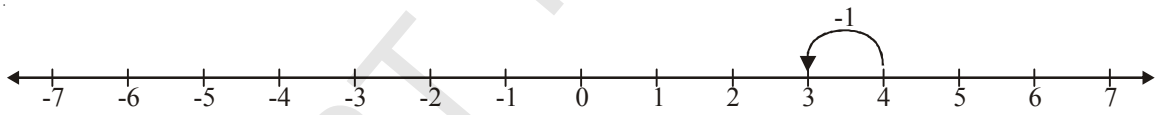
$4 + (-3) = 1$

क्या आपने इस उत्तर के नमूने को देखा? आपको ज्ञात होगा कि यदि एक संख्या को कम करके जोड़ा जाए तो (3,2,1,0,-1,-2,-3) उसका योग भी 1 घट जाता है।

जब 3 और 4 को संख्या रेखा पर जोड़ा जाता है तो आप संख्या रेखा की दाहिनी ओर बढ़ेंगे।



इसी प्रकार क्या आप 1 से 4 तक 2 का जोड़ संख्या रेखा पर दर्शा सकते हो? आप देखोगे कि हर स्थिति में आप संख्या रेखा की दाहिनी ओर बढ़ेंगे। अब हम देखेंगे कि -1 का संख्या रेखा पर संकलन क्या होगा? हमारा उत्तर 3 होगा, इसलिए हम संख्या रेखा के बायीं ओर 1 इकाई बढ़ेंगे।



इसी प्रकार आप -2 और -3 से 4 का संकलन संख्या रेखा पर दर्शा सकेंगे। हमें ज्ञात होगा कि हर क्रम में हम 1 इकाई संख्या रेखा के बायीं ओर बढ़ेंगे ।

इसलिए **धनात्मक पूर्णांकों का संकलन करते समय संख्या रेखा पर दाहिनी ओर जाना चाहिए** तथा ऋणात्मक पूर्णांकों का संकलन करते समय संख्या रेखा पर बांयी ओर जाना चाहिए।

प्रयत्न करो

1. $9 + 7 = 16$
   $9 + 6 = 15$
   $9 + 5 =$
   $9 + 4 =$
   $9 + 3 =$
   $9 + 2 =$
   $9 + 1 =$
   $9 + 0 =$
   $9 + (-1) =$
   $9 + (-2) =$
   $9 + (-3) =$

© SCERT TELANGANA

(i) 9+2, 9+(-1) और 9+(-3) को संख्या रेखा पर दर्शाओ

(ii) जब आप धनात्मक पूर्णांक का संकलन करते हो तो आपको संख्या रेखा की किस दिशा की ओर जाना चाहिए?

(iii) जब आप ऋणात्मक पूर्णांक का संकलन करते हो तो अपको संख्या रेखा की किस दिशा की ओर जाना चाहिए?

2. संगीता के अनुसार यदि दो पूर्णांको का संकलन किया जाये तो उनका योग संख्याओं से अधिक होगा। क्या संगीता का कथन सही है? आपके उत्तर को स्पष्ट कीजिए।

अभ्यास - 2

1. निम्न अंकों का संकलन संख्या रेख पर दर्शाइए

(i) 5 + 7 (ii) 5 + 2 (iii) 5 + (–2) (iv) 5 + (–7)

2. संकलन करो

(i) 7 + 4 (ii) 8 + (–3) (iii) 11 + 3

(iv) 14 + (–6) (v) 9 + (–7) (vi) 14 + (–10)

(vii) 13 + (–15) (viii) 4 + (–4) (ix) 10 + (–2)

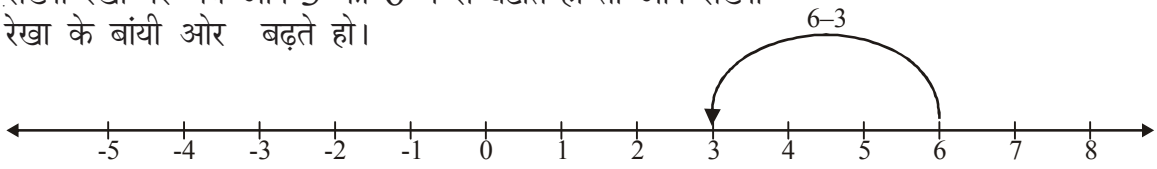
(x) 100 + (–80) (xi) 225 + (–145)

1.1.2 पूर्णांकों का व्यवकलन (Subtraction of Integers)

नीचे किये गये व्यवकलन का परीक्षण करेंगे।

6 – 3 = 3
6 – 2 = 4
6 – 1 = 5
6 – 0 = 6
6 – (–1) = 7
6 – (–2) = 8
6 – (–3) = 9
6 – (–4) = 10

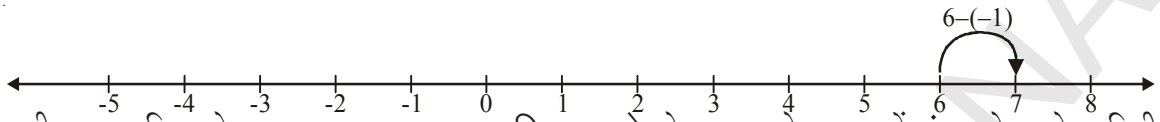
क्या आप इस उत्तर के नमूने को देख सकते हो? आपको ज्ञात होगा कि जब किसी संख्या (3,2,1,0,-1,-2,-3,-4) को घटाया जाए तो मान में 1 का अंतर बढ़ जाता है।
संख्या रेखा पर जब आप 3 को 6 में से घटाते हो तो आप संख्या रेखा के बांयी ओर बढ़ते हो।



SCERT TELANGANA

इसी प्रकार आप यह दर्शा सकते हैं कि 1 से 6 तक की संख्याओं में से 2 का व्यवकलन करने पर आप संख्या रेखा के बायीं दिशा में बढ़ते हैं।

6 से 1 का व्यवकलन करने पर हमें 6- (-1) 7 प्राप्त होगा। इसलिए हम संख्या रेखा पर एक इकाई दाहिनी ओर बढ़ते हैं।



इसी प्रकर यदि 6 से -2,-3,-4 का व्यवकलन किया जाये तो आप प्रत्येक क्रम में संख्या रेखा के दाहिनी ओर बढ़ेंगे। इसलिए **धनात्मक पूर्णांक का व्यवकलन होने पर आप संख्या रेखा के बायीं ओर बढ़ेंगे और ऋणात्मक पूर्णांक का व्यवकलन होने पर आप संख्या रेखा के दाहिनी ओर बढ़ेंगे।**

प्रयत्न करो

क्रम की पूर्ति कीजिए

1. $8-6 = 2$ $\quad 8-5 = 3$

   $8-4 =$ $\quad 8-3 =$

   $8-2 =$ $\quad 8-1 =$

   $8-0 =$ $\quad 8-(-1) =$

   $8-(-2) =$ $\quad 8-(-3) =$

   $8-(-4) =$

   (i) अब 8-6,8-1,8-0,8-(-2),8-(-4) को संख्या रेखा पर दर्शाओ।

   (ii) यदि आप धनात्मक पूर्णांक घटाते हैं तो कौन सी दिशा में सख्या रेखा पर बढ़ेंगे?

   (iii) यदि आप ऋणात्मक पूर्णांक घटाते हैं तो संख्या रेखा पर किस दिशा में बढ़ेंगे?

2. ऋचा ने जाना कि जब कभी भी एक पूर्णांक को दूसरे पूर्णांक से घटाते हैं तो दोनों संख्याओं का अंतर संख्या से कम होता है, क्या ऋचा सही है? अपने उत्तर का कारण बताओ।

SCERT TELANGANA

अभ्यास - 3

1. निम्न संख्याओं का व्यवकलन संख्या रेखा पर दर्शाओ।

   (i) 7 – 2 (ii) 8 – (– 7) (iii) 3 – 7

   (iv) 15 – 14 (v) 5 – (– 8) (vi) (–2) - (–1)

2. निम्न को हल कीजिए

   (i) 17 – (–14) (ii) 13 – (– 8) (iii) 19 – (– 5)

   (iv) 15 – 28 (v) 25 – 33 (vi) 80 – (– 50)

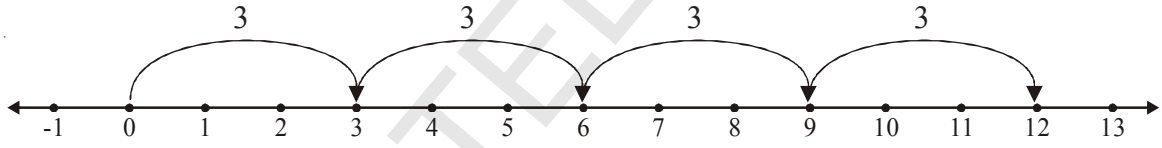
   (vii) 150 – 75 (viii) 32 – (– 18)

3. -6 को 'ऋणात्मक पूर्णांक' तथा पूर्णांक के संकलन के रूप में व्यक्त कीजिए।

1.1.3 पूर्णांकों का गुणा (Multiplication of Integers)

हम जानते हैं कि $3 + 3 + 3 + 3 = 4 \times 3$ (**चार** बार 3)

संख्या रेखा पर यह इस प्रकार प्रदर्शित होगा।



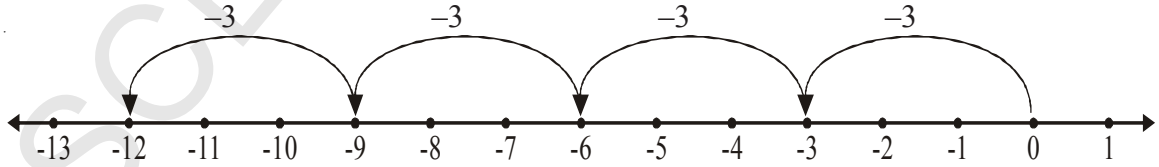
4x3 का अर्थ है 4 बार 3 संख्या रेखा पर शून्य से दाहिनी ओर बढ़ता है। यानि

4x3=12

आइए विचार करें 4x(-3) अर्थात 4 बार (-3)

$4 \times (-3) = (-3) + (-3) + (-3) + (-3) = -12$

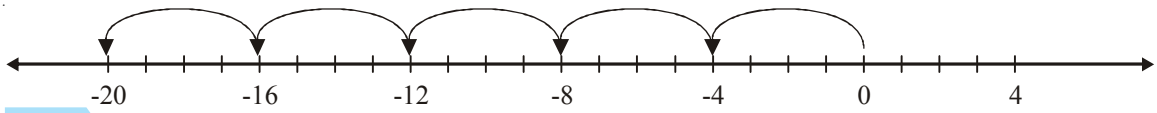
संख्या रेखा पर इस प्रकार प्रदर्शित होगा।



4x(-3) का अर्थ है 4 तीन बार तीन संख्या रेखा के शून्य से बायीं ओर बढ़ता है। इसलिए 4x(-3)=-12

इसी प्रकार 5×(-4)=(-4)+(-4)+(-4) +(-4) + (-4) = -20

संख्या रेखा पर यह इस प्रकार प्रदर्शित होगा।



SCERT TELANGANA

इसी प्रकार 5x-4 का अर्थ है 5 बार 4 संख्या रेखा के शून्य से बायीं ओर बढ़ता है।

इसलिए 5x-4=-20

उदाहरण: $2 \times -5 = (-5) + (-5) = -10$

$3 \times -6 = (-6) + (-6) + (-6) = -18$

$4 \times -8 = (-8) + (-8) + (-8) + (-8) = -32$

प्रयत्न करो

1. हल करो

(i) 2×-6 (ii) 5×-4 (iii) 9×-4

अब, हम -4 x 3 को गुणा करेंगे।

निम्न नमूने का अध्ययन करो

$4 \times 3 = 12$

$3 \times 3 = 9$

$2 \times 3 = 6$

$1 \times 3 = 3$

$0 \times 3 = 0$

$-1 \times 3 = -3$

$-2 \times 3 = -6$

$-3 \times 3 = -9$

$-4 \times 3 = -12$

दूसरा गुणनखण्ड हमेशा 1 घटित होने पर हर बार गुणनफल 3 घटित होता है

इस क्रम में $-4 \times 3 = -12$.

हमें ज्ञात है कि $4 \times -3 = -12$

इसलिए, $-3 \times 4 = 3 \times -4 = -12$

ऋणात्मक चिह्न गुणनफल पर प्रभाव डालता है।

उपरोक्त नमूने से यह ज्ञात होता है कि **एक धनपूर्णांक और ऋण पूर्णांक का गुणनफल हमेशा ऋण होता है।**

इस क्रम का उपयोग करते हुए हम कह सकते हैं कि

$4 \times -5 = -4 \times 5 = -20$

$2 \times -5 = -2 \times 5 = -10$

$3 \times -2 =$

$8 \times -4 =$

$6 \times -5 =$

SCERT TELANGANA

उपरोक्त उदाहरणों से हमें ज्ञात होता है कि एक धनात्मक पूर्णांक एवं एक ऋणात्मक पूर्णांक का गुणनफल, एक ऋणात्मक गुणनफल होता है।

1.1.3 (a) दो ऋणात्मक पूर्णांकों का गुणनफल

अब, क्या होगा जब हम –3 और – 4 को गुणा करेंगे।

इस क्रम का ध्यानपूर्वक अध्ययन कीजिए।

$-3 \times 4 = -12$

$-3 \times 3 = -9$

$-3 \times 2 = -6$

$-3 \times 1 = -3$

$-3 \times 0 = 0$

$-3 \times -1 = 3$

$-3 \times -2 = 6$

$-3 \times -3 = 9$

$-3 \times -4 = 12$

उपरोक्त निरीक्षण से यह ज्ञात होता है कि **जब हम** –3 **को** 4, 3, 2, 1, 0, –1, –2, –3, –4 **से गुणा करते हैं तो गुणनफल** 3 **के हिसाब से बढ़ता है?**

अब हम -4 x -3 **को गुणा करेंगे।**

इस क्रम का निरीक्षण कीजिए और रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए।

$-4 \times 4 = -16$

$-4 \times 3 = -12$

$-4 \times 2 = -8$

$-4 \times 1 = -4$

$-4 \times 0 = 0$

$-4 \times -1 =$ ——

$-4 \times -2 =$ ——

$-4 \times -3 =$ ——

उपरोक्त निरीक्षण से यह ज्ञात होता है कि दुसरा गुणनखण्ड हमेशा 1 **घटने** पर गुणनफल 4 से बढ़ता है। दोनों क्रमों के आधार पर , $-3 \times -4 = -4 \times -3 = 12$

SCERT TELANGANA

उदाहरण

$-3 \times -1 = 3$ $\quad\quad$ $-4 \times -1 = 4$

$-3 \times -2 = 6$ $\quad\quad$ $-4 \times -2 = 8$

$-3 \times -3 = 9$ $\quad\quad$ $-4 \times -3 = 12$

उपरोक्त उदाहरण से ज्ञात होता है कि **दो ऋणात्मक पूर्णांको का गुणनफल** हमेशा **धनात्मक पूर्णांक होता है।** निम्न गुणन तालिका की पूर्ति कीजिए

×	3	2	1	0	–1	–2	–3
3	9	6	3	0	–3	–6	–9
2	6	4	2	0			
1							
0							
–1	–3	–2	–1	0	1	2	3
–2							
–3							

(i) क्या दो धनात्मक पूर्णांकों का गुणनफल हमेशा धनात्मक पूर्णांक होगा?

(ii) क्या दो ऋणात्मक पूर्णांकों का गुणनफल हमेशा धनात्मक पूर्णांक होगा?

(iii) क्या ऋणात्मक पूर्णांक एवं धनात्मक पूर्णांक का गुणनफल हमेशा ऋणात्मक पूर्णांक होगा?

1.1.3(b) दो से अधिक ऋणात्मक पूर्णांको का गुणनफल

हमें ज्ञात है कि दो ऋणात्मक पूर्णांकों का गुणनफल हमेशा धनात्मक पूर्णांक होता है। इसी प्रकार तीन, चार . . . . . ., ऋणात्मक पूर्णांकों का गुणनफल क्या होगा?

निम्न गुणनफल का निरीक्षण करो-

(i) $(-2) \times (-3) = 6$

(ii) $(-2) \times (-3) \times (-4) = [(-2) \times (-3)] \times (-4) = 6 \times (-4) = -24$

(iii) $(-2) \times (-3) \times (-4) \times (-5) = [(-2) \times (-3) \times (-4)] \times (-5) = (-24) \times (-5) = 120$

SCERT TELANGANA

(iv) $[(-2) \times (-3) \times (-4) \times (-5) \times (-6)] = 120 \times (-6) = -720$

उपरोक्त उदाहरणों द्वारा हम इस निष्कर्ष पर पहुँचते हैं कि

(i) दो ऋणात्मक पूर्णाकों का गुणनफल धनात्मक पूर्णांक होता है।

(ii) तीन ऋणात्मक पूर्णाकों का गुणनफल ऋणात्मक पूर्णांक होता है।

(iii) चार ऋणात्मक पूर्णाकों का गुणनफल धनात्मक पूर्णांक होता है।

(iv) पाँच ऋणात्मक पूर्णाकों का गुणनफल ऋणात्मक पूर्णांक होता है।

क्या छः ऋणात्मक पूर्णाकों का गुणनफल धनात्मक या ऋणात्मक होगा बताइए

प्रयत्न करो

(a) $(-1) \times (-1) =$ ——

(b) $(-1) \times (-1) \times (-1) =$ ——

(c) $(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) =$ ——

(d) $(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) =$ ——

उपरोक्त तालिका से हमें ज्ञात होता है कि सम संख्याओं (दो,चार) के ऋणात्मक पूर्णांकों (i, iii) का गुणनफल धनात्मक पूर्णांक होता है जबकि विषम संख्याओं के ऋणात्मक पूर्णांकों (ii,iv) का गुणनफल पूर्णांक होता है। हमें यह भी ज्ञात होता है कि ऋणात्मक पूर्णांकों की संख्या सम होती है उनका गुणनफल धनात्मक पूर्णांक होता है जबकि यदि ऋणात्मक पूर्णांकों की संख्या विषम हो तो उनका गुणनफल ऋणात्मक पूर्णांक होता है।

अभ्यास – 4

1. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए-

(i) $(-100) \times (-6) =$ .....

(ii) $(-3) \times$ ..... $= 3$

(iii) $100 \times (-6) =$ .....

(iv) $(-20) \times (-10) =$ .....

(v) $15 \times (-3) =$ .....

SCERT TELANGANA

2. निम्न क गुणन करो

(i) $3 \times (-1)$ (ii) $(-1) \times 225$

(iii) $(-21) \times (-30)$ (iv) $(-316) \times (-1)$

(v) $(-15) \times 0 \times (-18)$ (vi) $(-12) \times (-11) \times (10)$

(vii) $9 \times (-3) \times (-6)$ (viii) $(-18) \times (-5) \times (-4)$

(ix) $(-1) \times (-2) \times (-3) \times 4$ (x) $(-3) \times (-6) \times (-2) \times (-1)$

3. किसी ठंडा करने की प्रक्रिया में कमरे का तापमान 40^0C से प्रति घंटा 5^0Cघटाया जाता है। 10 घंटे के बाद कमरे का तापमान क्या होगा?

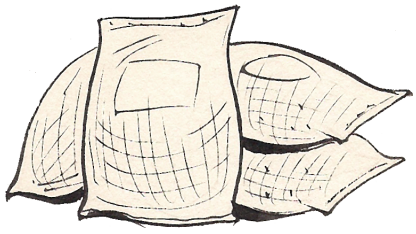
4. एक परीक्षा में 10 प्रश्न दिये गये हैं। प्रत्येक सही उत्तर के लिए 3 तीन अंक प्रत्येक गलत उत्तर के लिए -1 अंक और उत्तर नहीं देने पर '0' अंक दिये जायेंगे।

i) यदि गोपी 5 सही उत्तर एवं 5 गलत उत्तर दे तो उसे कुल कितने अंक मिलेंगे?

ii) यदि रमेश 7 सही उत्तर एवं 3 गलत उत्तर दे तो उसे कुल कितते अंक मिलेंगे?

iii) यदि रश्मि 3 सही और 4 गलत उत्तर दे तो उसे कुल कितने अंक मिलेंगे?

5. एक व्यापारी को बासमती चावल बेचने पर रू. 10 प्रति बोरे पर लाभ मिलता है। 3 साधारण बोरे चावल बेचने पर उसे रू. 5 प्रति बोरे हानि होती है।



(i) यदि वह एक महीने में 3000 बोरे बासमती चावल और 5000 बोरे साधारण चावल बेचे तो उसका लाभ या हानि ज्ञात करो।

(ii) यदि वह महीने में साधारण चावल के 6400 बौरे बेचे तो उसे बासमती के कितने बोरे बेचने चाहिए जिससे कि उसे न तो लाभ हो और न ही हानि हो?

6. सही उत्तर के लिए पूर्णांकों द्वारा रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए

(i) $(-3) \times$ _____ $= 27$ (ii) $5 \times$ _____ $= -35$

(iii) _____ $\times (-8) = -56$ (iv) _____ $\times (-12) = 132$

1.1.4 पूर्णांकों का भागफल

हम जानते हैं कि विभाजन, गुणा की विपरीत संक्रिया है। आइए हम प्राकृतिक संख्याओं के कुछ उदाहरण देखें।

SCERT TELANGANA

हम जानते हैं कि $3 \times 5 = 15$

तो $15 \div 5 = 3$ या $15 \div 3 = 5$

इसी प्रकार, $4 \times 3 = 12$

तो, $12 \div 4 = 3$ या $12 \div 3 = 4$

इस प्रकार हम कह सकते हैं, प्राकृतिक संख्याओं के गुणनफल कथन के दो भाजन कथन होते हैं।

क्या हम पूर्णांक कथन के गुणनफल कथन के दो भाजन कथन लिख सकते हैं?

निरीक्षण करो।

गुणनफल कथन	*भाजन फलन*
$2 \times (-6) = (-12)$	$(-12) \div (-6) = 2$, $(-12) \div 2 = (-6)$
$(-4) \times 5 = (-20)$	$(-20) \div (5) = (-4)$, $(-20) \div (-4) = 5$
$(-8) \times (-9) = 72$	$72 \div (-8) = (-9)$, $72 \div (-9) = (-8)$
$(-3) \times (-7) =$ _____	_____ $\div (-3) =$ _____ , _____
$(-8) \times 4 =$ _____	_____ , _____
$5 \times (-9) =$ _____	_____ , _____
$(-10) \times (-5) =$	_____ , _____

उपरोक्त तालिका से हम यह निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि जब हम ऋणात्मक पूर्णांक को धनात्मक पूर्णांक से भाजन करें या धनात्मक पूर्णांक को ऋणात्मक पूर्णांक से भाजन करें तो हम उन्हें पूर्ण अंक की तरह से भाग देते हैं और ऋणात्मक पूर्णांक भागफल प्राप्त होता है।

1. हल करो

(i) $(-100) \div 5$ (ii) $(-81) \div 9$ (iii) $(-75) \div 5$ (iv) $(-32) \div 2$

(v) $125 \div (-25)$ (vi) $80 \div (-5)$ (vii) $64 \div (-16)$

प्रयत्न करो

क्या $(-48) \div 8 = 48 \div (-8)$ सही है? आओ जाँच करें।

(i) $90 \div (-45)$ and $(-90) \div 45$ (ii) $(-136) \div 4$ और $136 \div (-4)$

हमें ज्ञात है कि

$(-12) \div (-6) = 2$; $(-20) \div (-4) = 5$; $(-32) \div (-8) = 4$; $(-45) \div (-9) = 5$

इसलिए जब हम **ऋणात्मक पूर्णांक को ऋणात्मक पूर्णांक से भाग दें तो हमें भागफल के रूप में धनात्मक संख्या प्राप्त होती है।**

© SCERT TELANGANA

यह कीजिए

1. हल करो

(i) $-36 \div (-4)$ (ii) $(-201) \div (-3)$ (iii) $(-325) \div (-13)$

1.2 पूर्णांकों के गुण

छठवीं कक्षा में हमने पूर्ण संख्याओं की विशेषताओं को जाना है। यहाँ हम पूर्णांकों की विशेषताओं का अध्ययन करेंगे।

1.2.1 योग के अंतर्गत पूर्णांकों के गुण

(i) संवृत गुण

कथन	निष्कर्ष
$5+8=13$	संख्याओं का योग पूर्ण संख्या है।
$6+3=$	
$13+0=$	
$10+2=$	
$0+6=$	संख्याओं का योग पूर्ण संख्या है।

क्या दो पूर्ण संख्याओं का योगफल पूर्ण संख्या होती हैं? आप कहेंगे हाँ, इसलिए हम कह सकते हैं कि पूर्णांक योग के अंतर्गत संवृत होते हैं।

क्या पूर्णांक योग के अंतर्गत संवृत होते हैं? निम्नलिखित योगों को देखिए तथा रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए।

कथन	निष्कर्ष
6+3 = 9	संख्याओं का योग पूर्णांक है।
- 10+2 =	
-3+0=	
-6+6=0	
-2+(-3)=-5	
7+(-6)=	संख्याओं का योग पूर्णांक है।

क्या आप दो ऐसे पूर्णांक युग्म बता सकते हैं जिनका योग एक पूर्णांक न हो? आप का उत्तर होगा नहीं, इसलिए योग के अंतर्गत पूर्णांक संवृत होते है।

पूर्णांकों a और b के लिए a+b भी एक पूर्णांक होगा।

SCERT TELANGANA

ii) क्रमविनिमेय गुण (Commutative Property)

पढ़िए और रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए।

कथन 1	कथन 2	निष्कर्ष
4 + 3 = 7	3 + 4 = 7	4 + 3 = 3 + 4 = 7
3 + 5 =	5 + 3 =	
3 + 0 =	0 + 3 =	

इसी प्रकार किसी भी पूर्ण संख्या के युग्मों को जोड़ा जा सकता है। क्या आप किन्हीं ऐसे पूर्णांकों के युग्म बता सकते हैं, जिनका योग युग्मों के क्रम को बदलने से भिन्न हो? आप का उत्तर होगा नहीं, इसलिए हम कह सकते हैं कि पूर्ण संख्याओं के युग्म में क्रमविनिमेय गुण होता है।

क्या पूर्णांकों के युग्म क्रमविनिमेय होते हैं।

नीचे दी गयी तालिका पढ़ो और रिक्त स्थान भरिए।

कथन1	कथन 2	निष्कर्ष
5 + (–6) = –1	(–6) + 5 = –1	5 + (–6) = (–6) + 5 = –1
–9 + 2 =	2 + (–9) =	
–4 + (–5) =	(–5) + (–4) =	

क्या दो पूर्णांकों के क्रम को बदलने से योगफल में भिन्नता आती है? नहीं, इसलिए पूर्णांकों का योग क्रमविनिमेय होता है।

कोई दो पूर्णांक a और b के लिए a+b = b+a

(iii) सहचर्य नियम (Assosiative Property)

निम्न उदाहरणों को पढ़िए।

(i) $(2 + 3) + 4 = 2 + (3 + 4)$

$5 + 4 = 2 + 7$

$9 = 9$

(ii) $(–2 + 3) + 5 = –2 + (3 + 5)$

$1 + 5 = –2 + 8$

$6 = 6$

(iii) $(–2 + 3) + (–5) = (- 2) + [3 + (–5)]$

$1 + (–5) = (- 2) + (-2)$

$–4 = –4$

(iv) $[(–2) + (–3)] + (-5) = –2 + [(–3) + (–5)]$

$–5 + (–5) = –2 + (–8)$

$–10 = –10$

SCERT TELANGANA

क्या प्रत्येक स्थिति में योग समान होगा? हाँ।

इसलिए, पूर्णांक सहचर्य नियम का पालन करते हैं।

प्रयत्न करो

1. (i) $(2 + 5) + 4 = 2 + (5 + 4)$

   (ii) $(2 + 0) + 4 = 2 + (0 + 4)$

क्या यह साहचर्य नियम पूर्ण संख्याओं के लिए होता है। दो और उदाहरण देकर उत्तर लिखिए।

कोई तीन पूर्णांक a,b,c, के लिए $(a+b)+c = a+(b+c)$

(iv) **योग तत्समक (Additive Identity)**

निम्न का परीक्षण करो।

$-2 + 0 = -2$

$5 + 0 = 5$

$8 + 0 =$

$-10 + 0 =$

शून्य को पूर्णांक में जोड़ने पर क्या आपको वही पूर्णांक प्राप्त होगा? हाँ,

इसलिए **शून्य "0" पूर्णांकों का योग तत्समक है।**

कोई पूर्णांक a के लिए $a+0 = 0+a = a$

प्रयत्न करो

1. निम्न को जोड़िये

   (i) $2 + 0 =$

   (ii) $0 + 3 =$

   (iii) $5 + 0 =$

2. इसी प्रकार शून्य को अन्य पूर्ण संख्याओं से जोड़ो। क्या शून्य सभी पूर्ण संख्याओं के लिए योग तत्समक है?

SCERT TELANGANA

(v) जोड़ का व्युत्क्रम (Additive Inverse)

योग तत्समक 0 को प्राप्त करने के लिए 3 में क्या जोड़ा जाना चाहिए।

निम्न का परीक्षण करो

$3 + (-3) = 0$

$7 + (-7) = 0$

$(-10) + 10 = 0$

इसी प्रकार अन्य पूर्णांकों के युग्मों की जाँच कीजिए।

ऊपर दिये गये प्रत्येक युग्म में एक पूर्णांक दूसरे पूर्णांक का योग व्युत्क्रम है।

> किसी पूर्णांक a के लिए दूसरा पूर्णांक - a जोड़ने पर यदि a+(-a) = 0 सत्यापित होता है, तो दोनों पूर्णांक एक दूसरे के योग व्युत्क्रम होंगे।

1.2.2 गुणनफल में पूर्णांकों के गुण

(i) संवृत गुण

निम्न तालिका पढ़ो और रिक्त स्थानों की पूर्ति करो।

कथन	निष्कर्ष
$9 \times 8 = 72$	गुणनफल एक पूर्णांक है।
$10 \times 0 =$	
$-15 \times 2 =$	
$-15 \times 3 = -45$	
$-11 \times -8 =$	
$10 \times 10 =$	
$5 \times -3 =$	

क्या यह संभव है कि पूर्णांकों के युग्मों का गुणनफल पूर्णांक न हो? नहीं।

सूचना : क्या आपको याद है कि भिन्न और दशमलव पूर्णांक नहीं है।

इसलिए पूर्णांक गुणा के संवृत नियम पालन करते हैं।

> यदि a,b दो पूर्णांक हों तो axb भी एक पूर्णांक होगा।

SCERT TELANGANA

प्रयत्न करो

1. निम्न को गुणा करो

   (i) $2 \times 3 =$ _____

   (ii) $5 \times 4 =$ _____

   (iii) $3 \times 6 =$ _____

2. इसी प्रकार अपनी पसंद के कोई दो पूर्ण संख्याओं को गुणा करो।
   क्या दोनों पूर्ण संख्याओं का गुणनफल सदैव पूर्ण संख्या होगी?

(ii) क्रमविनिमेय नियम **(Commutative Property)**

हम जानते हैं कि पूर्ण संख्याएँ गुणा में क्रमविनिमेय गुण का पालन करती हैं। क्या यह पूर्णांकों के लिए भी संभव है?

कथन 1	कथन 2	निष्कर्ष
$5 \times (-2) = -10$	$(-2) \times 5 = -10$	$5 \times (-2) = (-2) \times 5 = -10$
$(-3) \times 6 =$	$6 \times (-3) =$	
$-20 \times 10 =$	$10 \times (-20) =$	

इस प्रकार पूर्णांक गुणा के गुणा के क्रमविनिमेय नियम का पालन करते हैं।

यदि a और b दो पूर्णांक हों तो a x b = b x a

(iii) साहचर्य नियम

2, –3, –4 समूह को निम्नलिखित प्रकार से गुणा करने पर

$[2 \times (-3)] \times (-4)$ और $2 \times [(-3) \times (-4)]$

$[2 \times (-3)] \times (-4)$ और $2 \times [(-3) \times (-4)]$

$= (-6) \times (-4)$ $= 2 \times 12$

$= 24$ $= 24$

पहले चरण में 2, –3 को एक समूह में लिखा गया है तथा दूसरे चरण में –3, –4 को एक समूह में। दोनों ही परिस्थितियों में गुणनफल समान हैं।

इसलिए, $2 \times (-3)] \times [(-4)] = 2 \times [(-3) \times (-4)]$

क्या समूहों का प्रभाव पूर्णांको के गुणनफल पर पड़ता है? नहीं। अतः तीन पूर्णांकों का गुणनफल समूहीकरण पर आधारित नहीं होता। इस प्रकार कहा जा सकता है कि पूर्णांकों का गुणनफल साहचर्च नियम का पालन करता है।

यदि a, b c तीन पूर्णांक हों तो $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

SCERT TELANGANA

यह कीजिए

1 क्या $[(-5) \times 2)] \times 3 = (-5) \times [(2 \times 3)]$?

2 क्या $[(-2) \times 6] \times 4 = (-2) \times [(6 \times 4)]$?

प्रयत्न करो

$(5 \times 2) \times 3 = 5 \times (2 \times 3)$

क्या पूर्ण संख्याएँ साहचर्य नियम का पालन करती हैं? कुछ उदाहरण लेकर जांच कीजिए।

(iv) वितरण नियम (Distributive Property)

हम जानते हैं कि $9 \times (10 + 2) = (9 \times 10) + (9 \times 2)$

इसलिए पूर्ण संख्याओं के लिए वितरण नियम सत्य है।

क्या यह नियम पूर्णांकों के लिए भी सत्य है?

(i) $-2 \times (1 + 3) = [(-2) \times 1] + [(-2) \times 3]$

$-2 \times 4 = -2 + (-6)$

$-8 = -8$

(ii) $-1 \times [3 + (-5)] = [(-1) \times 3] + [(-1) \times (-5)]$

$-1 \times (-2) = -3 + (+5)$

$2 = 2$

जांच कीजिए $-3 \times (-4+2) = [(-3) \times (-4)] + [-3 \times (2)]$

आप देखेंगे कि प्रत्येक स्थिति में बायें हाथ का हल, दायें हाथ के हल के समान होगा। इसलिए पूर्णांक वितरण नियम का पालन करते हैं।

तीन पूर्णांकों a, b, c के लिए $a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$

SCERT TELANGANA

(v) गुणन तत्समक (Multiplicative Identity)

0 पूर्णांकों का योग तत्समक है।

$2 \times 1 = 2$

$-5 \times 1 = -5$

$-3 \times 1 =$ _____

$-8 \times 1 =$ _____

$1 \times -5 =$ _____

आप पाते हैं कि किसी भी पूर्णांक को 1 से गुणा करने पर समान पूर्णांक प्राप्त होते है इसलिए 1 को किसी पूर्णांक का गुणा तत्समक कहा जाता है।

किसी पूर्णांक a के लिए $a \times 1 = 1 \times a = a$

(vi) शून्य से गुणा

हम जानते हैं कि किसी पूर्ण संख्या को शून्य से गुणा करने पर शून्य प्राप्त होता है।

पुर्णाकों को शून्य से गुणा करने पर क्या होता है?

निरीक्षण करो।

$(-3) \times 0 = 0$

$0 \times (-8) =$ ____

$9 \times 0 =$ ____

उपर्युक्त गुणन दर्शाता है कि '**पूर्णांक एवं शून्य का गुणनफल शून्य के बराबर होता है।**'

कोई पूर्णांक a के लिए $a \times 0 = 0 \times a = 0$

अभ्यास - 5

1. निम्न की जाँच कीजिए

   (i) $18 \times [7 + (-3)] = [18 \times 7] + [18 \times (-3)]$

   (ii) $(-21) \times [(-4) + (-6)] = [(-21) \times (-4)] + [(-21) \times (-6)]$

2. (i) किसी पूर्णांक a के लिए $(-1) \times a$ का मान क्या होता है?

   (ii) उस पूर्णांक को ज्ञात कीजिए जिसे (-1) से गुणा करने पर 5 प्राप्त होता है।

3. निम्न का गुणन उपर्युक्त नियमों द्वारा ज्ञात करो।

   (i) $26 \times (-48) + (-48) \times (-36)$ (ii) $8 \times 53 \times (-125)$

   (iii) $15 \times (-25) \times (-4) \times (-10)$ (iv) $(-41) \times 102$

   (v) $625 \times (-35) + (-625) \times 65$ (vi) $7 \times (50 - 2)$

   (vii) $(-17) \times (-29)$ (viii) $(-57) \times (-19) + 57$

SCERT TELANGANA

1.2.3 पूर्णाकों का व्यवकलन गुण

(i) व्यवकलन में संवृत नियम

क्या एक पूर्णांक को दूसरे पूर्णांक से घटाने पर एक पूर्णांक प्राप्त होता है?

परीक्षण करो

$9 - 7 = _____$

$7 - 10 = _____$

$2 - 3 = _____$

$-2 - 3 = _____$

$-2 - (-5) = _____$

$0 - 4 = _____$

उपरोक्त तालिका द्वारा हम कह सकते हैं कि

किसी पूर्णांक a,b के लिए a-b भी पूर्णांक है।

(ii) पूर्णांक व्यवकलन में क्रमविनिमेय नियम

उदाहरण के लिए मान लो पूर्णांक

$6 - (-4) = 6 + 4 = 10$ और

$-4 - (6) = -4 - 6 = -10$

इसलिए , $6 - (-4) \neq -4 - (6)$

अर्थात, पूर्णांक व्यवकलन में क्रमविनिमेय नियम का पालन नहीं करता। $(a - b \neq b - a)$

प्रयत्न करो

किन्हीं पाँच पूर्णांकों को लेकर पूर्णांक व्यवकलन के क्रमविनिमेय नियम की जांच करें

1.2.4 पूर्णांकों का भागफल गुण

(i) संवृत गुण

निम्न तालिका में अंकों को पढ़िए। खाली स्थानों की पूर्ति कीजिए।

कथन	निष्कर्ष	कथन	निष्कर्ष
$(-8) \div (-4) = 2$	पूर्णांक	$(-8) \div 4 = \frac{-8}{4} = -2$	
$(-4) \div (-8) = \frac{-4}{-8} = \frac{1}{2}$	पूर्णांक नहीं है	$4 \div (-8) = \frac{4}{-8} = \frac{-1}{2}$	

SCERT TELANGANA

आपने क्या निष्कर्ष निकाला? आपके निष्कर्ष के अनुसार पूर्णांक भाजन में संवृत नियम का पालन नहीं करते।

प्रयत्न करो

किन्हीं 5 पूर्णांक युग्मों को लेकर जांच करो कि क्या वे **भागफल में** संवृत नियम का पालन करते हैं।

(ii) क्रमविनिमय नियम:-

हम जानते हैं कि पूर्ण अंकों का भाजन में क्रमविनिमय नियम नहीं होता। जांच करें कि यह नियम पूर्णांकों के लिए भी लागू नहीं होता। $(-8) \div (-4) \neq (-4) \div (-8)$.

क्या $(-9) \div 3$ बराबर है $3 \div (-9)$?

क्या $(-30) \div (6)$ बराबर है $(-6) \div (-30)$?

इसलिए पूर्णांकों का भाजन क्रमविनिमय नियम का पालन नहीं करता।

प्रयत्न करो

किन्ही पांच पूर्णांक युग्मों को लेकर जांच करो कि क्या वे **भाजन में** क्रमविनिमय नियम का पालन करते हैं।

(iii) शून्य से भाजन

पूर्ण संख्याओं की तरह पूर्णांकों को शून्य से भाजन नहीं किया जा सकता और किसी पूर्णांक को शून्य से भाजन करने पर शून्य प्राप्त होता है।

किसी पूर्णांक a के लिए $a \div 0$ सभव नहीं परंतु $0 \div a = 0$ for $a \neq 0$.

(iv) भाजन में तत्समक

किसी पूर्ण सख्या को 1 से विभाजित करने पर वही पूर्ण संख्या प्राप्त होती है।

आइए, जांच करें कि क्या यह नियम ऋणात्मक पूर्णांकों के लिए भी सत्य है।

जांच करो

$(-8) \div 1 = (-8)$ $(11) \div 1 = +11$ $(-13) \div 1 =$ _____ $(-25) \div 1 =$ _____

इसलिए ऋणात्मक पूर्णांक को 1 से भाग देने पर वही पूर्णांक प्राप्त होता है। **अर्थात** 1 पूर्णांकों का भाजन का तत्समक है।

किसी पूर्णांक a के लिए $a \div 1 = a$.

किसी पूर्णांक को (-1) से भाजन करने पर क्या होता है? तालिका की पूर्ति करो

$(-8) \div (-1) = 8$ $11 \div (-1) = -11$ $13 \div (-1) =$ _____ $(-25) \div (-1) =$ _____

उपरोक्त तालिका द्वारा हम कह सकते हैं कि किसी पूर्णांक को -1 से भाग देने पर वही पूर्णांक प्राप्त नहीं होता बल्कि हमें योग विलोम प्राप्त होता है।

SCERT TELANGANA

प्रयत्न करो

1. किसी पूर्णांक 'a' के लिए
   (i) $a \div 1 = 1$?
   (ii) $a \div (-1) = -a$?

   'a' के लिए अलग मान लेकर जाँच करें।

(iii) साहचर्य नियम

क्या $[(-16) \div 4] \div (-2) = (-16) \div [4 \div (-2)]$?

$[(-16) \div 4] \div (-2) = (-4) \div (-2) = 2$

$(-16) \div [4 \div (-2)] = (-16) \div (-2) = 8$

इसलिए, $[(-16) \div 4] \div (-2) \neq (-16) \div [4 \div (-2)]$
इसलिए पूर्णांकों का भाजन साहचर्य नियम का पालन नहीं करता।

प्रयत्न करो

कोई पाँच उदाहरण लिखकर जांच करो कि क्या पूर्णांकों के **लिए** भाजन साहचर्य हैं।

अभ्यास – 6

1. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए

   (i) $-25 \div$ ..... $= 25$
   (ii) ..... $\div 1 = -49$
   (iii) $50 \div 0 =$ .....
   (iv) $0 \div 1 =$ .....

1.3 ऋणात्मक संख्याओं की कुछ प्रायोगिक समस्याएँ

उदा 1 : परीक्षा में प्रत्येक सही उत्तर के चुनाव के लिए +5 अंक तथा -2 अंक प्रत्येक गलत उत्तर के चुनाव के लिए दिये गये हैं। (i) राधिका ने सभी प्रश्नों के उत्तर दिये और 10 सही उत्तरों के साथ 30 अंक प्राप्त किये। ii) जया ने 4 सही उत्तर के साथ परीक्षा में (-12) अंक प्राप्त किये। राधिका एवं जया ने कितने गलत उत्तरों के चुनाव किये?

हल : (i) सही उत्तर के लिये अंक $= 5$

10 सही उत्तरों के लिए अंक $= 5 \times 10 = 50$

राधिका के कुल अंक $= 30$

गलत उत्तरों के अंक $= 30 - 50 = -20$

प्रत्येक गलत उत्तर के लिए अंक $= (-2)$

इसलिए गलत उत्तरों की संख्या $= (-20) \div (-2) = 10$

SCERT TELANGANA

(ii) 4 सही उत्तरों के लिये दिये गये अंक $= 5 \times 4 = 20$

जया को प्राप्त अंक $= -12$

गलत उत्तरों के लिए $= -12 - 20 = -32$

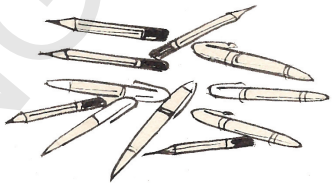
1 गलत उत्तर के लिए $= (-2)$

अर्थात गलत उत्तरों की संख्या $= (-32) \div (-2) = 16$

उदाहरण 2 :एक दुकनदार को 1 पेन बेचने पर ₹ 1 लाभ तथा 1 पेंसिल बेचने पर 40 पैसे हानि होती है।

(i) एक माह में उसे ₹ 5 की हानि होती है। यदि उसने 45 पेन बेचे हों तो उस माह उसके द्वारा बेची जानी वाली पेंसिलों की संख्या ज्ञात करो?

(ii) दूसरे माह उसे कोई नुकसान या लाभ नहीं हुआ। यदि उसने 70 पेन बेचे तो बेची जाने वाली पेंसिलों की संख्या ज्ञात करो?



हल: एक पेन बेचने पर प्राप्त लाभ = ₹ 1

45 पैन बेचने पर प्राप्त है = ₹ 45 (45 से दर्शाया गया है)

कुल हानि = ₹ 5 (-5 से दर्शाया गया है)

प्राप्त लाभ + प्राप्त हानि = कुल हानि

प्राप्त हानि = कुल हानि - कुल लाभ

$= -5 - (45) = -50 = -₹50 = -5000$ पैसे

एक पेंसिल बेचने पर प्राप्त हानि = 40 पैसे (- 40 से दर्शाया गया है)

बेची गई पेंसिलों की संख्या = $-5000/(-40) = 125$ पेंसिलें

ii) दूसरे माह कोई लाभ या हानि नहीं हुई।

प्राप्त लाभ + प्राप्त हानि = 0

प्राप्त लाभ = - प्राप्त हानि

70 पेन बेचने पर प्राप्त लाभ = ₹ 70

पेंसिलें बेचने पर प्राप्त हानि = -70 या -7000 पैसे

बेची गई पेंसिलों की संख्या = $(-7000)/(-40) = 175$ पेंसिलें

अभ्यास – 7

1. एक परीक्षा में 15 प्रश्न दिये गये हैं। प्रत्येक सही उत्तर के लिए 4 अंक तथा प्रत्येक गलत प्रश्न के लिए -2 अंक निर्धारित किये गये। भारती ने सभी प्रश्नों को चुना और **उसके केवल** 9 प्रश्नों के उत्तर सही पाये गये। बताइए उसने कितने अंक प्राप्त किये। (ii) हेमा ने 5 प्रश्नों का प्रयास किया और सभी उत्तर सही किया। हेमा ने कुल कितने अंक प्राप्त किये?

SCERT TELANGANA

2. एक सिमेंट कम्पनी ने एक सफेद थैला सिमेंट बेचने पर रु. 9 लाभ कमाता है। धूसर रंग के सिमेंट पर प्रति थैली उसे रु. 5 की हानि होती है।

(i) एक महीने में कम्पनी यदि 7000 थैले सफेद सीमेंट तथा 6000 थैले धूसर रंग के सिमेंट के थैले बेचे तो उस कम्पनी का लाभ या हानि ज्ञात करो।

(ii) यदि वह 54000 धूसर रंग के थैले बेचे तो उसे कितने सफेद सिमेंट के थैले बेचने होंगे ताकि उसे न लाभ हो और न ही हानि?

3. दोपहर 12 बजे का तापमान शून्य से 10^0 c अधिक है। यदि तापमान 2^0c प्रति घंटे के हिसाब से मध्य रात्रि तक घटता तो कितने बजे तापमान 8^0c शून्य से नीचे होगा? रात को 12 बजे कितना तापमान होगा?

4. एक परीक्षा में प्रत्येक सही उत्तर के लिए 3 अंक तथा -2 अंक प्रत्येक गलत उत्तर के लिए निर्धारित है। प्रश्न की प्रयास न करने पर कोई अंक नहीं दिया जायेगा। (i) राधिका ने 12 सही उत्तर दिये और 20 अंक प्राप्त किये। तो राधिका ने कितने प्रश्नों के उत्तर गलत दिये? (ii) मोहिनी ने 7 सही उत्तर देकर -5 अंक प्राप्त किये तो बताइए कि उसने कितने गलत उत्तर चुने?

5. एक खुदाई करने वाला यंत्र 6 मीटर प्रति मिनट की दर से खुदाई करता है। यदि जमीन तल से 10 मीटर ऊँचाई से खुदाई शुरू की जाये तो यंत्र कितने समय में -350 मीटर खुदाई करेगा?

मुख्यांश

1. N (प्राकृतिक संख्याएँ) = 1, 2, 3, 4, 5 . . .
   W (पूर्ण संख्याएँ) = 0, 1, 2, 3, 4, 5 . . .
   Z (पूर्णांक) = . –4, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, 4 . . .
   या 0, ±1, ±2, ±3 (पूर्णांकों के समूह को I द्वारा दर्शाया जाता है)
2. (i) धनात्मक पूर्णांकों का योगफल संख्या रेखा की दाहिनी ओर बढ़ता है।
   (ii) ऋणात्मक पूर्णांकों का योगफल संख्या रेखा की बांई ओर बढ़ता है।
3. (i) धनात्मक पूर्णांकों को घटाने पर आप सख्या रेखा की बांई ओर बढ़ते हैं।
   (ii) ऋणात्मक पूर्णांकों को घटाने पर आप सख्या की दाहिनी ओर बढ़ते हैं।
4. (i) ऋणात्मक पूर्णांक को धनात्मक पूर्णांक या धनात्मक पूर्णांक को ऋणात्मक पूर्णांक से गुणा करने पर ऋणात्मक पूर्णांक प्राप्त होता है।
   (ii) दो ऋणात्मक पूर्णांकों का गुणनफल धनात्मक पूर्णांक होता है।
   (iii) ऋणात्मक संख्याओं का घातांक यदि सम संख्या हो तो गुणनफल धनात्मक होगा, ऋणात्मक संख्या का घातांक यदि विषम संख्या हो तो गुणनफल ऋणात्मक होगा।

SCERT TELANGANA

5. (i) जब कभी ऋणात्मक पूर्णांक को धनात्मक पूर्णांक या धनात्मक पूर्णांक को ऋणात्मक पूर्णांक से भाजन किया जाये तो भाजनफल ऋणात्मक पुर्णांक होता है।

(ii) जब ऋणात्मक पूर्णांक को ऋणात्मक पूर्णांक से भाजन किया जाये तो भाजनफल धनात्मक पूर्णांक होता है।

(iii) जब हम दो समान चिह्नों वाले पूर्णांकों को गुणनफल या भाजन करें तो धनात्मक पूर्णांक प्राप्त होगा। यदि वे विपरीत चिन्हों के हों तो ऋणात्मक पूर्णांक प्राप्त होगा।

6. पूर्णांकों का संकलन एवं व्यवकलन निम्न गुणों का पालन करते हैं।

(i) पूर्णांकों का संकलन एंव व्यवकलन संवृत नियम का पालन करते हैं। अर्थात, a+b, a-b भी पूर्णांक है, a, b पूर्णांक के लिए।

(ii) पूर्णांक का संकलन क्रमविनिमय नियम का पालन करता है। अर्थात, a+b=b+a,

(iii)) पूर्णाकों का संकलन सहचर्य नियम का पालन करता है। a,b,c, पूर्णांकों के लिए (a+b)+c=a+(b+c)

(iv) पूर्णांकों का संकलन इकाई घटक नियम का पालन करते हैं। किसी पूर्णांक a के लिए

$a + 0 = 0 + a = a$

7. पूर्णांकों के गुणन निम्न गुणों का पालन करते हैं।

(i) पूर्णांक गुणा का संवृत नियम पालन करते हैं। पूर्णांक a,b के लिए a x b भी एक पूर्णांक होगा।

(ii) पूर्णांक गुणा का क्रमविनिमय नियम का पालन करते हैं।

a, b पूर्णांकों के लि $a \times b = b \times a$

(iii) पूर्णांक गुणा का इकाई घटक का पालन करते हैं। किसी पूर्णांक a के लिए

$1 \times a = a \times 1 = a$ गुणन का इकाई घटक है।

(iv) पूर्णांकों के गुणनफल सहचर्य नियम का पालन करते हैं। a,b,c के पूर्णांकों के लिए

$a \times (b \times c) = a \times b + a \times c$

8. पूर्णांकों के गुणनफल वितरण नियम का पालन करते है। a,b,c, गुणा के लिए $a \times (b+c) = (axb) + (axc)$. इसे वितरण नियम कहते हैं।

9. क्रमविनिमय नियम तथा साहचर्य़ नियम से हमें प्रश्न का हल निकालने में सुविधा होती है।

10. किसी पूर्णांक 'a' के लिए

(i) $a \div 0$ परिभाषित नहीं किया जा सकता है।

(ii) $0 \div a = 0$ (जब $a \neq 0$)

(iii) $a \div 1 = a$

SCERT TELANGANA